

ISSN: 2658–5782

Номер 2

2025

МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

mfs.uimech.org



Институт механики
им. Р.Р. Мавлютова
Уфимского федерального
исследовательского центра
Российской Академии наук

eISSN 2658–5782
DOI: 10.21662

ЭЛЕКТРОННЫЙ
НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Основан в 1994 г.
Издается 4 раза в год

до 2017: «Труды Института
механики им. Р.Р.
Мавлютова Уфимского
научного центра РАН»
до 2003: «Проблемы
механики и управления»

Редакция

Урманчиев С.Ф.
главный редактор
Насибуллаева Э.Ш.
ответственный секретарь
Михайленко К.И.
технический редактор
Налобина Е.А.
литературный редактор

Адрес издателя и редакции:
450054, г. Уфа, пр. Октября,
д. 69, лит. Ж

Учредитель: Федеральное
государственное бюджетное
научное учреждение
Уфимский федеральный
исследовательский центр
Российской академии наук

© УФИЦ РАН, 2025
© Редколлегия, 2025
© Авторы, 2025

e-mail:
multiphase.systems@mail.ru

www:
<http://mfs.uimech.org>

Главный редактор

Урманчиев С.Ф. доктор физико-математических наук, профессор
Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа, Россия

Редакционная коллегия

Михайленко К.И. *зам. гл. редактора*, кандидат физико-математических наук, доцент
Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа, Россия
Насибуллаева Э.Ш. *отв. секретарь*, кандидат физико-математических наук, доцент
Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа, Россия
Аганин А.А. доктор физико-математических наук, профессор, Институт механики
и машиностроения ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия
Галимзянов М.Н. кандидат физико-математических наук, доцент
Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа, Россия
Гималтдинов И.К. доктор физико-математических наук, профессор, Уфимский
Государственный нефтяной технический университет, Уфа, Россия
Даринцев О.В. доктор технических наук, профессор,
Уфимский университет науки и технологий, Уфа, Россия
Хабиров С.В. доктор физико-математических наук, профессор
Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа, Россия

Редакционный совет

Балапанов Д.М. кандидат физико-математических наук
Центр исследований и разработок в области космических технологий
(CREST), ULB, Бельгия
Губайдуллин А.А. доктор физико-математических наук, профессор, Тюменский филиал
ИТПМ им. С.А. Христиановича СО РАН, Тюмень, Россия
Губайдуллин Д.А. доктор физико-математических наук, член-корр. РАН, Институт
механики и машиностроения ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия
Губайдуллин И.М. доктор физико-математических наук, профессор
Институт нефтехимии и катализа УФИЦ РАН, Уфа, Россия
Демин В.А. доктор физико-математических наук, профессор
Пермский государственный национальный исследовательский
университет, Пермь, Россия
Мусакаев Н.Г. доктор физико-математических наук, профессор, Тюменский филиал
ИТПМ им. С.А. Христиановича СО РАН, Тюмень, Россия
Нигматулин Р.И. доктор физико-математических наук, профессор, академик РАН
Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва, Россия
Осипцов А.Н. доктор физико-математических наук, профессор
НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия
Панов А.В. кандидат физико-математических наук
Челябинский государственный университет, Челябинск, Россия
Прибатурин Н.А. доктор физико-математических наук, профессор, член-корр. РАН
Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН,
Новосибирск, Россия
Рамазанов А.Ш. доктор технических наук, профессор
Уфимский университет науки и технологий, Уфа, Россия
Рыбдылова О. кандидат физико-математических наук
Университет Брайтона, Брайтон, Великобритания
Смирнов Н.Н. доктор физико-математических наук, профессор
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
Москва, Россия
Хуан Ч. Доктор философии
Северо-Западный политехнический университет, Сиань, Китай
Шукла П. Доктор философии
Индийский технологический институт Мадраса, Ченнаи, Индия

Editor-in-chief

S.F. Urmancheev Sc.D. (Phys. & Math.), Professor
Mavlyutov Institute of Mechanics UFRC RAS, Ufa, Russia

Editorial board

C.I. Mikhaylenko *deputy editor-in-chief*, Ph.D. (Phys. & Math.), Assistant Professor
Mavlyutov Institute of Mechanics UFRC RAS, Ufa, Russia

E.Sh. Nasibullaeva *executive secretary*, Ph.D. (Phys. & Math.), Assistant Professor
Mavlyutov Institute of Mechanics UFRC RAS, Ufa, Russia

A.A. Aganin Sc.D. (Phys. & Math.), Professor
Institute of Mechanics and Engineering FIC KazanSC of RAS, Kazan, Russia

M.N. Galimzyanov Ph.D. (Phys. & Math.), Assistant Professor
Mavlyutov Institute of Mechanics UFRC RAS, Ufa, Russia

I.K. Gimaltidinov Sc.D. (Phys. & Math.), Prof.
Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russia

O.V. Darintsev Sc.D. (Eng.), Professor
Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia

S.V. Khabirov Sc.D. (Phys. & Math.), Professor
Mavlyutov Institute of Mechanics UFRC RAS, Ufa, Russia

Editorial council

Balapanov D.M. Ph.D., Centre for Research and Engineering in Space Technologies (CREST),
ULB, Belgium

A.A. Gubaidulin Sc.D. (Phys. & Math.), Professor
Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied
Mechanics, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Tyumen, Russia

D.A. Gubaidulin Sc.D. (Phys. & Math.), Corresponding Member of the RAS
Institute of Mechanics and Engineering FIC Kazan SC RAS, Kazan, Russia

I.M. Gubaydulim Sc.D. (Phys. & Math.), Professor
Institute of Petrochemistry and Catalysis of RAS, Ufa, Russia,

V.A. Demin Sc.D. (Phys. & Math.), Professor
Perm State National Research University, Perm, Russia

N.G. Musakaev Sc.D. (Phys. & Math.), Professor
Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied
Mechanics, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Tyumen, Russia

R.I. Nigmatulin Sc.D. (Phys. & Math.), Prof., Academician of RAS
Shirshov Institute of Oceanology of RAS, Moscow, Russia

A.N. Osiptsov Sc.D. (Phys. & Math.), Professor
Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University,
Moscow, Russia

A.V. Panov Ph.D. (Phys. & Math.)
Chelyabinsk State University, Chelyabinsk, Russia

N.A. Pribaturin Sc.D. (Phys. & Math.), Professor, Corresponding Member of the RAS
Kutateladze Institute of Thermophysics SB RAS, Novosibirsk, Russia

A.Sh. Ramazanov Sc.D. (Eng.), Prof.
Ufa University of Science & Technology, Ufa, Russia

O. Rybdylova Ph.D., University of Brighton, Brighton, UK

N.N. Smirnov Sc.D. (Phys. & Math.), Professor
Moscow M.V.Lomonosov State University, Moscow, Russia

C. Huang Ph.D., Northwestern Polytechnical University, Xi'an, China

P. Shukla Ph.D., Indian Institute of Technology Madras, Department of Mathematics,
Chennai, India

*Mavlyutov Institute of
Mechanics, Ufa Federal
Research Center of the Russian
Academy of Sciences*

eISSN 2658–5782
DOI: 10.21662

ELECTRONIC
SCIENTIFIC JOURNAL

First published in 1994
Published 4 times a year

before 2017: "Bulletin of
Mavlyutov Institute of
Mechanics Ufa Scientific
Center of RAS"
before 2003: "Issues of
Mechanics and Control"

Technical editorial board

Urmancheev S.F.
editor-in-chief

Nasibullaeva E.Sh.
executive secretary

Mikhaylenko C.I.
technical editor

Nalobina E.A.
literary editor

Publisher and editorial
office Address:
450054, Ufa, Oktyabrya
Prospect, 69, lit. Zh

Founder: Ufa Federal Research
Centre of the Russian
Academy of Sciences

© UFRC of RAS, 2025
© Editorial board, 2025
© The Authors, 2025

e-mail:
multiphase.systems@mail.ru

www:
<http://mfs.uimech.org>



К 85-летию академика Роберта Искандеровича Нигматулина

А.А. Губайдуллин¹ ✉, Д.А. Губайдуллин², А.А. Аганин²

¹ Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Тюмень, Россия

² Институт механики и машиностроения ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

E-mail: a.a.gubaidullin@yandex.ru

On the 85th anniversary of academician Robert Iskanderovich Nigmatulin

A.A. Gubaidullin¹ ✉, D.A. Gubaidullin², A.A. Aganin²

¹ Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Tyumen, Russia

² Institute of Mechanics and Engineering: Kazan Science Center, Russian Academy of Sciences, Kazan, Russia

E-mail: a.a.gubaidullin@yandex.ru



17 июня 2025 года исполняется 85 лет выдающемуся ученому, механику и математику, академику Роберту Искандеровичу Нигматулину.

Наибольший вклад его работы внесли в решение таких фундаментальных проблем как: математическое моделирование динамики многофазных сред; гидро- и газодинамика паро- и газожидкостных систем; горение, детонация и взрыв в дисперсных средах; фильтрация многофазных жидкостей; динамика упругопластических сред с физико-химическими превращениями. Под руководством Р.И. Нигматулина выполнены актуальные исследования и разработки по проблемам безопасности энергетических и технологических систем, новым методам добычи нефти и газа, повышения нефтеотдачи пластов, повышения эффективности и интенсификации технологических процессов в энергетике, нефтепереработке, химической технологии и взрывном деле.

Р.И. Нигматулиным предложены оригинальная общая постановка проблемы движения гетерогенных сред, описания внутрифазных и межфазных процессов, основанные как на методах осреднения микроуравнений, так и на феноменологических методах, а также метод построения замкнутых систем уравнений динамики и термодинамики различных типов гетерогенных сред. При этом удалось выделить важный класс движения смесей, содержащих газовую фазу, в которой реализуется однородное давление, изменяемое во времени. Этот класс назван гомобарическим, и для него удается упростить систему уравнений динамики смеси и получать решения соответствующих краевых задач аналитическими или простыми численными методами.

Наиболее ярко эффекты неомнофазности проявляются при распространении волн. Р.И. Нигматулиным с коллегами установлены законы распространения различных видов волн (волн сжатия, разрежения, горения, детонации) в двухфазных системах различной структуры и обнаружен ряд новых эффектов. Показано существование ударных волн непрерывной монотонной и осцилляционной структуры, когда большую роль играют эффекты нестационарности структуры волны. Обнаружена определяющая роль межфазного тепло- и массообмена при распространении ударных волн в пузырьковых средах. Установлен механизм аномального усиления или кумуляции ударных волн в кипящих жидкостях. Теоретически предсказано существование различных типов детонационных волн в горючих аэрозвесах и даны условия их реализации. Поставлен ряд задач об истечении парожидкостных смесей и кипящих жидкостей из объемов, находящихся под большим давлением, и предложены эффективные методы их решения. Сформулированы условия критического истечения парожидкостной смеси.

Исследованиями, выполненными под руководством Р.И. Нигматулина, установлен механизм закоксовывания трубчатых печей для нагрева углеводородного сырья, который связан не только с кинетикой химических реакций, но и с гидродинамикой газожидкостного потока. В результате были предложены меры по предотвращению указанного явления и новые принципы конструирования печей.

Р.И. Нигматулин развил теорию скоростного деформирования твердых тел при наличии в них полиморфных превращений, образования и движения дислокаций, упрочнения металлов при взрывных нагрузках. Им впервые была поставлена и решена задача о высокоскоростном соударении упруго-пластических тел, претерпевающих фазовые переходы, когда возникает многоволновая картина движения. При этом был предсказан ряд эффектов, которые впоследствии были подтверждены экспериментом. В результате тщательного исследования была доказана определяющая роль фазовых переходов при аномальном упрочнении малоуглеродистой стали взрывом; получены уравнения, описывающие сверхпластичность; предложен теоретико-экспериментальный метод определения кинетики дислокационных процессов исходя из решения обратных задач.

Р.И. Нигматулиным с коллегами развита теория распространения акустических волн в пузырьковых жидкостях. Установлены основные закономерности распространения и затухания акустических волн в пузырьковых жидкостях в зависимости от вида жидкости, размеров пузырьков, их парогазового содержимого, теплообмена на их поверхности. Создана теория распространения нелинейных волн в пузырьковых жидкостях. Установлены закономерности распространения таких жидкостях плоских волн. Выявлены особенности взаимодействия плоских волн с границей между пузырьковой жидкостью и чистой жидкостью, их воздействия на

пузырьковые кластеры, их отражения от твердых стенок. Установлено, что если на акустические волны пузырьковый слой у стенки оказывает в основном экранирующее воздействие, то в случае нелинейных волн этот эффект несколько ослабевает, а в некоторых случаях амплитуда волны может даже возрастать. Показано, что при покрытии стенки пузырьковым слоем с определенным радиусом пузырьков и их объемным содержанием можно добиться как предотвращения отражения, так и существенного снижения воздействия на стенку.

Р.И. Нигматулиным предложен метод реализации сверхсжатия пузырьков неперiodическим резонансным возбуждением (воздействием на стенку сферического резонатора в такт с расширением и сжатием пузырька). Установлено, что по мере увеличения влияния сжимаемости жидкости применимость этого метода сильно усложняется. Под руководством Р.И. Нигматулина разработаны широкодиапазонные уравнения состояния жидкой и паровой фаз воды, ацетона, бензола и тетрадекана. Без таких уравнений невозможно проведение теоретических исследований динамики указанных жидкостей и их пара при больших изменениях давления и температуры, особенно в условиях, когда имеется граница раздела фаз, на которой происходит теплообмен. Разработана теория эволюции несферических возмущений поверхности пузырьков при их сверхсильном сжатии. Установлено, что существенную роль в ограничении роста амплитуды несферических возмущений поверхности пузырьков при сжатии играет вязкость жидкости. Показано, что с повышением температуры жидкости рост амплитуды возмущений снижается. Установлено, что при сильном сжатии кавитационных пузырьков в ацетоне амплитуда возмущений растет намного медленнее, чем в воде, что соответствует результатам экспериментов по нейтронной эмиссии при акустической кавитации дейтерированного ацетона.

Р.И. Нигматулин внес фундаментальный вклад в разработку теории экстремальной кумуляции энергии и сверхсжатия среды в кавитационных пузырьках при коллапсе. Показано, что для реализации такой кумуляции необходимо образование в пузырьках радиально-сходящихся ударных волн, посредством схождения которых к центру пузырьков и отражения от него и достигается сверхвысокая степень кумуляции энергии в малой центральной области пузырьков. Наряду с этим в ходе коллапса пузырьки и радиально-сходящиеся в них ударные волны должны быть близки к сферическим, иначе сферическая кумуляция будет расфокусирована, так что вместо нее может быть реализована цилиндрическая кумуляция или столкновение плоских ударных волн. Показано, что реализацию экстремальной кумуляции предпочтительнее осуществлять в кластере, поскольку в таком случае сжимающее пузырек давление выше, чем при воздействии на одиночный пузырек. При этом лучше использовать жидкости с большим молекулярным весом и малым показателем адиабаты пара (ацетон, бензол, тетрадекан), так как в паре таких жидкостей скорее образуются сходящиеся ударные волны. Данная

теория имеет большие перспективы для приложений, в частности, в химии, поскольку при экстремальной кумуляции в пузырьках достигаются уникальные условия для химических реакций: плотности, сравнимые с плотностями твердых тел; температуры выше, чем на поверхности солнца; давления более высокие, чем в самых глубоких местах мирового океана. Уникальность пузырьковой кумуляции заключается еще и в рекордно больших скоростях повышения и понижения давлений и температур, что также очень важно для химии. Под руководством Р.И. Нигматулина разработана теория гидродинамического взаимодействия между пузырьками. Показано, что несферичность пузырьков в центральной области пространственного кластера при расширении и сжатии пузырьков под действием гармонического изменения давления жидкости оказывается меньше, чем в центральной области линейного стримера, что находится в соответствии с результатами экспериментов по нейтронной эмиссии при акустической кавитации дейтерированного ацетона. Р.И. Нигматулиным с коллегами создана теория динамики пузырьковых кластеров как дискретного множества пузырьков. Показано, что при гармоническом воздействии на кластер закон изменения давления жидкости в центральной области кластера может сильно отличаться от гармонического, а сжимающее пузырьки давление жидкости может значительно превышать амплитуду гармонического воздействия. Р.И. Нигматулин с коллегами развил теорию динамики пузырьковых кластеров также и в рамках модели сплошной среды. Показано, что пузырьковые кластеры могут фокусировать в своей центральной области энергию распространяющейся по жидкости плоской волны сжатия, в результате чего давление в центральной области кластера может быть намного больше давления в падающей волне.

Р.И. Нигматулиным совместно с группой американских коллег выполнены экспериментальные исследования сверхсжатия пузырьков при акустической кавитации дейтерированного ацетона, в которых впервые были зафиксированы нейтронная эмиссия и производство ядер трития, являющихся свидетельством реализующихся в пузырьках термоядерных актов. Данные результаты имеют огромное фундаментальное значение.

Рассмотрены гидро- и термодинамические уравнения для атмосферы в метеорологических или климатических масштабах, когда силы инерции пренебрежимо малы по сравнению с силой тяжести и сказывается инерция горизонтальной скорости и температуры. Для такого квазистатического по вертикали течения получено асимптотически точное уравнение для распределения вертикальной скорости по распределению плотности, температуры и горизонтальных скоростей. Выведена замкнутая система уравнений гидро- и термодинамики, в которой давление в каждой точке определяется весом столба воздуха над этой точкой. Именно эта система уравнений должна использоваться для расчетов климатических и метеорологических процессов, в которых существенную роль играет инерция горизонталь-

ной скорости и безынерционная вертикальная скорость.

Р.И. Нигматулин является создателем и руководителем признанной в мире научной школы по механике многофазных систем (подготовил 28 докторов наук и 50 кандидатов наук). Роберт Искандерович входит в состав Российских национальных комитетов по теоретической и прикладной механике, по тепло- и массообмену, международного комитета по многофазным течениям, редколлегий ряда отечественных и зарубежных журналов.

Р.И. Нигматулин является автором свыше 260 научных публикаций и изобретений, среди которых десять монографий и учебников. Его монографии являются настольными книгами специалистов, работающих в области механики и теплофизики гетерогенных сред. Учебник «Механика сплошной среды» стал одним из основных учебников для студентов-механиков в университетах России.

В монографии [1] последовательно изложены теоретические основы, которые необходимы для понимания и расчета движения гетерогенных или многофазных смесей в разнообразных ситуациях. Такие смеси широко представлены в различных природных процессах и областях человеческой деятельности. Подробно изложены вопросы вывода уравнений движения, реологии и термодинамики гетерогенных сред. Для этого рассмотрены как феноменологический метод, так и более глубокий метод осреднения. Получены замкнутые системы уравнений для монодисперсных смесей с учетом вязкости, сжимаемости фаз, фазовых переходов, относительного движения фаз, радиальных пульсаций пузырей, хаотического движения и столкновения частиц и других эффектов. Рассмотрены уравнения и постановки задач применительно к твердым пористым средам, насыщенным жидкостью. Описаны имеющиеся в современной литературе решения задач о движении и тепло- и массообмене около капель, частиц, пузырьков. Монография пользуется большим спросом у научных и инженерно-технических работников, занимающихся механикой и работающих в энергетике, космической и атомной технике, химической технологии, нефтегазодобывающей промышленности, взрывном деле. Она широко используется в качестве учебного пособия студентами и аспирантами университетов, политехнических и физико-технических вузов.

В двухтомной монографии [2], переведенной и изданной в США, систематически излагаются механика и теплофизика различных многофазных сред: газовзвесей, пузырьковых жидкостей, газо- и парожидкостных потоков, двухфазных жидкостей в пористых телах. Приводятся основные уравнения механики и теплофизики многофазных сред различной структуры, рассматриваются методы описания межфазного взаимодействия в дисперсных средах, исследуются ударные и детонационные волны и волны горения в конденсированных средах, газовзвесах и пористых телах, дается теория обработки и упрочнения металлов взрывом. Излагается теория звуковых, ударных и кинематических волн и колебательных движений в двухфазных средах, гидравлика

и теплофизика газожидкостных потоков, теория кризисов теплообмена, критических истечений, фильтрации многофазных жидкостей. Описываются экспериментальные методы и их результаты. Данный двухтомник пользуется огромной популярностью у студентов и аспирантов вузов, а также исследователей, работающих в энергетике, космической и атомной технике, химической технологии, нефтяной и газовой промышленности, взрывном деле.

Деятельность Р.И. Нигматулина неразрывно связана с организацией различных конференций, симпозиумов, съездов, где он производил незабываемое впечатление своими яркими эмоциональными докладами. Научному сообществу ученых-механиков памятли последние съезды по теоретической и прикладной механике, которые успешно проходили в Казани (2015 г.), Уфе (2019 г.), Санкт-Петербурге (2023 г.) и собрали около 1500 участников каждый. Высокий уровень проведения мероприятий был оценен старшим поколением, которое вспомнило съезды, проводимые в национальных республиках СССР. Такие крупные научные мероприятия невозможны без поддержки региональных лидеров. Успех в проведении съездов в Казани и Уфе во многом обусловлен высоким авторитетом Р.И. Нигматулина в Татарстане и Башкортостане и поддержкой республиканского руководства.

Памятли международные юбилейные конференции, проведенные на судах Института океанологии им. П.П. Ширшова в 2010 и 2015 годах, которые собрали ведущих специалистов по механике многофазных сред со всего мира. Юбиляр Р.И. Нигматулин каждый день сам вел заседания. Ни один доклад не остался без комментариев председателя в присущей ему живой манере, и всегда им высказывались доброжелательные пожелания в адрес докладчика. Запомнилось одно из заседаний, которое проходило при значительной качке корабля из-за плохой погоды на Балтийском море. Некоторые участники не смогли даже присутствовать и остались в каютах. Роберт Искандерович, несмотря на неважное самочувствие и предложения отдохнуть, мужественно сам провел это заседание, не уступив место председателю.

Не забудется реформа Российской академии наук, отрыв академических институтов от РАН, что, по мнению большинства членов РАН, нанесло значительный ущерб развитию фундаментальной науки в России. Р.И. Нигматулин всегда выступал и выступает за возвращение академических учреждений в РАН, о чем свидетельствуют его многочисленные яркие выступления на общих собраниях РАН и в прессе. Тем не менее, в сложившейся сложной ситуации Р.И. Нигматулин принял активное участие в реформировании академической сети институтов в Казани и Уфе и создании на базе Казанского и Уфимского научных центров Федеральных

исследовательских центров.

Высокопродуктивную научную деятельность Р.И. Нигматулин сочетает с активной общественной, организационной и руководящей работой. Он является членом Президиума РАН, внес крупный вклад в создание и становление Тюменского научного центра СО РАН, был организатором и первым директором Института механики многофазных систем СО РАН (1990–1995 гг.), организовал кафедру и диссертационные советы в Тюменском госуниверситете. Возглавлял две академические организации в Уфе: Уфимский научный центр (1993–2006 гг.) и Академию наук Республики Башкортостан (1996–2006 гг.). С 2006 г. Р.И. Нигматулин был директором, а с 2017 г. является научным руководителем Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН — одного из крупнейших институтов РАН, сопредседателем научного совета РАН по проблемам Мирового океана. Благодаря его усилиям была кардинально улучшена работа научного флота России. Большое внимание им уделяется работе со студентами и аспирантами. Роберт Искандерович читал лекции во многих университетах СССР, России и ряде стран мира. В настоящее время работает заведующим кафедрой и профессором МГУ им. М.В. Ломоносова и Сколтеха. Является блестящим пропагандистом и популяризатором достижений отечественной науки.

Академик Р.И. Нигматулин применял свои знания и эрудицию в качестве депутата Государственного собрания РБ (избирался дважды в 1995 и в 1999 гг.), депутата Государственной Думы РФ третьего созыва (1999 г.), где возглавлял Высший экологический совет. Был представителем России в ПАСЕ. Руководил созданием важнейшего закона о регулировании работ с облученным ядерным топливом, который был принят в 2001 г.

За успешную и плодотворную деятельность Р.И. Нигматулин был награжден многими государственными наградами, среди которых Премия Ленинского комсомола (1973 г.), Государственная премия СССР (1983 г.), Премии Правительства РФ (2012, 2019 гг.), Орден Почета (2000 г.), Орден «За заслуги перед Отечеством» IV степени (2011 г.), Орден Александра Невского (2024 г.) и др.

Ученики, друзья, коллеги и редколлегия журнала сердечно поздравляют Роберта Искандеровича Нигматулина с замечательным юбилеем, желают здоровья, долголетия и новых выдающихся достижений!

Список литературы / References

- [1] Нигматулин РИ. *Основы механики гетерогенных сред*. М.: Наука. 1978. 336 с.
- [2] Нигматулин РИ. *Динамика многофазных сред*. Т. 1,2. М.: Наука; 1987. 464 с, 360 с.
Nigmatulin RI. *Dynamics of Multiphase Media*. Vol. 1,2. NY. Hemisphere; 1991. 532 p, 388 p.

Сведения об авторах / Information about the Authors**Амир Анварович Губайдуллин**

доктор физ.-мат. наук, профессор
Тюменский филиал Института теоретической и
прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН,
Тюмень, Россия

Amir Anvarovich Gubaidullin

Sc.D. (Phys. & Math.), Prof.
Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical
and Applied Mechanics, Siberian Branch, Russian Academy
of Sciences, Tyumen, Russia
a.a.gubaidullin@yandex.ru
ORCID: [0000-0002-6231-6508](https://orcid.org/0000-0002-6231-6508)

Дамир Анварович Губайдуллин

доктор физ.-мат. наук, профессор
Институт механики и машиностроения ФИЦ КазНЦ РАН,
Казань, Россия

Damir Anvarovich Gubaidullin

Sc.D. (Phys. & Math.), Prof.
Institute of Mechanics and Engineering: Kazan Science Center,
Russian Academy of Sciences, Kazan, Russia
gubaidullin@imm.knc.ru
ORCID: [0000-0002-6678-1212](https://orcid.org/0000-0002-6678-1212)

Александр Алексеевич Аганин

доктор физ.-мат. наук, профессор
Институт механики и машиностроения ФИЦ КазНЦ РАН,
Казань, Россия

Alexander Alekseevich Aganin

Sc.D. (Phys. & Math.), Prof.
Institute of Mechanics and Engineering: Kazan Science Center,
Russian Academy of Sciences, Kazan, Russia
aganin54@mail.ru
ORCID: [0000-0001-7714-713X](https://orcid.org/0000-0001-7714-713X)



Анализ многофазной модели течения газовой смеси через слой микросфер в условиях селективного отбора компонентов

А.С. Верещагин , И.В. Казанин, В.Н. Зиновьев, В.М. Фомин

Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

E-mail: vereshchag@itam.nsc.ru

Приводится математическая односкоростная, однотемпературная модель нестационарного течения смеси газов через пористую среду из микросфер, имеющих дисперсное распределение по физическим и геометрическим параметрам. Для системы квазилинейных уравнений в частных производных, описывающих модель, доказывается её гиперболичность и приводится оценка для собственных значений. Выводятся и описываются безразмерные критерии, отвечающие за течение газовой смеси по покоящемуся слою из микросфер в условиях селективной газовой проницаемости. Выводится аналитическое решение стационарной одномерной задачи течения бинарной смеси и приводятся результаты численного эксперимента двух задач в рамках проблемы разделения газовых смесей в нестационарном режиме.

Ключевые слова: гелий, микросферы, природный газ, мембраны, извлечение

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда и Правительства Новосибирской области (код проекта 23-29-100068).

Analysis of a multiphase model of gas mixture flow through a layer of microspheres under conditions of selective extraction of components

A.S. Vereshchagin , I.V. Kazanin, V.N. Zinovyev, V.M. Fomin

Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS, Novosibirsk

E-mail: vereshchag@itam.nsc.ru

A mathematical single-speed, single-temperature model of non-stationary gas mixture flow through a porous medium of microspheres with a dispersed distribution by physical and geometric parameters is presented. For a system of quasi-linear partial differential equations describing the model, its hyperbolicity is proved and an estimate for the eigenvalues is given. Dimensionless criteria responsible for the gas mixture flow through a stationary layer of microspheres under conditions of selective gas permeability are derived and described. An analytical solution to the stationary one-dimensional problem of binary mixture flow is derived, and the results of a numerical experiment of two problems are presented within the framework of the problem of gas mixture separation in a non-stationary mode.

Keywords: helium, microspheres, natural gas, membranes, extraction

1. Введение

Российский потенциал по добыче гелия сосредоточен на территории Восточной Сибири и Дальнего Востока, где открыто более 30 гелийсодержащих газовых месторождений с высоким содержанием гелия (0,2–0,8 %) [1]. Специалисты Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН считают, что гелий, получаемый из месторождений природного газа Восточной Сибири и Дальнего Востока, может закрыть до 45 % его мирового спроса. Однако эти месторождения пока

еще достаточно плохо освоены. При этом предполагается, что основными потребителями гелия будут страны Азиатско-Тихоокеанского региона.

В настоящее время производство гелия в РФ сосредоточено на Оренбургском гелиевом заводе (ПАО «Газпром»), которое в ближайшем будущем будет перераспределено на Амурский газоперерабатывающий завод ПАО «Газпром». Ресурсной базой для Амурского ГПЗ будет в основном природный газ Чаяндинского и Ковытинского месторождений, поступающий по газопроводу «Сила Сибири». Дополнительно к Амурскому ГПЗ нахо-

дится в режиме опытного применения гелиевый завод на Ярактинском нефтегазоконденсатном месторождении. Однако, большинство средних и, особенно, малых месторождений Восточной Сибири и Дальнего Востока продолжают вести добычу природного газа без выделения из него гелия как отдельного товарного продукта. Если не принять мер по созданию системы сбора, транспортировки и хранения гелия, то в течение следующих 20 лет общие потери гелия могут достигнуть 1 млрд. м³.

Предлагаемый авторами мембранно-сорбционный метод выделения гелия из газовых смесей в своей основе опирается на избирательную проницаемость полых стеклянных микросфер по отношению к легким и инертным газам [2]. Для описания газовой проницаемости микросфер используется феноменологическая модель, подразумевающая диффузию целевого газа сквозь материал стенки, вызванную градиентом его концентрации. Такой подход приводит к описанию поглощения газов микросферами аналогично классическому подходу, используемому для мембран. В отличие от мембран для засыпки из микросфер точно неизвестна площадь рабочей поверхности, толщина стенки микросфер, коэффициент проницаемости стенки микросфер и давление на одной из рабочих поверхностей. Все эти параметры необходимо определять экспериментально по падению давления в ёмкости с микросферами, связанного с поглощением ими того или иного компонента. Также стоит отметить то обстоятельство, что засыпка микросфер неоднородна по физическим и геометрическим параметрам, а коэффициент проницаемости существенно зависит от температуры, что усложняет процесс моделирования.

В предыдущих работах, используя подходы, изложенные в [3, 4], была разработана математическая модель течения парогелиевой смеси газов через адсорбер, заполненный гранулами композитного адсорбента на основе микросфер [5]. Для описания процесса течения воздушно-гелиевой смеси через пористый слой из гранулированного сорбента используется сопряжённая математическая модель, состоящая из конвективной и диффузионной частей. Конвективная часть — это классическая модель многофазной среды, описываемая уравнениями законов сохранения массы импульса и энергии для смеси газов и гранулированной неподвижной среды. Диффузионная часть модели описывает массоперенос газов в цилиндрической частице адсорбента с учётом поглощения гелия микросферами, которые в ней содержатся.

В настоящей работе предлагается провести анализ модели течения бинарной смеси газов по адсорберу, заполненному неподвижным слоем микросфер, в котором конвективная составляющая будет такой же, как и в предыдущей работе, а правые части, отвечающие за обмен массой, импульсом и энергией между фазами, будут учитывать неравномерность распределения микросфер по геометрическим и физическим параметрам [6, 7]. Суть учёта неравномерности заключается в разделении микросфер по группам, внутри которых скорость поглощения газов одинаковая.

2. Математическая модель течения смеси газов в покоящемся слое микросфер с учетом их селективного поглощения

2.1. Уравнения в дивергентном виде

На основе задела [5, 7, 8] разработана математическая модель течения смеси газов через покоящийся слой из микросфер с учётом селективного поглощения различных газов из смеси в условиях дисперсного распределения микросфер по параметрам.

Течение N -компонентной смеси газов через слой микросфер с учётом их селективного поглощения описывается следующей системой квазилинейных дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial W}{\partial x} = G, \tag{1}$$

$$U = \begin{pmatrix} \rho_{11} \\ \dots \\ \rho_{1N} \\ \rho_1 v \\ U_1 + U_2 + E_{k1} \end{pmatrix},$$

$$W = \begin{pmatrix} \rho_{11} v \\ \dots \\ \rho_{1N} v \\ \rho_1 v^2 + p_1 \\ (U_1 + E_{k1} + p_1) v \end{pmatrix},$$

$$G = \begin{pmatrix} -K_1 \\ \dots \\ -K_N \\ f_1 - v \sum_{i=1}^N K_i \\ f_1 v \end{pmatrix},$$

где

$$f_1 = -\alpha_{pr} \mu(\rho_{1i}, T) m_1 v / k - \alpha_{pr}^2 \beta \rho_1 v^2 / \sqrt{k},$$

$$p_{1j} = \sum_{i=1}^N \rho_{1i} R_i T, \quad \rho_1 = \sum_{i=1}^N \rho_{1i}, \quad p_1 = \sum_{i=1}^N p_{1i},$$

$$U_1 = \sum_{i=1}^N \rho_{1i} C_{Vi} T, \quad E_k = \frac{\rho_1 v^2}{2},$$

$$U_2 = \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \rho_{2i}^j C_{Vi} + m_2 \rho_{30} C_S \right) T,$$

ρ_{1i} — плотность i -й компоненты газовой смеси ($i = 1, \dots, N$); v — скорость потока; f_1 — сила сопротивления, соответствующая закону фильтрации Форхгеймера; U_1, E_k — внутренняя и кинетическая энергия газовой смеси; U_2 — внутренняя энергия гранул с содержащимися в них газами; p_{1i} — давление i -го газа ($i = 1, \dots, N$); T — температура; k, β — коэффициенты проницаемости пористого слоя в модели Форхгеймера; m_1, m_2 — пористость и объемная концентрация микросфер в адсорбере; $\mu(\rho_{1j}, T)$ — вязкость смеси газов ($j = 1, \dots, N$); α_{pr} — величина просвета пористого слоя; C_{Vi} — удельная теплоемкость компоненты газовой смеси при постоянном

объеме ($i = 1, \dots, N$); ρ_{30} — плотность стекла, из которого изготовлены микросферы; C_5 — удельные теплоемкость стекла; R_i — индивидуальная газовая постоянные компоненты смеси ($i = 1, \dots, i$); L — длина адсорбера.

Система уравнений (1) представляет собой дифференциальную форму законов сохранения массы, импульса и энергии при течении газовой смеси через слой микросфер, в котором сопротивление среды учитывается в виде закона фильтрации Форхгеймера (выражение для f_1), а учёт перетока массы между фазами происходит с помощью массовых потоков K_i ($i = 1, \dots, N$). В то же время K_i состоят из суммы M слагаемых — M групп для учёта дисперсности распределения микросфер по параметрам.

В соответствии с [6] дополнительно к этой системе уравнений добавляются $N \times M$ уравнений для массовых потоков K_i^j , учитывающих поглощение i -го газа j -й группой микросфер:

$$\frac{\partial \rho_{2i}^j}{\partial t} = K_i^j \quad (i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, M), \quad (2)$$

$$K_i^j = \beta_{ij}(T)(\alpha_{ij}\rho_{1i} - \rho_{2i}^j),$$

где ρ_{2i}^j — плотность i -го газа, отвечающая j -ой группе; M — количество групп, на которые разбивается сорбционный объем; N — количество газовых компонент в смеси; $\beta_{ij} = \beta_{ij}(T)$ — коэффициент проницаемости j -ой группой микросфер i -ой компоненты газовой смеси; α_i^j — удельный сорбционный объем j -ой группой микросфер для i -ой компоненты газовой смеси. При этом

$$K_i = \sum_{j=1}^M K_i^j \quad (i = 1, \dots, N).$$

Коэффициент проницаемости β_{ij} в данной модели является величиной обратной к характерному времени сорбции для данного газа по отношению к выбранной группе микросфер и фактически является основополагающей величиной при определении скорости поглощения того или иного компонента газа. Удельные сорбционные объемы α_{ij} отвечают за максимальное количество газа, которое может адсорбироваться в выбранную группу микросфер в равновесном состоянии системы.

2.2. Уравнения в недивергентном виде для бинарной смеси

Для частного случая бинарной смеси ($N = 2$) математическая модель (1)–(2) была преобразована к недивергентному виду:

$$u_t + A(u)u_x = f(u), \quad (3)$$

$$u = \begin{pmatrix} \rho_{11} \\ \rho_{12} \\ v \\ T \end{pmatrix}, \quad A(u) = \begin{pmatrix} v & 0 & \rho_{11} & 0 \\ 0 & v & \rho_{12} & 0 \\ \frac{R_1 T}{\rho_1} & \frac{R_2 T}{\rho_1} & v & B_R / \rho_1 \\ 0 & 0 & \frac{p_1}{B_V} & \frac{B_{1V}}{B_V} v \end{pmatrix},$$

$$f(u) = \begin{pmatrix} -K_1 \\ -K_2 \\ f_1 / \rho_1 \\ \frac{(C_{V1}K_1 + C_{V2}K_2)T + \frac{Kv^2}{2}}{B_V} \end{pmatrix},$$

где

$$B_R = \rho_{11}R_1 + \rho_{12}R_2, \quad B_{1V} = \rho_{11}C_{V1} + \rho_{12}C_{V2},$$

$$B_V = C_{V1}(\rho_{11} + \rho_{21}) + C_{V2}(\rho_{12} + \rho_{22}) + C_{S3}\rho_{30}m_{22},$$

$$\rho_1 = \rho_{11} + \rho_{12}, \quad p_1 = \rho_{11}R_1T + \rho_{12}R_2T,$$

$$f_1 = -\alpha_{pr}\mu(\rho_{11}, \rho_{12}, T)m_1v/k - \alpha_{pr}^2\beta\rho_1v^2/\sqrt{k}.$$

Соотношения, описывающие влияние температуры на коэффициент вязкости $\mu_i(T)$, имеют вид [9]:

$$\mu_i(T) = \mu_i^0 \frac{T_{ref} + C_i}{T + C_i} \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^{3/2}, \quad (4)$$

где C_i , μ_i^0 — константа Сазерленда и вязкость гелия и воздуха при температуре T_{ref} ($i = 1, 2$).

Для определения вязкости бинарной газовой смеси использовались формулы Вилке [10]:

$$\mu(\rho_{11}, \rho_{12}, T) = \sum_{i=1}^2 \frac{n_i(\rho_{11}, \rho_{12})}{\sum_{j=1}^2 n_j(\rho_{11}, \rho_{12})\Phi_{ij}(T)} \mu_i(T).$$

Здесь

$$\Phi_{ij}(T) = \frac{\left[1 + \left(\frac{\mu_i(T)}{\mu_j(T)} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{M_j}{M_i} \right)^{1/4} \right]^2}{\frac{4}{\sqrt{2}} \cdot \left(1 + \frac{M_i}{M_j} \right)^{1/2}}, \quad i, j = 1, 2,$$

$$n_i(\rho_{11}, \rho_{12}) = \frac{\rho_{1i}/M_i}{\sum_{j=1}^2 \rho_{1j}/M_j}, \quad i = 1, 2,$$

где $n_i(\rho_{11}, \rho_{12})$ — молярная концентрация компонентов смеси ($i = 1, 2$); $\Phi_{ij}(T)$ — вспомогательные функции ($i, j = 1, 2$); M_1, M_2 — молярные массы газов.

Уравнения дополняются уравнениями селективного поглощения газов микросферами:

$$\frac{\partial \rho_{2i,j}}{\partial t} = K_i^j, \quad (5)$$

где

$$K_i^j = \beta_{ij}(T)(\alpha_{ij}\rho_{1i} - \rho_{2i}^j), \quad K_i = \sum_{j=1}^M K_i^j \\ (i = 1, 2, \quad j = 1, \dots, M).$$

где M — количество групп микросфер.

Зависимость β_{ij} от температуры подчиняется закону Аррениуса [11] вида:

$$\beta_{ij} = \beta_{0,ij} Te^{-\frac{E_{a,ij}}{R_g T}} \quad (i = 1, 2, \quad j = 1, \dots, M).$$

2.3. Характеристические числа дифференциальных уравнений в модели закона течения смеси газов

В работе [5] показано, что в области развитого течения ($v \neq 0$) у матрицы $A(u)$ всегда существует четыре различных действительных собственных значения $\lambda_i(u)$ ($i = 1, \dots, 4$).

В случае $v > 0$ они будут удовлетворять условию

$$\lambda_1 < \frac{B_{1V}}{B_V} v < \lambda_2 < \lambda_3 = v < \lambda_4.$$

При этом $\lambda_1 \leq 0$ при $v \leq c$, и $\lambda_1 > 0$ при $v > c$, где c — скорость звука бинарной смеси.

Показано, что при $v < 0$ они будут удовлетворять условию

$$\lambda_4 < \lambda_3 = v < \lambda_2 < \frac{B_{1V}}{B_V} v < \lambda_1.$$

При этом $\lambda_1 \leq 0$ при $v \leq -c$, и $\lambda_1 > 0$ при $v > c$.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что система квазилинейных уравнений (3) с матрицей $A(u)$ имеет гиперболический тип.

3. Безразмерные критерии для описания процесса течения бинарной смеси по покоящемуся слою микросфер

3.1. Характерные параметры течения и дополнительные соотношения

Введем безразмерные характеристики течения (со штрихами), используя следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \rho_{11} &= \rho_0 \rho'_{11}, & \rho_{12} &= \rho_0 \rho'_{12}, \\ \rho_{21,j} &= \rho_0 \rho'_{21,j}, & \rho_{22,j} &= \rho_0 \rho'_{22,j} \quad (j = 1, \dots, M), \\ v &= v_0 v', & T &= T_0 T', \\ x &= Lx', & t &= \tau t', \end{aligned} \quad (6)$$

где ρ_0 — характерная плотность; v_0 — характерная скорость; L — длина адсорбера; T_0 — характерная температура в адсорбере; τ — характерное время процесса.

С учётом введенных обозначений можно следующим образом провести обезразмеривание дополнительных соотношений для бинарной смеси (3).

Безразмерная плотность

$$\rho_1 = \rho_0 (\rho'_{11} + \rho'_{12}). \quad (7)$$

Безразмерное давление

$$p_1 = p_0 p'_1 \left(\frac{R_2}{R_1}, \rho'_{11}, \rho'_{12}, T' \right), \quad (8)$$

где

$$p_0 = \rho_0 R_1 T_0, \quad p'_1(A', \rho'_{11}, \rho'_{12}, T') = \rho'_{11} T' + \rho'_{12} A' T'.$$

Безразмерные коэффициенты проницаемости микросферы

$$\beta_{ij}(T) = \beta_{ij}^0 \beta' \left(\frac{E_{a,i}}{R_g T_0}, T' \right), \quad (9)$$

$$(i = 1, 2, \quad j = 1, \dots, M).$$

где $\beta_{ij}^0 = \beta_{0,ij} T_0$, $\beta'(A', T') = T' e^{-A'/T'}$.

Безразмерная динамическая вязкость компоненты газовой смеси

$$\mu_i = \mu_i^0(T_0) \mu'_s \left(\frac{C_i}{T_0}, T' \right) \quad (i = 1, 2), \quad (10)$$

где

$$\mu_i^0(T_0) = \mu_i^{ref} \frac{T_{ref} + C_i}{T_0} \left(\frac{T_0}{T_{ref}} \right)^{3/2},$$

$$\mu'_s(B', T') = \frac{T'^{3/2}}{T' + B'}.$$

Безразмерная динамическая вязкость газовой смеси

$$\mu(\rho_{1l}, T) = \mu_0(T_0) \mu' \left(\frac{\mu_i^0}{\mu_j^0}, \frac{C_k}{T_0}, \frac{M_p}{M_r}, \rho'_{1s}, T' \right) \quad (11)$$

$$(i, j, k, l, p, r, s = 1, 2),$$

где

$$\mu_0(T_0) = \mu_1^0(T_0),$$

$$\mu' \left(X'_{ij}, Y'_{k'}, Z'_{pr}, W'_{s'}, T' \right) =$$

$$= \sum_{i=1}^2 \frac{n_i(Z'_{pr}, W'_{s'}) X'_{i1} \mu'_s(Y'_{i'}, T')}{\sum_{j=1}^2 n_j(Z'_{pr}, W'_{s'}) \Phi_{ij}(X'_{ij}, Y'_{i'}, Y'_{j'}, Z'_{ij}, T')}$$

$$\Phi_{ij}(A', B', C', D', T') =$$

$$\left[1 + \left(A' \cdot \frac{\mu'_s(B', T')}{\mu'_s(C', T')} \right)^{1/2} \cdot D'^{-1/4} \right]^2,$$

$$\frac{4}{\sqrt{2}} \cdot (1 + D')^{1/2},$$

$$n_i(U'_s, V'_{pr}) = \frac{U'_i}{\sum_{k=1}^2 U'_k V'_{ki}}.$$

Для потенциальной энергии справедливы следующие соотношения

$$\begin{aligned} U_1 &= (C_{V1} \rho_{11} + C_{V2} \rho_{12}) T = (C_{V1} \rho_0 \rho'_{11} + \\ &+ C_{V2} \rho_0 \rho'_{12}) T_0 T' = U_0 U'_1 \left(\frac{C_{V2}}{C_{V1}}, \rho'_{11}, \rho'_{12} \right), \end{aligned}$$

где

$$U_0 = C_{V1}^1 \rho_0 T_0, \quad U'_1(A', \rho'_{11}, \rho'_{12}) = (\rho'_{11} + A' \rho'_{12}) T',$$

$$U_2 = (C_{V1} \rho_{21} + C_{V2} \rho_{22} + \rho_{30} m_{22} C_{3S}) T =$$

$$= (C_{V1} \rho_0 \rho'_{21} + C_{V2} \rho_0 \rho'_{22} + \rho_{30} m_{22} C_{3S}) T_0 T' = \\ = U_0 U'_2 \left(\frac{C_{V2}}{C_{V1}}, \frac{C_{3S}}{C_{V1}}, m_{22}, \frac{\rho_{30}}{\rho_0}, \rho'_{21}, \rho'_{22} \right),$$

где

$$U'_2(A', B', C', D', \rho'_{21}, \rho'_{22}) = (\rho'_{21} + A' \rho'_{22} + B' C' D') T'.$$

Тогда

$$U = U_1 + U_2 = U_0 U' \left(\frac{C_{V2}}{C_{V1}}, \frac{C_{3S}}{C_{V1}}, m_{22}, \frac{\rho_{30}}{\rho_0}, \rho'_{21}, \rho'_{22} \right),$$

где

$$U'(A', B', C', D', \rho'_{21}, \rho'_{22}) = (\rho'_{11} + \rho'_{21} + A'(\rho'_{12} + \rho'_{22}) + B'C'D') T'.$$

Выпишем систему уравнений для бинарной смеси (3) в безразмерном виде.

3.2. Основные уравнения в безразмерном виде

Законы сохранения массы для каждого газа

$$\frac{L}{v_0 \tau} \frac{\partial \rho'_{11}}{\partial t'} + \frac{\partial \rho'_{11} v'}{\partial x'} = -\frac{L}{\rho_0 v_0} K_1, \quad (12)$$

$$\frac{L}{v_0 \tau} \frac{\partial \rho'_{12}}{\partial t'} + \frac{\partial \rho'_{12} v'}{\partial x'} = -\frac{L}{\rho_0 v_0} K_2, \quad (13)$$

Рассмотрим правые части

$$\begin{aligned} -\frac{L}{\rho_0 v_0} K_i &= -\frac{L}{\rho_0 v_0} \sum_{j=1}^M \beta_{ij} (\alpha_{ij} \rho'_{1i} - \rho'_{2i}) = \\ &= -\sum_{j=1}^M \frac{L \beta_{ij}^0}{v_0} \beta' \left(\frac{E_{a,i}}{R_g T_0} \right) (\alpha_{ij} \rho'_{1i} - \rho'_{2i}) = \\ &= -\frac{L \beta_i^0}{v_0} \sum_{j=1}^M \frac{L \beta_{ij}}{v_0} \beta' \left(\frac{E_{a,i}}{R_g T_0} \right) (\alpha_{ij} \rho'_{1i} - \rho'_{2i}) \quad i = 1, 2. \end{aligned}$$

Закон сохранения импульса для смеси

$$\begin{aligned} \frac{L}{v_0 \tau} \frac{\partial v'}{\partial t'} + \frac{p_0}{\rho_0 v_0^2} \frac{T'}{\rho'_1} \frac{\partial \rho'_{11}}{\partial x'} + \frac{p_0}{\rho_0 v_0^2} \frac{R_2 T'}{R_1 \rho'_1} \frac{\partial \rho'_{12}}{\partial x'} + v' \frac{\partial v'}{\partial x'} + \\ + \frac{p_0}{\rho_0 v_0^2} \frac{p'_1 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)}{\rho'_1 T'} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{L}{v_0^2} \frac{f_1}{\rho'_1}, \end{aligned}$$

Рассмотрим правую часть

$$\frac{L}{v_0^2} \frac{f_1}{\rho_1} = -m_1 \frac{\alpha_{pr} \mu_0(T_0) L}{\rho_0 v_0 k} \frac{\mu' \left(\frac{\mu_i^0}{\mu_j^0}, \frac{C_k}{T_0}, \frac{M_p}{M_r} \right) v'}{\rho'_1} - \frac{\alpha_{pr}^2 \beta L}{\sqrt{k}} v'^2.$$

Закон сохранения энергии для смеси

$$\begin{aligned} \frac{L}{v_0 \tau} \frac{\partial T'}{\partial t'} + \frac{R_1}{C_{V1}} \frac{p'_1 \left(\frac{R_2}{R_1} \right) T'}{U' \left(\frac{C_{V2}}{C_{V1}}, \frac{C_{S3}}{C_{S1}}, m_{22}, \frac{\rho_{30}}{\rho_0} \right)} \frac{\partial v'}{\partial x'} + \\ v' \frac{U'_1 \left(\frac{C_{V2}}{C_{V1}} \right)}{U' \left(\frac{C_{V2}}{C_{V1}}, \frac{C_{S3}}{C_{S1}}, m_{22}, \frac{\rho_{30}}{\rho_0} \right)} \frac{\partial T'}{\partial x'} = \\ = \frac{L}{v_0 T_0} \frac{T}{U} \left((C_{V1} K_1 + C_{V2} K_2) T + \frac{(K_1 + K_2) v^2}{2} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Рассмотрим правую часть

$$\begin{aligned} \frac{L}{v_0 T_0} \frac{T}{U} \left((C_{V1} K_1 + C_{V2} K_2) T + \frac{(K_1 + K_2) v^2}{2} \right) = \\ = \frac{L}{v_0 U_0} \frac{T'}{U'} \left[\rho_0 C_{V1} T_0 \left(\sum_{j=1}^M \beta_{1j} (\alpha_{1j} \rho'_{11} - \rho'_{21}) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{C_{V2}}{C_{V1}} \sum_{j=1}^M \beta_{2j} (\alpha_{2j} \rho'_{12} - \rho'_{22}) \right) T' + \right. \\ \left. + \rho_0 v_0^2 \frac{\sum_{i,j} \beta_{ij} (\alpha_{ij} \rho'_{1i} - \rho'_{2i}) v'^2}{2} \right] = \\ = \frac{T'}{U' \left(\frac{C_{V2}}{C_{V1}}, \frac{C_{S3}}{C_{S1}}, m_{22}, \frac{\rho_{30}}{\rho_0} \right)} \left[\left(\frac{L \beta_1^0}{v_0} \sum_{j=1}^M \frac{\beta_{1j}^0}{\beta_1^0} \beta' \left(\frac{E_{a,1}}{R_g T_0} \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times (\alpha_{1j} \rho'_{11} - \rho'_{21}) + \frac{C_{V2}}{C_{V1}} \frac{L \beta_2^0}{v_0} \sum_{j=1}^M \frac{\beta_{2j}^0}{\beta_2^0} \beta' \left(\frac{E_{a,2}}{R_g T_0} \right) (\alpha_{2j} \rho'_{12} - \rho'_{22}) \right) T' + \right. \\ \left. + \frac{\rho_0 v_0^2 \sum_{i,j} \frac{L \beta_i^0}{v_0} \frac{\beta_{ij}^0}{\beta_i^0} \beta' \left(\frac{E_{a,i}}{R_g T_0} \right) (\alpha_{ij} \rho'_{1i} - \rho'_{2i}) v'^2}{U_0} \right]. \end{aligned}$$

Обезразмеривание уравнений (5) даёт следующее соотношение

$$\frac{\partial \rho'_{2,ij}}{\partial t'} = \tau \beta_i \frac{\beta_{ij}^0}{\beta_i^0} \beta' \left(\frac{E_{a,i}}{R_g T_0} \right) (\alpha_{ij} \rho'_{1i} - \rho'_{2,ij}).$$

3.3. Основные безразмерные критерии

В результате проделанных операций можно выделить следующие основные безразмерные критерии, описывающие течение бинарной смеси в адсорбере с учётом селективного поглощения газов микросферами.

Структурные параметры, определяющие геометрию засыпки:

- m_1, m_{22} — объёмные концентрации;
- α_{ij} — удельные сорбционные объёмы.

Параметры, зависящие только от физических характеристик сред:

- $\frac{R_2}{R_1} = \frac{M_1}{M_2}$ — отношение газовых постоянных;
- $\frac{R_1}{C_{V2}}$ — отношение газовой постоянной к удельной теплоемкости;
- $\frac{C_{V2}}{C_{V1}}, \frac{C_{S3}}{C_{S1}}$ — отношение удельных теплоемкостей;
- $\frac{\mu_2^0}{\mu_1^0}$ — отношение характерных вязкостей газов.

Параметры, характеризующие течение газов:

- $\frac{L}{v_0 \tau}$ — критерий Струхала;

- $\frac{p_0}{\rho_0 v_0^2} = \frac{R_1 T_0}{v_0^2}$ — критерий Эйлера;
- $\frac{\rho_{30}}{\rho_0}$ — отношение плотности твердой фазы и характерной величины плотности газовой фазы;
- $\frac{L\beta_i^0}{v_0}$ — отношение скоростей процессов конвекции и сорбции в адсорбере ($i = 1, 2$);
- $\tau\beta_i^0$ — отношение характерного времени процесса ко времени сорбции ($i = 1, 2$);
- $\frac{\beta_{ij}^0}{\beta_i^0}$ — отношение коэффициентов скорости сорбции для выбранного газа ($i = 1, 2$);
- $\frac{\alpha_{pr}\mu_0(T_0)L}{\rho_0 v_0 k}$ — первый безразмерный коэффициент в законе Форхгеймера;
- $\frac{\alpha_{pr}^2 \beta L}{\sqrt{k}}$ — второй безразмерный коэффициент в законе Форхгеймера;
- $\frac{E_{a,i}}{R_g T_0}$ — отношение энергии активации выбранного газа ($i = 1, 2$) к характерной внутренней энергии смеси;
- $\frac{C_i}{T_0}$ — отношение числа Сазерленда к характерной температуре для выбранного газа ($i = 1, 2$);
- $\frac{\rho_0 v_0^2}{U_0} = \frac{v_0^2}{R_1 T_0}$ — отношение кинетической энергии к внутренней.

Полученные критерии в дальнейшем будут использованы для проведения параметрического исследования процесса разделения газовой смеси.

4. Аналитическое решение для одномерного стационарного случая

Для тестирования численных решений рассмотрен стационарный одномерный частный случай исходной модели для бинарной смеси газов (3):

$$\begin{aligned} \rho_{11}v &= C_1, \\ \rho_{12}v &= C_2, \\ [\rho_1 v^2 + p_1]_x &= f_1, \\ [(U_1 + E_{k1} + p_1)v]_x &= f_1 v, \end{aligned}$$

где C_1, C_2 — константы интегрирования;

$$\begin{aligned} f_1 &= -\alpha_{pr}\mu(\rho_{11}, \rho_{12}, T)m_1 v/k - \alpha_{pr}^2 \beta \rho_1 v^2 / \sqrt{k}; \\ U_1 &= (C_V^1 \rho_{11} + C_V^2 \rho_{12})T; \quad E_{k1} = \frac{\rho_1 v^2}{2}; \\ p_1 &= (\rho_{11}R_1 + \rho_{12}R_2)T. \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} f_1 &= -\alpha_{pr}\mu_0 m_1 v/k - \alpha_{pr}^2 \beta \rho_1 v^2 / \sqrt{k} = \\ &= -(A\mu(\rho_{11}, \rho_{12}, T) + BC)v, \end{aligned}$$

где

$$A = \alpha_{pr} m_1 / k, \quad B = \alpha_{pr}^2 \beta / \sqrt{k}, \quad C = C_1 + C_2.$$

Пусть $D_R = C_1 R_1 + C_2 R_2, D_V = C_V^1 C_1 + C_V^2 C_2$, тогда

$$p_1 = D_R T / v, \quad U_1 = D_V T / v, \quad E_{k1} = C v / 2.$$

Исходная модель переписывается в виде:

$$\begin{aligned} C v_x + D_R \left(\frac{T}{v}\right)_x &= -(A\mu(\rho_{11}, \rho_{12}, T) + BC)v, \\ C v v_x + (D_R + D_V)T_x &= -(A\mu(\rho_{11}, \rho_{12}, T) + BC)v^2. \end{aligned}$$

После раскрытия $(T/v)_x = T_x/v - T v_x/v^2$ и умножения первого уравнения на v получим

$$\begin{aligned} (Cv - D_R \frac{T}{v})v_x + D_R T_x &= -(A\mu(\rho_{11}, \rho_{12}, T) + BC)v^2, \\ C v v_x + (D_R + D_V)T_x &= -(A\mu(\rho_{11}, \rho_{12}, T) + BC)v^2. \end{aligned}$$

Вычитая из второго уравнения первое получим, что

$$D_R \frac{v_x}{v} + D_V \frac{T_x}{T} = 0,$$

или после интегрирования для некоторых констант C'_3 и C_3 :

$$v^{D_R} T^{D_V} = C'_3,$$

или

$$T = C_3 v^{-D_R/D_V}.$$

Тогда $T_x = -\frac{D_R}{D_V} C_3 v^{-D_R/D_V-1} v_x$, и последнее уравнение после сокращения на v^2 переписется в виде:

$$\begin{aligned} \left[\frac{C}{v} - (D_R + D_V)\frac{D_R}{D_V} C_3 v^{-D_R/D_V-3}\right]v_x &= \\ &= -(A\mu(\rho_{11}, \rho_{12}, T) + BC), \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\rho_{11} = C_1/v, \quad \rho_{12} = C_2/v, \quad T = C_3 v^{-D_R/D_V}. \quad (16)$$

Заморозим вязкость и рассмотрим приближение $\mu(\rho_{11}, \rho_{12}, T) = \mu_0 = \text{const}$. Следовательно для некоторой новой константы C_4 :

$$\begin{aligned} C \ln v + \frac{D_R(D_R + D_V)}{D_R + 2D_V} C_3 v^{-D_R/D_V-2} &= \\ &= -(A\mu_0 + BC)x + C_4. \end{aligned} \quad (17)$$

Таким образом, соотношения (15), (16) и (17), (16) являются аналитическим решением в случае стационарного течения бинарной смеси через покоящийся слой микросфер с учётом силы сопротивления в форме Форхгеймера в общем случае и в случае замороженной вязкости соответственно.

5. Численное моделирование процесса обогащения воздушно-гелиевой смеси в нестационарном режиме

Для моделирования процесса заполнения адсорбера газовой смесью с микросферами на основании математической модели, описываемой уравнениями (1), использовалась WENO-разностная схема [12]. Численная реализация была протестирована на сходимость на различных сетках и на сходимость к полученным стационарным аналитическим решениям.

Было проведено моделирование следующих задач:

- волна концентрации распространяется по направлению течения газа (волна нагрузки), при этом микросферы будут насыщаться целевым газом, а смесь обедняться (стадия насыщения микросфер);
- волна концентрации распространяется против направления течения газа (волна разгрузки), при этом адсорбент уже насыщен целевым газом и он будет выделяться повышенными темпами на фронте волны (режим регенерации микросфер).

Для моделирования использовалась воздушная гелиевая смесь, подаваемая в адсорбер под давлением 10 атм с объемной концентрацией гелия примерно 1 %. Длина адсорбера $L = 5$ м, температура 303 К. В качестве микросфер использовались кремнеземные микросферы с предварительно определенными характеристиками [13].

Распространение волны концентрации гелия при заполнении адсорбера показано на рис. 1.

Длительность процесса заполнения составляла 4 с. За это время волна доходит до конца адсорбера, однако концентрация гелия в свободном объеме меньше, чем в исходном газе. Это связано с тем, что часть из него адсорбировалась микросферами (примерно 25 %).

После этого моделировался процесс откачивания газовой смеси на правой границе ($L = 5$ м) адсорбера в вакуум при закрытой левой границе. Результат этого процесса представлен на рис. 2.

Процесс истечения гелиевой смеси из адсорбера протекает с постоянным повышением концентрации гелия в смеси от значения, которое установи-

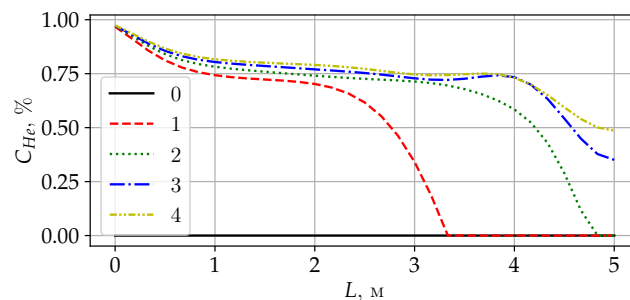


Рис. 1. Распространение волны концентрации гелия по адсорбционной колонке при её заполнении в разные моменты времени с промежутком $\Delta t = 1$ с

лось в адсорбере в начале процесса откачивания. Представленный эксперимент показывает, что эффект увеличения концентрации наблюдается, однако необходимо проводить дальнейшее параметрическое исследование циклического процесса заполнения и откачки адсорбера для определения возможных оптимальных целевых значений процесса разделения смеси в нестационарном режиме.

6. Заключение

В результате на основе предварительных исследований разработана математическая модель нестационарного течения смеси газов через пористую среду из микросфер, имеющих дисперсное распределение по физическим и геометрическим параметрам. Модель является однотемпературной и односкоростной, а сопротивление модели описывается законом фильтрации Форгеймера. Показано, что система квазилинейных дифференциальных уравнений, описывающих модель, имеет гиперболический тип. Показано, что она всегда в случае развитого течения имеет различные действительные характеристические направления. Получены и описаны безразмерные критерии, отвечающие за течение газовой смеси по покоящемуся слою из микросфер в условиях селективной газовой проницаемости. Получено аналитическое решение стационарной одномерной задачи течения бинарной смеси, и проведен численный эксперимент двух задач в рамках проблемы разделения газовых смесей в нестационарном режиме.

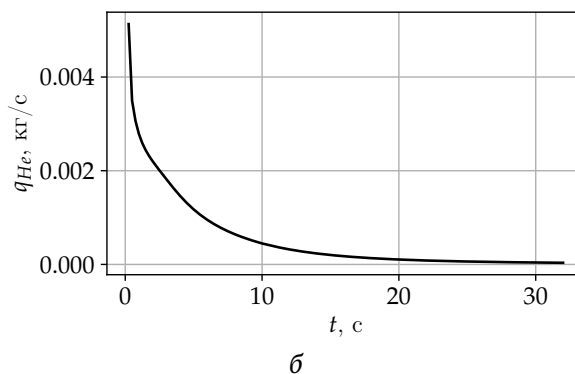
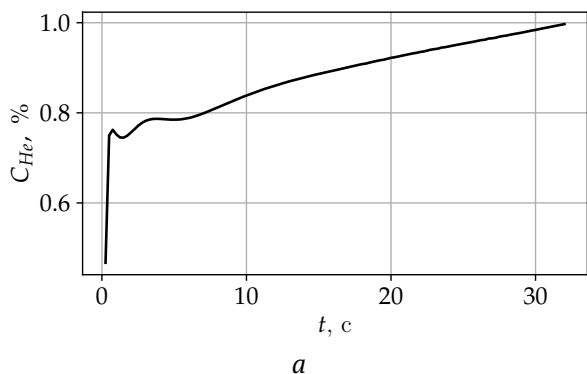


Рис. 2. Зависимость от времени мгновенной концентрации (а) и мгновенного массового потока гелия (б) на выходе из адсорбера

Список литературы / References

- [1] Якутени ВП. Сырьевая база гелия в мире и перспективы развития гелиевой промышленности. *Нефтегазовая геология. Теория и практика*. 2009;4(2):1–24. Yakutseni VP. The raw material base of helium in the world and prospects for the development of the helium industry. *Oil and gas geology. Theory and practice*. 2009;4(2):1–24 (in Russian). EDN: knnunf
- [2] Зиновьев ВН, Казанин ИВ, Пак АЮ, Верещагин АС, Лебига ВА, Фомин ВМ. Проницаемость полых микросферических мембран по отношению к гелию. *Инженерно-физический журнал*. 2016;89(1):24–36. EDN: vhtdtf
Zinoviev VN, Kazanin IV, Pak AYU, Vereshchagin AS, Lebiga VA, Fomin VM. Permeability of hollow microspherical membranes to helium. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2016;89(1):25–37. DOI: 10.1007/s10891-016-1350-7
- [3] Баренблатт ГИ, Лобковский ЛИ, Нигматулин РИ. Математическая модель истечения газа из газонасыщенного льда и газогидратов. *Доклады Академии Наук*. 2016;470(4):458–461. DOI: 10.7868/s0869565216280148
Barenblat GI, Lobkovsky LI, Nigmatulin RI. A mathematical model of gas outflow from gas-saturated ice and gas hydrates. *Doklady Earth Sciences*. 2016;470(2):1046–1049. DOI: 10.1134/S1028334X16100019
- [4] Нигматулин РИ. *Динамика многофазных сред. Часть 1*. М.: Наука; 1987. 464 с.
Nigmatulin RI. *Dynamics of Multiphase Media. Vol. 1*. Hemisphere, N.Y.; 1990. 532 p.
- [5] Верещагин АС, Казанин ИВ, Зиновьев ВН, Фомин ВМ. Численное моделирование обогащения воздушно-гелиевой смеси бифункциональным сорбентом на основе стеклянных микросфер. *Прикладная механика и техническая физика*. 2022;63(5):3–19. DOI: 10.15372/PMTF20220501
Vereshchagin AS, Kazanin IV, Zinoviev VN, Fomin VM. Numerical simulation of enrichment of the air-helium mixture with a bifunctional sorbent based on glass microspheres. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2022;63(5):731–745. DOI: 10.1134/S0021894422050017
- [6] Верещагин АС, Казанин ИВ, Зиновьев ВН, и др. Математическая модель проницаемости микросфер с учетом их дисперсионного распределения. *Прикладная механика и техническая физика*. 2013;54(2):88–96. EDN: rjzesb
- Vereshchagin AS, Kazanin IV, Zinoviev VN, et al. Mathematical model of permeability of microspheres with allowance for their size distribution. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2013;54(2):243–250. DOI: 10.1134/S0021894413020090
- [7] Верещагин АС, Фомин ВМ, Зиновьев ВН, Казанин ИВ, Пак АЮ, Лебига ВА. Исследование процесса поглощения гелия микросферами и композитным сорбентом на их основе. *Прикладная механика и техническая физика*. 2021;62(3):60–70. DOI: 10.15372/PMTF20210306
Vereshchagin AS, Fomin VM, Zinoviev VN, Kazanin IV, Pak AYU, Lebiga VA. Investigation of helium adsorption by microspheres and composite sorbent on their basis. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2021;62(3):401–410. DOI: 10.1134/S0021894421030068
- [8] Верещагин АС, Зиновьев ВН, Казанин ИВ, Пак АЮ, Лебига ВА, Фомин ВМ. Модель адсорбции гелия и паров воды пористым композитным сорбентом на основе микросфер. *Доклады Академии Наук. Физика. Техн. науки*. 2020;490(1):18–23. DOI: 10.31857/S2686740020010216
Vereshchagin AS, Zinoviev VN, Kazanin IV, Pak AYU, Lebiga VA, Fomin VM. Model of helium and water vapor adsorption by a microsphere-based porous composite sorbent. *Doklady Physics*. 2020;65(2):46–50. DOI: 10.1134/S1028335820020093
- [9] Голубев ИФ. *Вязкость газов и газовых смесей*. М.: Физматгиз. 1959. 375 с.
Golubev I.F. *Viscosity of gases and gas mixtures*. M.: Fizmatgiz. 1959. 375 p (in Russian).
- [10] Wilke CR. A viscosity equation for gas mixtures. *Journal of Chemical Physics*. 1950;18(4):517–519. DOI: 10.1063/1.1747673
- [11] Barrer RM. *Diffusion in and through solids*. Reprint with corr. Cambridge: Univ. Press. 1951. 464 p.
- [12] Chi-Wang S. *Essentially Non-Oscillatory and Weighted Essentially Non-Oscillatory Schemes for Hyperbolic Conservation Laws: NASA/CR-97-206253*. ICASE Report No 97-65. Institute for Computer Applications in Science; Engineering NASA Langley Research Center. 1997. 80 p.
- [13] Фролов МВ, Верещагин АС, Казанин ИВ. Определение гелиевой проницаемости кремнезёмных микросфер. *Челябинский физико-математический журнал*. 2024;9(2):311–323.
Frolov MV, Vereshchagin AS, Kazanin IV. Determination of helium permeability of silica microspheres. *Chelyabinsk Physics and Mathematics Journal*. 2024;9(2):311–323 (in Russian). DOI: 10.47475/2500-0101-2024-9-2-311-323

Сведения об авторах / Information about the Authors

Верещагин А.С.

доктор физ.-мат. наук, доцент
Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН

Казанин И.В.

кандидат физ.-мат. наук
Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН

Зиновьев И.В.

кандидат физ.-мат. наук
Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН

Фомин В.М.

доктор физ.-мат. наук, профессор, академик РАН
Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН

Vereshchagin A.S.

Sc.D. (Physics & Mathematics), Assist. Prof.
Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics
SB RAS
vereshchag@itam.nsc.ru
ORCID: 0000-0002-9785-3872

Kazanin I.V.

Ph.D. (Physics & Mathematics)
Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics
SB RAS
kazanin@itam.nsc.ru
ORCID: 0000-0002-6865-3142

Zinoviev V.N.

Ph.D. (Physics & Mathematics)
Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics
SB RAS
mechmat@sb-ras.ru
ORCID: 0000-0002-5373-8274

Fomin V.M.

Sc.D. (Physics & Mathematics)
Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics
SB RAS
mechmat@sb-ras.ru
ORCID: 0000-0002-2811-0143



Численное исследование динамики детонационных волн в пузырьковой жидкости при скачкообразном уменьшении диаметра цилиндрического канала

И.К. Гималтдинов✉, А.С. Родионов, Е.Ю. Кочанова

Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа

E-mail: iljas_g@mail.ru

Рассмотрены процессы отражения и дифракции волны давления в цилиндрическом канале, наполненном пузырьковой жидкостью, при наличии скачкообразного уменьшения диаметра канала. Рассматривается случай, когда газовая фаза пузырьковой жидкости является взрывчатой газовой смесью. Основная цель работы – численное исследование динамики детонационных волн в пузырьковой жидкости при скачкообразном уменьшении диаметра цилиндрического канала. Для численного анализа эволюции волн в цилиндрическом канале, заполненном пузырьковой жидкостью, применяется система уравнений в лагранжевых переменных, где в качестве лагранжевых переменных приняты эйлеровы координаты в начальный момент времени. В качестве газовой фазы для расчетов принимается ацетилено-кислородная стехиометрическая смесь, а в качестве жидкой фазы – водоглицериновый раствор с массовой долей глицерина 0.5. Показано, что при прохождении волн повышенного давления в цилиндрических каналах со скачкообразным уменьшением диаметра, содержащих пузырьковую жидкость с горючим газом, возможно как непрерывное распространение детонации, так и затухание детонации. Кроме того, переход от одного режима детонации к другому зависит не только от поперечных размеров узкой части канала, но и от объемного содержания пузырьков. Установлено, что при прохождении волн повышенного давления в цилиндрических каналах со скачкообразным уменьшением диаметра, содержащих пузырьковую жидкость с горючим газом детонация может быть обусловлена следующими причинами: столкновение падающей волны с жесткими стенками в области уменьшения диаметра канала; в результате интерференции волн при распространении из широкой в узкую часть канала. Анализ динамики распространения детонационных волн показывает, что при низком объемном газосодержании детонация образуется только при переходе волн повышенного давления в узкую часть канала в сторону движения падающей волны вследствие интерференции волн.

Ключевые слова: пузырьковая жидкость, детонация, инициирование взрыва, цилиндрический канал

Работа выполнена при поддержке госзадания Минобрнауки РФ на тему «Разработка и создание малотоннажных продуктов и реагентов (ингибиторы коррозии и солеотложения, антиоксиданты, биоциды, присадки и др.) для процессов нефтегазохимии и очистки водных сред от загрязнений, замещающих импортные вещества и материалы. Теоретические и экспериментальные подходы (FEUR –2023–0006)».

Numerical study of the dynamics of detonation waves in a bubbly liquid with an abrupt decrease in the diameter of a cylindrical channel

I.K. Gimaltdinov✉, A.S. Rodionov, E.Y. Kochanova

Ufa State Oil Technical University, Ufa, Russia

E-mail: iljas_g@mail.ru

The processes of reflection and diffraction of a pressure wave in a cylindrical channel filled with a bubbly liquid are considered in the presence of an abrupt decrease in the channel diameter. The case is considered when the gas phase of the bubbly liquid is an explosive gas mixture. The main purpose of the work is numerical study of the dynamics of detonation waves in a bubbly liquid with an abrupt decrease in the diameter of a cylindrical channel. To numerically analyze the evolution of waves in a cylindrical channel filled with a bubbly liquid, a system of equations in Lagrangian variables was used, where the Eulerian coordinates at the initial moment of time are taken as Lagrangian variables. An acetylene-oxygen stoichiometric mixture was used as the gas phase for calculations. As a liquid phase, a water-glycerin solution with a mass fraction of 0.5 glycerin was used. It is shown that when high-pressure waves pass through cylindrical channels with an abrupt decrease in diameter containing a bubbly liquid with a combustible gas, both continuous propagation of detonation and attenuation of detonation are possible; and the transition from one detonation mode to another depends not only on the transverse dimensions of the narrow part of the channel, but also on the volume content of bubbles. It has been established that when

high-pressure waves pass through cylindrical channels with an abrupt decrease in diameter containing a bubbly liquid with a combustible gas, detonation can be caused by the following reasons: collision of an incident wave with rigid walls in the area of channel diameter reduction; as a result of interference of waves during propagation from a wide to a narrow part of the channel. An analysis of the dynamics of detonation wave propagation shows that with a low volume gas content, detonation is formed only when high-pressure waves pass into a narrow part of the channel in the direction of the incident wave movement due to wave interference.

Keywords: bubbly liquid, detonation, explosion initiation, cylindrical channel

1. Введение

В пузырьковой жидкости с горючим газом внутри пузырьков могут распространяться детонационные волны (ДВ) амплитудой около 100 атм [1–3]. Это явление уникальное, так как, во-первых, калорийность пузырьковой смеси на несколько порядков меньше, чем аналогичный параметр для традиционных твердых взрывчатых веществ (ВВ), но тем не менее в таких системах могут инициироваться и распространяться детонационные волны; во-вторых, с увеличением калорийности смеси (с увеличением объемного содержания газа) скорость распространения ДВ уменьшается, хотя в традиционных ВВ скорость детонации с увеличением калорийности увеличивается. Геометрическая форма канала существенно влияет на амплитуду распространяющихся в ней волн. Возможность инициирования слабым импульсом давления детонационной волны в цилиндрическом канале с помощью входного сужающегося участка численно исследовано в [4]. Выявлено, что в зависимости от объемного содержания пузырьков возможны два режима дальнейшей эволюции детонационной волны, возникающей за счет усиления волн в сужающихся каналах. Если объемное содержание пузырьков выше некоторого критического значения, то детонационная волна распространяется в обоих направлениях от места взрыва. В том случае, когда объемное содержание ниже этого критического значения, детонационная волна движется в направлении сужения канала. В сужающихся емкостях с закрытым дном показано появление «отраженной детонации», заключающейся в возникновении устойчивой детонационной волны при отражении от дна канала или от слоя «чистой» жидкости, экранирующего дно.

Исследованию распространения детонационных волн в канале с внезапным расширением, заполненном пузырьковой жидкостью, посвящена работа [5]. В этой работе установлено, что возможны два режима распространения детонации при переходе детонационной волны в расширяющуюся зону: непрерывное распространение детонации и затухание детонации. Переход от одного режима детонации к другому зависит не только от поперечных размеров узкой части канала, но и от объемного содержания пузырьков. Численный анализ волновой структуры в активных пузырьковых системах в ударных трубах с резкими изменениями профиля в виде «скачков» сечения и волноводом с однофазной жидкостью выполнен в [6], в этой же работе в осесимметричной постановке исследованы эффекты усиления волн в результате отражения от стенки и при их фокуси-

ровке на торце соосного с каналом жесткого стержня.

Целью настоящей работы, как логического продолжения работ [4, 5], является численное моделирование процесса распространения детонационной волны в пузырьковой жидкости в канале с внезапным сужением поперечного сечения.

2. Постановка задачи

Рассмотрим цилиндрический канал, заполненный газожидкостной смесью, со скачкообразным изменением площади сечения (рис. 1). Полагаем, что газовая фаза пузырьковой жидкости является взрывчатой газовой смесью (например, смесь ацетилена с кислородом или «гремучий» газ). В момент времени $t = 0$ на границе $z_0 = 0$ скачкообразно повышается давление на величину Δp_0 . Необходимо определить динамику волнового процесса при $t > 0$.

Для описания двумерного осесимметричного волнового движения пузырьковой среды примем следующие допущения: смесь является монодисперсной, т.е. в каждом элементарном объеме все пузырьки сферические и одинакового радиуса, вязкость и теплопроводность существенны лишь в процессе межфазного взаимодействия и, в частности, при пульсации пузырьков; отсутствует массообмен между пузырьками и жидкостью. На основе этих допущений запишем закон сохранения массы для каждой фазы, числа пузырьков и импульсов в односкоростном приближении [7–9]:

$$\frac{d\rho_i}{dt} + \rho_i \frac{v_r}{r} + \rho_i \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (i = l, g),$$

$$\frac{dn}{dt} + n \frac{v_r}{r} + n \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = 0,$$

$$\rho_l^0 \frac{dv_r}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial r} = 0, \quad \rho_l^0 \frac{dv_z}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial z} = 0,$$

$$w = \frac{da}{dt} \left(\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_r \frac{\partial}{\partial r} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \right),$$

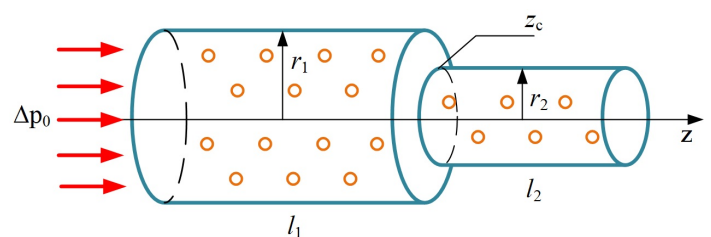


Рис. 1. Схема задачи

$$\alpha_l + \alpha_g = 1, \quad \alpha_g = \frac{4}{3}\pi n a^3, \quad \rho_i = \rho_i^0 \alpha_i, \quad \rho = \rho_g + \rho_l.$$

Здесь ρ_i — плотности фаз; ρ_i^0 — истинные плотности фаз; r и z — цилиндрические координаты; v_r — радиальная компонента скорости; v_z — проекция скорости на ось координат z ; n — число пузырьков в единице объема; p_i — давления фаз; w — радиальная скорость поверхности пузырьков; a — радиус пузырьков; α_i — объемные содержания фаз. Нижними индексами $i = l, g$ отмечены параметры жидкой и газовой фаз; индекс «0» внизу относится к начальному невозмущенному состоянию.

При описании радиального движения будем полагать, что скорость радиального движения w состоит из двух слагаемых:

$$w = w_R + w_A,$$

где w_R описывается уравнением Рейля–Ламба:

$$a \frac{dw_R}{dt} + \frac{3}{2} w_R^2 + 4v_l \frac{w_R}{a} = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0},$$

где v_l — кинематическая вязкость жидкости.

Добавка w_A определяется из решения задачи о сферической разгрузке на сфере радиуса a в несущей жидкости в акустическом приближении:

$$w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}},$$

где C_l — скорость звука в «чистой» жидкости.

Уравнение для давления внутри пузырьков с учетом однородности давления записывается в виде:

$$\frac{dp_g}{dt} = -\frac{3\gamma p_g w}{a} - \frac{3(\gamma - 1)q}{a},$$

где γ — показатель адиабаты для газа; q — интенсивность теплообмена.

Интенсивность межфазного теплообмена примем в виде [10]:

$$q = \text{Nu}_l \lambda_l \frac{T_g - T_0}{2a},$$

где Nu_i — число Нуссельта для фаз; λ_l — коэффициент теплопроводности жидкости; T_g — температура газа; $T_0 = \text{const}$ — температура жидкости.

Числа Нуссельта и Пекле имеют вид:

$$\text{Nu}_l = 0.65 \sqrt{\text{Pe}_l}, \quad \text{Pe}_l = \frac{2a|v_{lg}|}{k_l},$$

$$|v_{lg}| = \sqrt{u_{lg}^2 + v_{lg}^2},$$

$$\frac{\partial u_{lg}}{\partial t} = -2 \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{3}{a} w u_{lg} - \frac{3f_x}{2\pi a^3 \rho_l^0},$$

$$\frac{\partial v_{lg}}{\partial t} = -2 \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{3}{a} w v_{lg} - \frac{3f_y}{2\pi a^3 \rho_l^0},$$

$$f_x = \frac{1}{2} C_D \pi a^3 u_{lg} |v_{lg}|, \quad f_y = \frac{1}{2} C_D \pi a^3 v_{lg} |v_{lg}|,$$

$$C_D = \begin{cases} \frac{48}{\text{Re}}, & 0 \leq \text{Re} < 180, \\ \frac{\text{Re}^{4/3}}{10^{3.6}}, & \text{Re} > 180, \end{cases}$$

$$\text{Re} = \frac{2a|v_{lg}|}{v_l}, \quad k_l = \frac{\lambda_l}{\rho_l^0 c_l}.$$

Здесь Re_i — число Пекле для фаз; v_{lg} — относительная скорость фаз; k_l — коэффициент температуропроводности жидкости; $\mathbf{f} = (f_x, f_y)$ — сила вязкого трения; C_D — коэффициент сопротивления; Re — число Рейнольдса; c_l — удельная теплоемкость жидкости при постоянном давлении.

Уравнение состояния для несущей фазы примем в акустическом приближении:

$$p_l = p_0 + C_l^2 (\rho_l^0 - \rho_{l0}^0).$$

Считая газ калорически совершенным, запишем уравнение Клапейрона–Менделеева:

$$p_g = \rho_g^0 R T_g,$$

где R — универсальная газовая постоянная.

3. Методика численного расчета

Для численного анализа эволюции волн в цилиндрическом канале, заполненном пузырьковой жидкостью, удобнее пользоваться системой уравнений, приведенной выше, но записанной в лагранжевых переменных. В качестве лагранжевых переменных приняты эйлеровы координаты в начальный момент времени. Тогда система примет вид:

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = \frac{r}{r_0} \frac{1}{J\rho} \left(\frac{\partial p_{liq}}{\partial r_0} \frac{\partial r}{\partial z_0} - \frac{\partial p_{liq}}{\partial z_0} \frac{\partial r}{\partial r_0} \right), \quad \frac{\partial z}{\partial t} = v_z,$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} = -\frac{r}{r_0} \frac{1}{J\rho} \left(\frac{\partial p_{liq}}{\partial r_0} \frac{\partial r}{\partial z_0} - \frac{\partial p_{liq}}{\partial z_0} \frac{\partial r}{\partial r_0} \right), \quad \frac{\partial r}{\partial t} = v_r,$$

$$\frac{\partial p_g}{\partial t} = -\frac{3\gamma p_g w}{a} - \frac{3(\gamma - 1)q}{a},$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} = w = w_R + w_A,$$

$$\frac{\partial w_R}{\partial t} = \left(\frac{p_g - p_l}{\rho_l^0} - \frac{3}{2} w_R^2 - 4v_l \frac{w_R}{a} \right) \frac{1}{a}, \quad w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}},$$

$$\frac{\partial \alpha_g}{\partial t} = 3 \frac{\alpha_g w}{a} - \frac{\alpha_g}{J} \frac{\partial J}{\partial t},$$

$$\frac{\partial p_l}{\partial t} = \frac{C_l^2 \rho_l^0}{1 - \alpha_g} \left(\frac{3\alpha_g w}{a} - \frac{\alpha_g}{J} \frac{\partial J}{\partial t} \right),$$

$$q = \text{Nu}_l \lambda_l \frac{T_g - T_0}{2a}, \quad \text{Nu}_l = 0.65 \sqrt{\text{Pe}_l}, \quad \text{Pe}_l = \frac{2a|v_{lg}|}{k_l},$$

$$|v_{lg}| = \sqrt{u_{lg}^2 + v_{lg}^2},$$

$$\frac{\partial u_{lg}}{\partial t} = -2 \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{3}{a} w u_{lg} - \frac{3 f_x}{2 \pi a^3 \rho_l^0},$$

$$\frac{\partial v_{lg}}{\partial t} = -2 \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{3}{a} w v_{lg} - \frac{3 f_y}{2 \pi a^3 \rho_l^0},$$

$$f_x = \frac{1}{2} C_D \pi a^3 u_{lg} |v_{lg}|, \quad f_y = \frac{1}{2} C_D \pi a^3 v_{lg} |u_{lg}|,$$

$$C_D = \begin{cases} \frac{48}{Re}, & 0 \leq Re < 180, \\ \frac{Re^{4/3}}{10^{3.6}}, & Re > 180, \end{cases}$$

$$Re = \frac{2a |v_{lg}|}{\nu_l}, \quad k_l = \frac{\lambda_l}{\rho_l^0 c_l},$$

$$p_{liq} = p_0 + C_{liq}^2 (\rho_{liq}^0 - \rho_{liq}^0), \quad p_g = \rho_g B T_g,$$

$$\left(J = \frac{r}{r_0} \left(\frac{\partial z}{\partial z_0} \frac{\partial r}{\partial r_0} - \frac{\partial z}{\partial r_0} \frac{\partial r}{\partial z_0} \right), \right.$$

$$\left. \frac{\partial J}{\partial t} = \frac{v_r J}{r} + \frac{r}{r_0} \left(\frac{\partial v_z}{\partial z_0} \frac{\partial r}{\partial r_0} + \frac{\partial z}{\partial z_0} \frac{\partial v_r}{\partial r_0} - \frac{\partial v_z}{\partial r_0} \frac{\partial r}{\partial z_0} - \frac{\partial z}{\partial r_0} \frac{\partial v_r}{\partial z_0} \right) \right),$$

где z_0 и r_0 — лагранжевы переменные; J — якобиан перехода от лагранжевых к эйлеровым переменным [10]; B — газовая постоянная.

Будем полагать, что температура газа внутри пузырьков при достижении некоторого значения T_* мгновенно изменяется на величину ΔT , соответствующую теплотворной способности газа, вследствие чего давление в газе повышается. Физически это соответствует тому, что период индукции химических реакций значительно меньше характерного времени пульсации пузырьков.

В качестве газовой фазы для расчетов принимается ацетилено-кислородная стехиометрическая смесь $C_2H_2 + 2.5O_2$. Такой выбор газовой фазы обусловлен тем, что она использовалась в большинстве экспериментов [1–3]. В качестве жидкой фазы — водоглицериновый раствор с массовой долей глицерина 0.5. Для ацетилено-кислородной стехиометрической смеси за температуру воспламенения и добавку к температуре газа приняты следующие значения: $T_* = 1000$ К, $\Delta T = 3200$ К. Для того чтобы различать области, где произошла детонация, а где нет, вводится индикатор детонации.

Приведенная выше система решалась численно по явной схеме. Приведенные уравнения, из-за учета межфазного теплообмена и акустической разгрузки пузырьков, являются системой с достаточно сильной естественной диссипацией, поэтому не требуется вводить искусственную вязкость [10].

4. Начальные и граничные условия

Условия при $t = 0$, соответствующие исходному состоянию однородной пузырьковой смеси в канале, запишутся в виде:

$$v_z = v_r = 0, \quad p_l = p_0, \quad p_g = p_0, \quad a = a_0, \quad w = 0,$$

$$T_g = T_0, \quad \alpha_g = \alpha_{g0}, \quad \rho = \rho_{l0}^0 (1 - \alpha_{g0}).$$

Иницирующее возмущение давления на границе пузырьковой жидкости ($z_0 = 0$) задается в виде сигнала в форме «ступеньки». Соответствующее граничное условие запишется в виде:

$$p(t, r_0) = p_0 + \Delta p_0 \text{ при } z_0 = 0,$$

где Δp_0 — амплитуда давления. На границах расчетной области приняты условия такие, как на жесткой стенке, т.е. равенство нулю нормальной компоненты скорости.

5. Результаты расчетов

Под действием граничного давления $\Delta p_0 = 2.5$ МПа в широкой части канала формируется детонационная волна амплитудой около 10 МПа, распространяющаяся со скоростью приблизительно 700 м/с (рис. 2(a)). При достижении детонационной волной области сужения цилиндрического канала происходит увеличение амплитуды вследствие удара о стенки до 30 МПа (рис. 2(б)). В дальнейшем отраженная от стенок волна движется в обратном направлении и затухает (рис. 2(в)). Детонация продолжает распространяться в узкой части канала с амплитудой около 10 МПа, скорость детонационной волны при этом составляет также около 700 м/с (рис. 2(г), (з)).

На рис. 3 изображены эпюры давления при распространении ступенчатого импульса с недостаточной для детонации амплитуды в цилиндрическом канале со скачкообразным уменьшением диаметра сечения при объемном содержании газа равном 1 % (рис. 3(а)–(в)) и 3 % (рис. 3(з)–(е)). Граничное давление инициирует появление волны амплитудой $\Delta p_0 = 1.0$ МПа, которая распространяется в широкой части канала вдоль оси z со скоростью приблизительно 300 м/с (рис. 3(а)). Распространяющаяся волна имеет осцилляционную структуру, что связано с радиальной инерцией пузырьковой жидкости [7]. В момент времени 0.82 мс (рис. 3(б)) происходит столкновение волны со стенками в месте изменения диаметра, амплитуда волны увеличивается, и температура внутри пузырьков достигает значения температуры воспламенения, что приводит к детонации области около стенок. Появившаяся детонационная волна огибает стенки и распространяется в узкой части канала, где происходит увеличение амплитуды вследствие наложения волн в центральной области цилиндрического канала (рис. 3(в)), это приводит к увеличению скорости волны до 800 м/с. Амплитуда детонационной волны постепенно увеличивается до 10 МПа. Отраженная от стенок сужения волна при этом затухает вследствие поджатости пузырьковой среды в широкой части канала [7].

При более высоких значениях объемного газосодержания отраженная от стенок волна также способна вызвать детонацию. Рассмотрим эпюры (рис. 3(з)–(е)) при объемном газосодержании равном 3 %. Вследствие падения волны с начальной амплитудой $\Delta p_0 = 1.0$ МПа и скоростью 170 м/с на стенку в момент времени 0.5 мс в узкой части канала зарождается детонационная волна, которая распространяется вдоль оси z , достигая амплитуды 10 МПа и скорости 590 м/с. Однако, в описанном

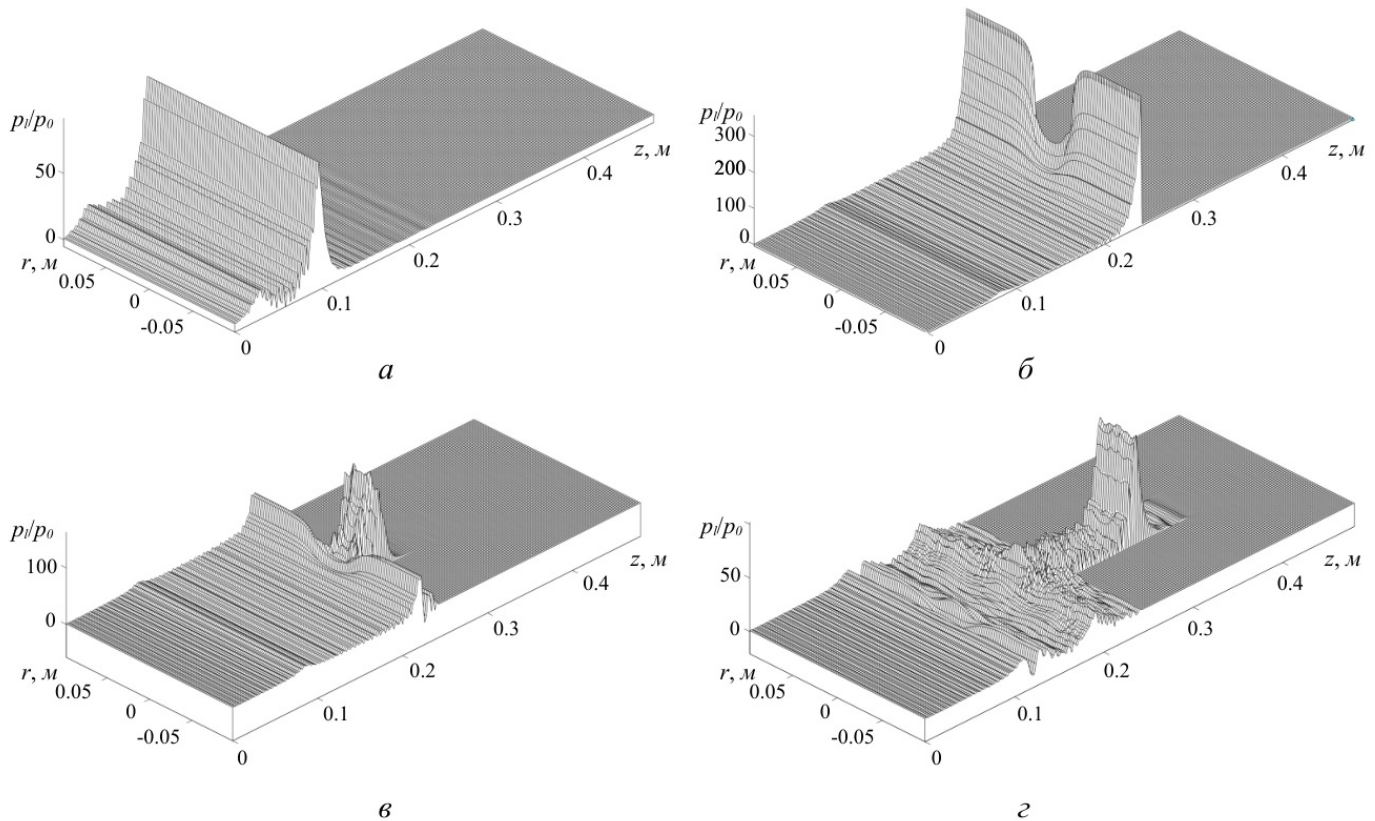


Рис. 2. Эпюры давления для импульса конечной длительности при $\Delta p_0 = 2.5$ МПа в канале цилиндрической формы с сужением для различных моментов времени: (а) 0.015, (б) 0.032, (в) 0.033, (г) 0.040 мс. Параметры системы: газ – ацетилено-кислородная смесь, жидкость – 50 % по массе, водоглицериновый раствор: $p_0 = 0.1$ МПа, $T_0 = 293$ К, $\rho_l^0 = 1130$ кг/м³, $\nu_l = 6 \cdot 10^{-6}$ м²/с, $c_l = 3.3$ кДж/(кг·К), $\lambda_l = 0.42$ Вт/(м·К), $C_l = 1700$ м/с, $\rho_g^0 = 1.29$ кг/м³, $\lambda_g = 2.6 \cdot 10^{-2}$ Вт/(м·К), $\alpha_{g0} = 0.01$, $a_0 = 1.25$ мм, $\gamma = 1.36$

случае в поджатой среде, обладающей большим газосодержанием, инициируется детонационная волна амплитудой 20 МПа, движущаяся в обратном направлении со скоростью 1000 м/с.

Для иллюстрации процесса распространения детонации в широкой и узкой частях канала рассмотрим карты детонации при различном объемном содержании газа в пузырьковой среде. Темные зоны соответствуют областям пузырьковой жидкости, где произошла детонация, в светлых зонах, соответственно, детонации еще не было.

На рис. 4 представлены эпюры давления и соответствующие им карты детонации для разных значений объемного газосодержания. На рис. 4(а) показаны эпюры, иллюстрирующие процесс распространения детонационной волны при объемном содержании газа равном 1 %. Как следует из анализа соответствующей карты детонации, происходит зарождение детонационной волны на стенках сужения и последующее ее распространение в узкой части, вследствие поджатости пузырьковой среды, распространение детонационной волны в обратную сторону не происходит.

При объемном содержании газа равном 2 % (рис. 4(б)) происходят процессы, аналогичные выше-

описанному случаю, за счет чего происходит распространение детонационной волны в узкой части канала. Однако, вследствие большего значения объемного газосодержания становится возможным появление детонации в обратном направлении, обусловленной интерференцией волн, отраженных от стенок узкой части. На карте детонации (рис. 4(б)) видно, что таким образом происходит детонация в окрестностях точки с координатами (0; 0.09), но из-за поджатости среды детонация в этой области быстро затухает и дальнейшего распространения детонационной волны в обратную сторону не происходит.

Ситуация с дальнейшим увеличением объемного содержания газа до 3 % и 4 % показана на рис. 4(в) и (г) соответственно. Вследствие большего содержания горючего газа происходит зарождение детонационной волны, распространяющейся в обратную сторону. На всех описанных картах детонации (рис. 4(а)–(г)) видна осцилляционная структура детонационной волны, что приводит к появлению областей с поджатыми пузырьками, где не произошла детонация. Дальнейшее увеличение содержания газа приводит к полному прогоранию пузырьков в обратном направлении и таких областей не наблюдается.

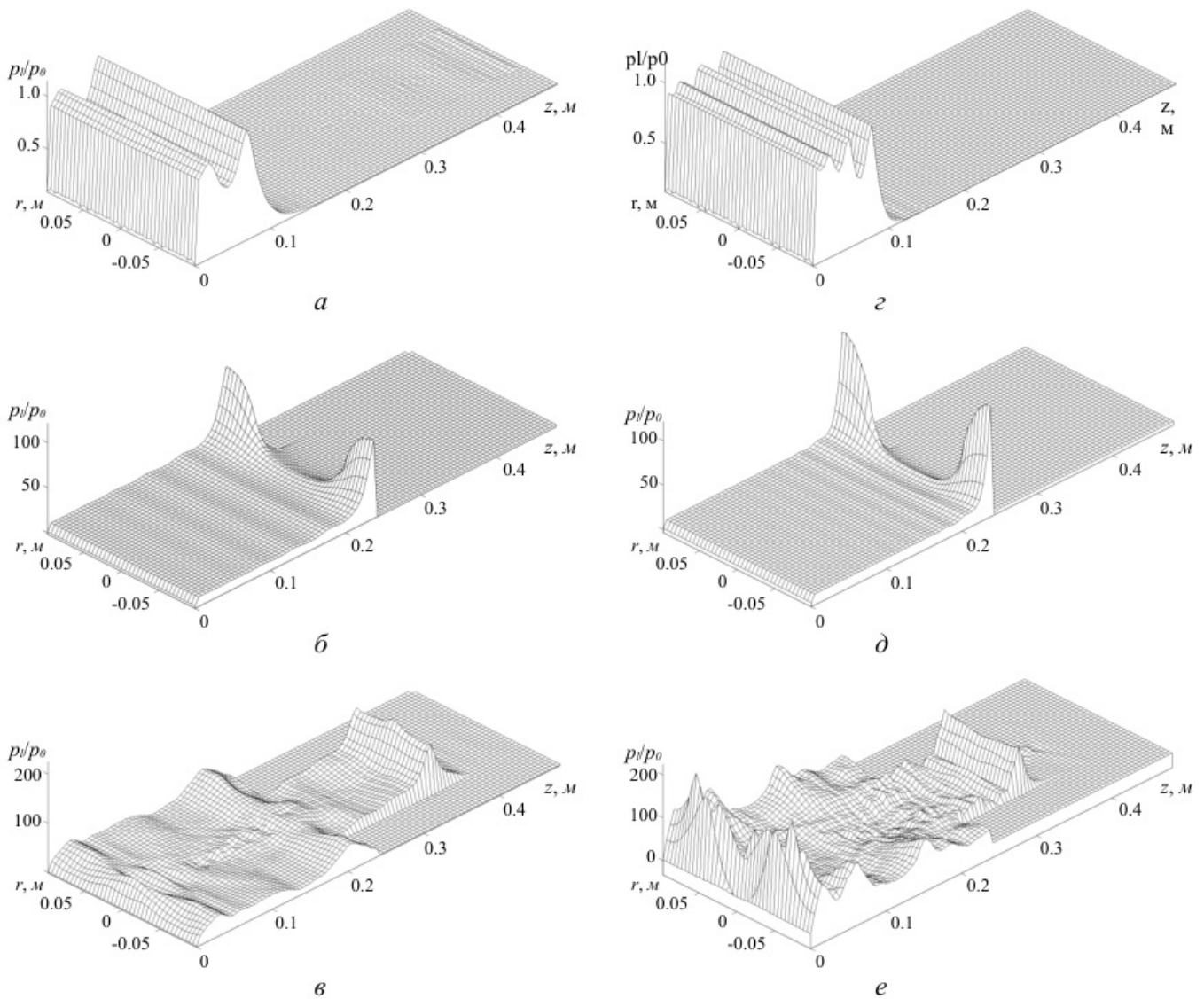


Рис. 3. Эпюры давления для импульса типа «ступенька» при $\Delta p_0 = 1.0$ МПа в канале цилиндрической формы с сужением для различных моментов времени: (а) 0.30, (б) 0.82, (е) 1.00 мс при $\alpha_{g0} = 0.01$, (z) 0.5, (d) 1.4, (e) 1.6 мс при $\alpha_{g0} = 0.03$. Остальные параметры такие же, как на рис. 2

В описанных выше примерах причиной детонации является удар о стенку в месте изменения диаметра, однако возможны случаи, когда амплитуды волны недостаточно для появления детонации от удара о стенку, но детонационная волна все равно способна инициироваться из-за наложения волн в узкой части канала. На рис. 5 представлены эпюры давления, иллюстрирующие процесс распространения волны давления типа «ступенька» амплитудой $\Delta p_0 = 0.5$ МПа в цилиндрическом канале со скоростью 240 м/с. Движение волны до столкновения со стенками области сужения канала подобно ситуации, изображенной на рис. 2. Однако, в силу недостаточно большого значения амплитуды давления столкновение со стенками (рис. 5(а)) не вызывает детонации. Детонация инициируется позже в области сужения (рис. 5(б)). Это обусловлено наложением волн, огибающих стенки узкой части. На рис. 5(в), (z) показано

дальнейшее распространение детонационной волны со скоростью 700 м/с. В обратную сторону детонационная волна не распространяется из-за наличия поджатости пузырьковой среды. Также стоит отметить, что вследствие наложения волн детонация зарождается в области, расположенной немного дальше от сужения канала.

На рис. 6(а), (б) показаны эпюры давления в канале с радиусом узкой части канала 0.07 м в момент достижения ступенчатого импульса начала области сужения. Как следует из анализа рис. 6(а), детонация наблюдается только при ударе о стенки сужения и дальнейшего распространения детонационной волны не происходит, так как при выбранной геометрии канала амплитуды, возникшей из-за наложения волн (рис. 6(б)), недостаточно для инициирования детонации. Отраженная от стенок волна, имеющая амплитуду 3 МПа, также не способна в дальнейшем поджечь пузырьковую жидкость

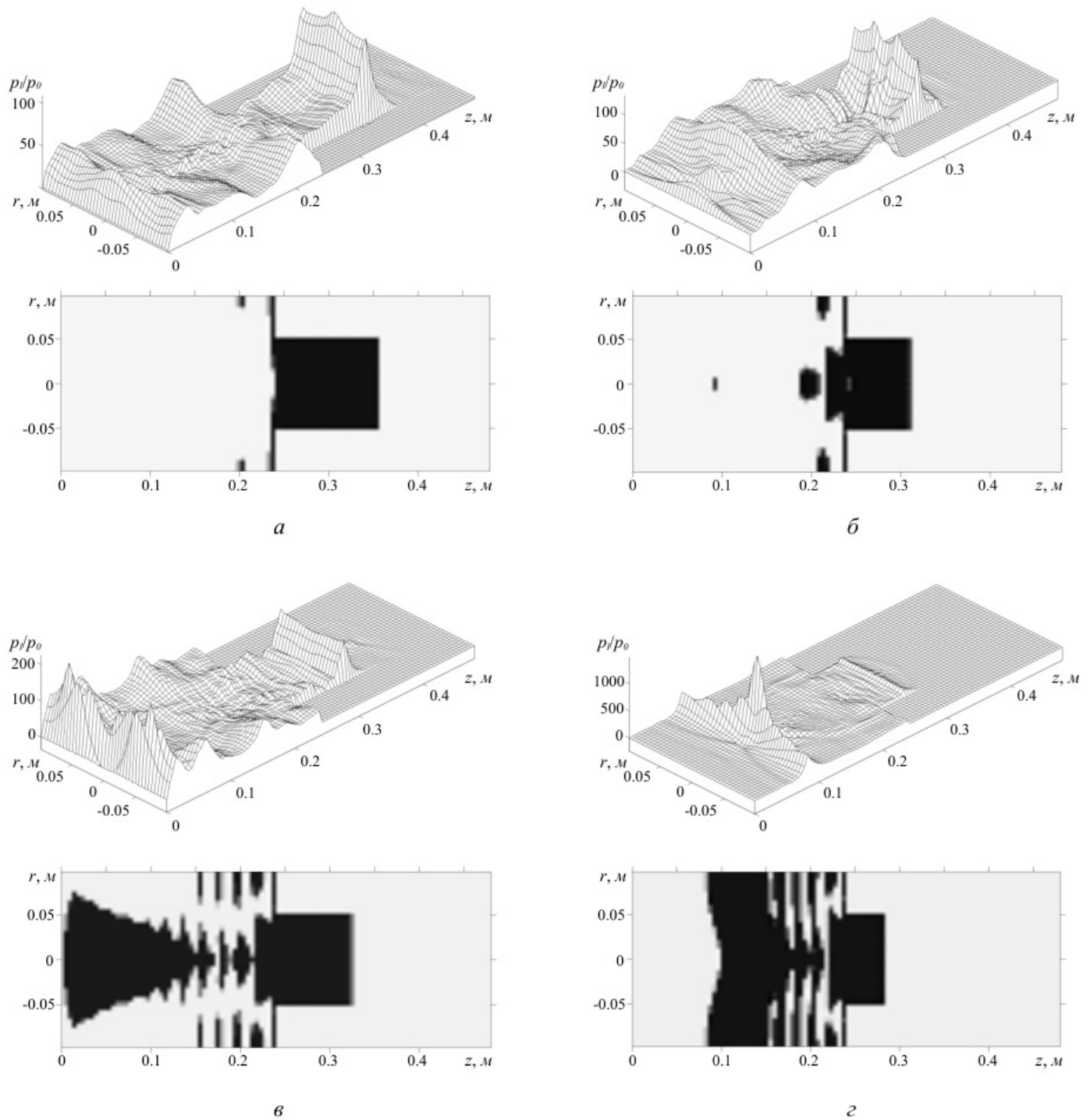


Рис. 4. Эпюры давления и карта детонации при различных значениях объемного газосодержания: (а) 1 %, (б) 2 %, (в) 3 %, (г) 4 %. Начальная амплитуда давления 0.1 МПа. Остальные параметры такие же, как на рис. 2

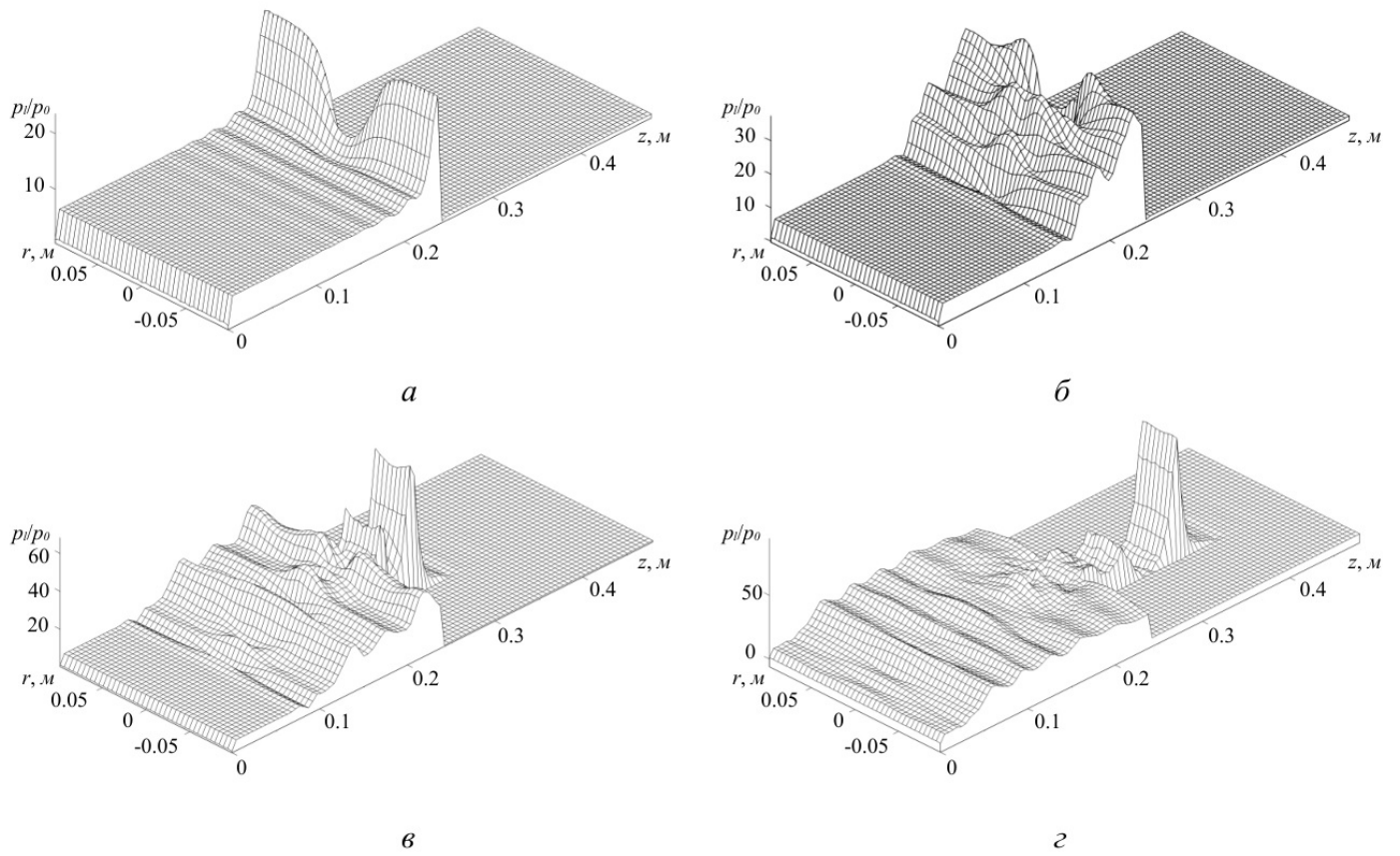


Рис. 5. Эпюры давления для импульса типа «ступенька» при $\Delta p_0 = 0.5$ МПа в канале цилиндрической формы с сужением для различных моментов времени: (а) 0.100, (б) 0.106, (в) 0.111, (г) 0.119 мс. Остальные параметры такие же, как на рис. 2

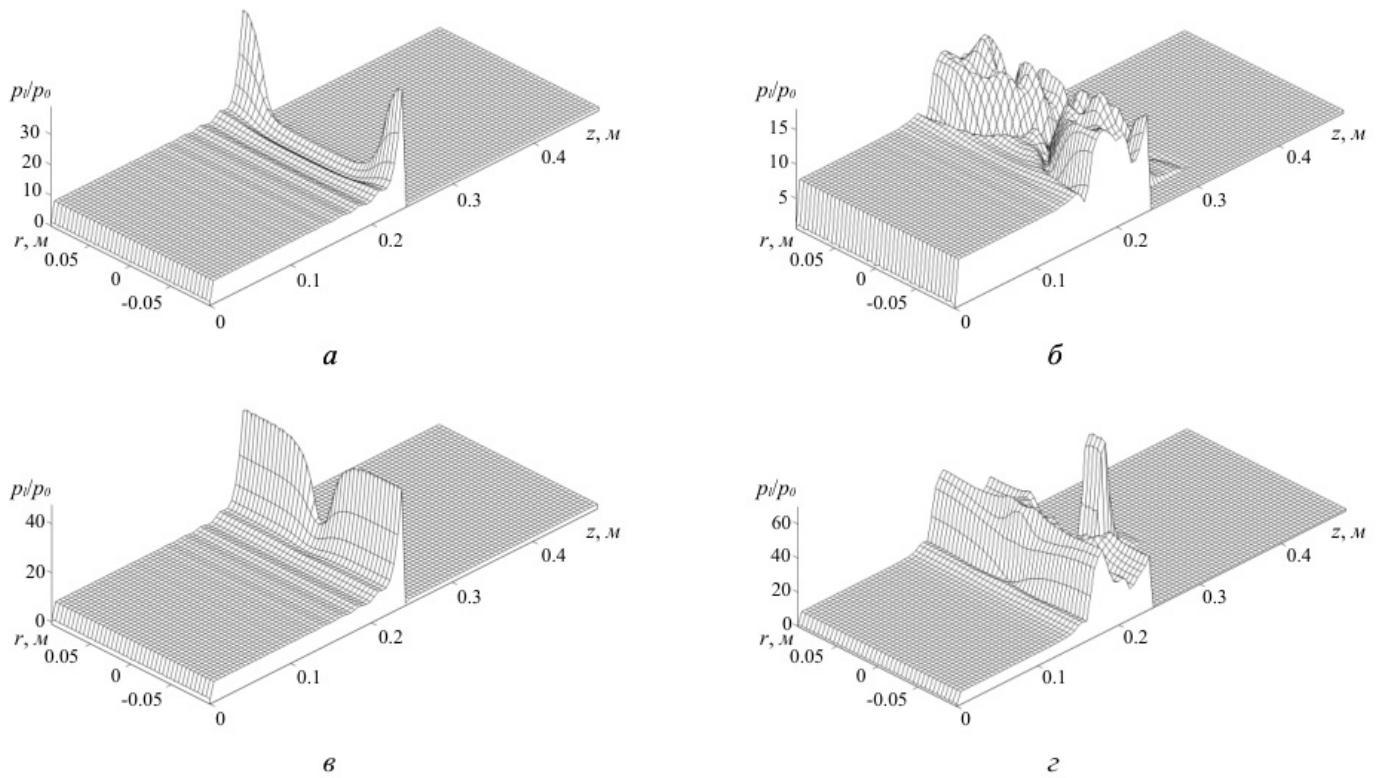


Рис. 6. Эпюры давления для импульса типа «ступенька» при $\Delta p_0 = 0.5$ МПа в канале цилиндрической формы с сужением для различных моментов времени: (а) 0.090, (б) 0.095 мс для радиуса узкой части 0.07 м, (в) 0.090, (г) 0.095 мс для радиуса узкой части 0.01 м. Остальные параметры такие же, как на рис. 2

вследствие поджатости среды, где происходит распространение волны.

Уменьшение радиуса узкой части канала способствует появлению детонационной волны. Рассмотрим ситуацию, показанную на рис. 6(б), (г). Здесь показаны эпюры в канале с радиусом узкой части равной 0.01 м, в этом случае происходит детонация от удара о стенку в области сужения, но вследствие меньшего радиуса узкой части достигается необходимая амплитуда для зарождения и распространения детонационной волны в узкой части канала. Отраженная волна, как и в предыдущем случае, не вызывает детонации из-за поджатости пузырьковой среды.

На рис. 7 показаны области, обусловленные различными факторами появления детонации, для этого рассмотрен канал радиусом $r_1 = 0.28$ м, протяженность широкой части канала $l_1 = 0.24$ м, общая протяженность канала — 0.48 м. Расчеты проведены при объемном содержании газа равном 1 %.

Сплошная линия соответствует критическим значениям радиуса узкой части канала r_1 и перепада давления Δp_0 , необходимым для возникновения детонации при достижении узкой части канала за счет удара о стенки сужения и фокусировки при их огибании волной. Пунктирная линия — критические параметры, при которых детонация происходит внутри узкой части канала. В области I значения давления недостаточно для возникновения детонации в рассматриваемом канале. При значениях давления и радиуса из зоны II детонация на стенках канала и в начале канала не происходит, пузырьковая жидкость загорается за счет наложения волн в узкой части канала. В зоне III детонация происходит в самом начале канала (z_d), что обусловлено повышением давления при ударе о стенки и наложения волн при огибании стенок канала на z_d . При амплитуде начального давления больше 12 атм детонация пузырьковой жидкости происходит сразу.

Дополнительные исследования показывают наличие зависимости критического радиуса, необходимого для зарождения детонации в пузырьковой жидкости, от объемного газосодержания. Увеличение объемного газосодержания в пределах от 1 до 5 % приводит к увеличению критического радиуса на 10 %. Также имеется слабая зависимость критического радиуса от радиуса пузырьков: увеличение радиуса пузырька от 1 до 2 мм повышает критический радиус на 3 %. Численные расчеты показали, что при сформировавшемся ступенчатом импульсе величина критического радиуса практически не зависит от расстояния до узкой части в цилиндрическом канале, небольшое влияние в этом случае способны оказывать осцилляции, присутствующие в ступеньке.

6. Заключение

При прохождении волн повышенного давления в цилиндрических каналах со скачкообразным уменьшением диаметра, содержащих пузырьковую жидкость с горючим газом, установлено, что детонация может быть обусловлена следующими причинами:

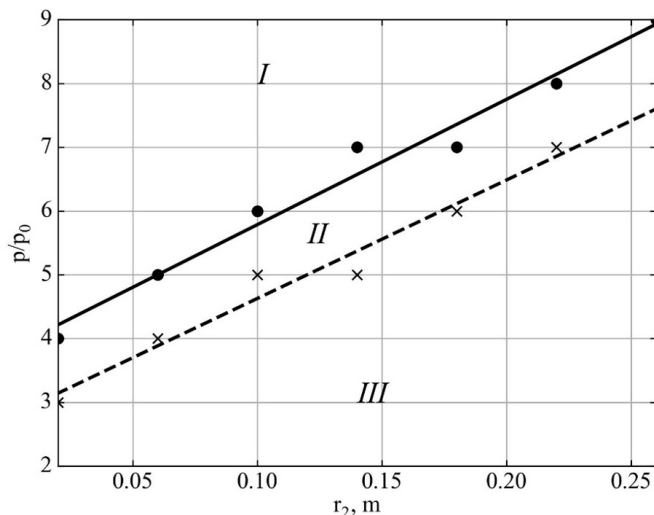


Рис. 7. Распределение факторов детонации в зависимости от радиуса узкой части канала r_1 и перепада давления Δp при объемном содержании горючего газа в пузырьковой жидкости равном 1 %

- столкновение падающей волны с жесткими стенками в области уменьшения диаметра канала;
- в результате интерференции волн при распространении из широкой части канала в узкую.

Анализ динамики зоны детонации позволяет заключить, что при низком объемном содержании пузырьков с горючим газом отраженная от стенок области сужения канала детонационная волна может не вызвать зажигания «поджатых» пузырьков, что приведет к распространению детонации только в узкой области в сторону движения падающей волны.

Список литературы / References

- [1] Сычев АИ. Волна детонации в системе жидкость–пузырьки газа. *Физика горения и взрыва*. 1985;21(3):103–110. EDN: zjriob
Sychev AI. Detonation waves in a liquid-gas bubble system. *Combust Explos Shock Waves*. 1985;21:365–372. DOI: 10.1007/BF01463860
- [2] Сычев АИ, Пинаев АВ. Самоподдерживающаяся детонация в жидкостях с пузырьками взрывчатого газа. *Прикладная механика и техническая физика*. 1986;27(1):133–138. EDN: zwiicll
Sychev AI, Pinaev AV. Self-sustaining detonation in liquids with bubbles of explosive gas. *J Appl Mech Tech Phys*. 1986;27:119–123. DOI: 10.1007/BF00911132
- [3] Сычев АИ. Управляемая пузырьковая детонация. *Теплофизика высоких температур*. 2019;57(2):291–297. DOI: 10.1134/S0040364419020224
Sychev A I. Controlled Bubble Detonation. *High Temperature*. 2019;57(2):263–268. DOI: 10.1134/S0018151X19020214
- [4] Лепихин СА, Галимзянов МН, Гималтдинов ИК. Иницирование детонационных волн в каналах переменного сечения, заполненных жидкостью с пузырьками горючего газа. *Теплофизика высоких температур*. 2010;48(2):234–240. EDN: lojhrl
Lepikhin SA., Galimzyanov MN, Gimaltidinov IK. Initiation of detonation waves in channels of variable cross section filled with liquid with combustible gas bubbles. *High Temperature*. 2010;48:215–221. DOI: 10.1134/S0018151X10020124
- [5] Гималтдинов ИК, Гималтдинова АА, Кочанова ЕЮ. Распространение детонационных волн в неоднородной по объёмному содержанию пузырьковой жидкости. *Инженерно-физический журнал*. 2021;94(6):1538–1544. EDN: qibwoo
Gimaltidinov IK, Gimaltidinova AA, Kochanova EY. Propagation of Detonation Waves in a Bubble Liquid with Inhomogeneous Distribution of Volume Content. *J Eng Phys Thermophys*. 2021;94:1504–1510. DOI: 10.1007/s10891-021-02430-6

- [6] Кедринский ВК, Маслов ИВ, Таратута СП. Структура волнового поля в активных пузырьковых системах в ударных трубах со «скачками» сечений. *Прикладная механика и техническая физика*. 2002;**43**(2):101–109. EDN: ooaoad
Kedrin V K, Maslov I V, Taratuta S P. Wave-field structure in active bubble systems in shock tubes with "discontinuities" in cross section. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2002;**43**(2):256–263. EDN: erakzv
- [7] Нигматулин РИ. *Динамика многофазных сред. Часть 1*. М.: Наука; 1987. 464 с.
Nigmatulin R I. *Dynamics of Multiphase Media. Vol. 1*. Hemisphere, N.Y.; 1990. 532 p.
- [8] Гималтдинов ИК, Кочанова ЕЮ. Условия фокусировки волны давления в пузырьковом клине. *Акустический журнал*. 2020;**66**(4):351–356. DOI: 10.31857/S0320791920040024
Gimaltdinov I K, Kochanova E Y. Conditions of Pressure Wave Focusing in a Bubbly Wedge. *Acoust. Phys.* 2020;**66**:339–343. DOI: 10.1134/S1063771020040028
- [9] Гималтдинов ИК, Родионов АС, Кочанова ЕЮ. Детонация газожидкостной смеси при интерференции волн на наклонной границе. *Физика горения и взрыва*. 2023;**59**(3):36–43.
Gimaltdinov I K, Rodionov A S, Kochanova E Yu. Detonation of a gas-liquid mixture under wave interference on an inclined boundary. *Physics of combustion and explosion*. 2023;**59**(3):36–43 (in Russian). DOI: 10.15372/FGV20230303
- [10] Самарский АА, Попов ЮП. *Разностные методы решения задач газовой динамики. Учебное пособие*. 3-е изд., доп. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1992. 424 с.
Samarsky A A, Popov Yu P. *Different methods for solving gas dynamics problems. Textbook*. 3rd ed. M.: Science. Ch. Ed. physical. Lit. 1992. 424 p (in Russian).

Сведения об авторах / Information about the Authors

Ильяс Кадирович Гималтдинов

доктор физ.-мат. наук, профессор
Уфимский государственный нефтяной технический
университет, Уфа

Артем Сергеевич Родионов

кандидат физ.-мат. наук
Уфимский государственный нефтяной технический
университет, Уфа

Екатерина Юрьевна Кочанова

Уфимский государственный нефтяной технический
университет, Уфа

Ilias K. Gimaltdinov

Sc.D. (Physics & Mathematics), Prof.
Ufa State Oil Technical University, Ufa
iljas_g@mail.ru
ORCID: 0000-0002-2598-0813

Artem S. Rodionov

Ph.D. (Physics & Mathematics), Prof.
Ufa State Oil Technical University, Ufa
artrodionov@mail.ru
ORCID: 0009-0007-0425-5130

Ekaterina Y. Kochanova

Ufa State Oil Technical University, Ufa
moto8728@mail.ru
ORCID: 0000-0001-9881-4579



Численное моделирование коллапса сферического парового пузырька вблизи плоской твёрдой стенки с использованием баротропной модели кавитации, доступной в программном комплексе OpenFOAM

А.В. Махнов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург
Инжиниринговый центр «Кронштадт», Санкт-Петербург

E-mail: a_makhnov@mail.ru

Кавитация во многих случаях является причиной снижения эффективности различных гидравлических устройств, принцип действия которых основан на движении рабочей среды (жидкости) под высокими перепадами давления. Детальная информация о структуре формирующихся кавитационных течений зачастую важна для проектирования и оптимизации гидравлических устройств. Однако детальное изучение таких течений путём измерения их локальных характеристик (и получения 2D/3D распределений) в физическом эксперименте сопряжено со значительными трудностями из-за малых пространственных и временных масштабов происходящих процессов. Поэтому в настоящее время, благодаря интенсивному развитию доступных вычислительных мощностей, проведение численных расчётов становится всё более перспективным подходом к изучению пространственного распределения ключевых физических величин в кавитационных явлениях. Моделирование коллапса сферического пузырька, расположенного вблизи плоской твёрдой стенки – одна из классических модельных задач, релевантных хорошо известной из практики проблеме кавитационной эрозии. Эта задача и рассматривается в настоящей работе. Представленные в работе результаты численных расчётов получены в программном комплексе OpenFOAM в двумерной (осесимметричной) нестационарной постановке.

Ключевые слова: кавитация, схлопывание пузырька у стенки, баротропная модель, OpenFOAM, волны сжатия и разрежения, кумулятивная струя

Numerical modeling of the collapse of a spherical vapor bubble near a planar solid wall using the barotropic cavitation model available in the CFD toolbox OpenFOAM

A.V. Makhnov

Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia
Engineering center "Kronstadt", St. Petersburg, Russia

E-mail: a_makhnov@mail.ru

In many cases, cavitation is the reason for the decrease in the efficiency of various hydraulic devices, the operating principle of which is based on the movement of the working medium (liquid) under high pressure drops. Detailed information on the structure of the forming cavitation flows is often important for the design and optimization of hydraulic devices. However, a detailed study of such flows by measuring their local characteristics (and obtaining 2D/3D distributions) in a physical experiment is associated with significant difficulties due to the small spatial and temporal scales of the processes occurring. Therefore, at present, due to the intensive development of available computing power, numerical calculations are becoming an increasingly promising approach to studying the spatial distribution of key physical quantities in cavitation phenomena. Modeling the collapse of a spherical bubble located near a flat solid wall is one of the classical model problems relevant to the well-known problem of cavitations erosion. This problem is considered in this paper. The results of numerical calculations presented in the work were obtained in the OpenFOAM software package in a two-dimensional (axisymmetric) non-stationary formulation.

Keywords: cavitation, bubble collapse near a wall, barotropic model, OpenFOAM, compression and rarefaction waves, cumulative jet

1. Введение

Коллапс паровых пузырьков в кавитационных течениях часто служит источником волн сжатия в жидкостях [1], а также причиной развития кумулятивных струй [2], взаимодействие которых с твёрдыми стенками приводит к эрозии элементов конструкций гидравлических устройств и, как следствие, к снижению производительности устройств, механическим повреждениям. Но существуют и примеры, когда коллапс кавитационных пузырьков является положительным для практики эффектом. Сюда относятся такие примеры, как применение кавитации в технологиях очистки и некоторые биомедицинские приложения [3].

Насколько известно авторам настоящей статьи в научной группе Лаутерборна было в своё время сделано первое детальное экспериментальное исследование (см. [4]) процесса коллапса кавитационного пузырька вблизи плоской твёрдой стенки. В этих экспериментах впервые была использована высокоскоростная съёмка для визуализации распространения волн и образования кумулятивной струи. Экспериментальное изучение данных процессов является крайне сложной задачей из-за необходимости обеспечивать подробное пространственно-временное разрешение. Поэтому в настоящее время всё более перспективным подходом к изучению подобных явлений становится численное моделирование их двумерной или трёхмерной структуры с обеспечением достаточного сеточного разрешения и достаточно мелкого шага по времени.

Первое известное теоретическое исследование процесса коллапса сферического пузырька у плоской твёрдой стенки было опубликовано Плессэ и Чепмэном [5]. В более поздних работах результаты, показанные в [5], использовались в качестве эталонных данных для верификации. В этих исследованиях, однако, не учитывалась сжимаемость жидкой фазы, что не позволяло в рамках принятых авторами математических моделей получать такие решения, которые давали бы возможность изучать процессы, связанные с распространением волн по жидкости. Позднее начали публиковаться и исследования с учётом сжимаемости жидкой фазы (например, группой Колониуса, см. [6]) и подробным анализом структуры течения, формирующегося при коллапсе, но в данных работах моделирование проводилось без учёта испарения и конденсации.

В настоящей работе сделана попытка провести моделирование с учётом как сжимаемости в жидкой фазе, так и фазового перехода (испарение и конденсация в равновесном приближении). Целью исследования является получение детальной информации, углубляющей существующие представления о механизмах гидродинамических явлений, сопровождающих коллапс парового пузырька вблизи твёрдой стенки. Используемый в настоящей работе подход к моделированию кавитационных явлений был, с точностью до непринципиальных модификаций в ряде аспектов, опробован ранее применительно к расчёту кавитации в турбулентном течении в

канале (см. [7]), и на качественном уровне показал свою состоятельность и возможность дальнейшего развития.

2. Математическая модель

Математическая модель, используемая в настоящих расчётах, основана на системе уравнений Навье–Стокса для нестационарного ламинарного течения вязкой сжимаемой среды. В качестве замыкающих соотношений модели используются уравнения состояния жидкой и паровой фаз, а также уравнение для объёмной доли паровой фазы, то есть непосредственно модель кавитации. Итоговая система уравнений, решаемая в OpenFOAM, включает в себя следующие уравнения:

а) Уравнение неразрывности (закон сохранения массы):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0.$$

б) Уравнение движения (закон сохранения импульса):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{V}) + \nabla \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) - \nabla \cdot (\mu \nabla \vec{V}) = -\nabla p. \quad (1)$$

Обозначения ρ , V и p приняты для полей плотности, скорости и давления. Вязкость учитывается как для жидкой фазы, так и для паровой, то есть под μ подразумевается динамический коэффициент вязкости для смеси жидкость–пар. Предполагается, что изучаемые кавитационные явления можно в достаточно адекватном приближении считать баротропными и изотермическими, поэтому теплоперенос не рассматривается и уравнение энергии в систему не входит. Данное допущение, однако, может быть пересмотрено в будущих исследованиях в силу того, что в последующем планируется изучать коллапс и для пузырьков с неконденсируемым газом (газовых и парогазовых пузырьков), при сжатии которых могут создаваться существенно более сложные термодинамические условия.

Стоит дополнительно отметить, что уравнение движения, как видно из его представления в виде (1), решается без учёта сжимаемости среды в вязких слагаемых. Такой подход, насколько известно автору настоящей статьи, является типичным при решении уравнений Навье–Стокса для баротропной сжимаемой вязкой жидкости. Так, например, в работе [8] в вязких слагаемых для баротропной жидкости влияние сжимаемости (дивергенции скорости) фигурирует только в связке с другим коэффициентом вязкости, который принято называть «второй вязкостью». Как отмечено в книге «Механика жидкости и газа» Л.Г. Лойцянского [9], явление второй вязкости приобретает существенное значение при изучении медленных процессов с достаточно большим временем релаксации (например, при образовании химических реакций, протекающих с низкой скоростью). Коллапс кавитационных пузырьков не сопровождается такого рода процессами до тех пор, пока пузырьки являются паровыми и пока нет существенно влияющего на поведение пузырька содержания растворённого газа, который переносится в пузырёк за счёт диффузии.

Несмотря на то, что баротропная смесь слабо сжимаемой жидкости и её пара представляет собой среду с переменной плотностью, слагаемые с «обычной» сдвиговой вязкостью записаны (в рамках модели, реализованной в доступном в OpenFOAM решателе) в таком же виде, как для несжимаемой среды. Ответ на вопрос о целесообразности внесения изменений в стандартный решатель (для реализации модели со сдвиговыми вязкими напряжениями, выраженными через скорость так же, как для сжимаемого газа) требует, по мнению автора статьи, предварительного анализа влияния на результат самой величины динамического коэффициента вязкости. Кроме того, что принятое допущение типично для баротропных сред в целом, есть и вероятность того, что для конкретного рассматриваемого здесь процесса влияние вязкости окажется невелико по сравнению с влиянием других характеристик жидкости и её пара. Обоснованный вывод об этом потребует аккуратных расчётов, точно обеспечивающих численную вязкость ниже физической.

в) Уравнения состояния жидкой и паровой фаз.

Жидкая фаза рассматривается как слабо сжимаемая среда (среда с линейной зависимостью плотности от давления и не зависящей от давления скоростью звука), паровая фаза описывается уравнением состояния совершенного газа, взятым при фиксированной температуре:

$$\rho_l(p_l) = \rho_0 + \frac{1}{c_L^2}(p_l - p_{\text{sat}}),$$

$$\frac{p_v}{\rho_v} = R_v T_{\text{ambient}}.$$

Здесь через ρ_0 обозначено значение плотности жидкости при давлении, равном давлению насыщенного пара, а через p_{sat} — само давление насыщенного пара. Скорость звука в жидкой фазе c_L и температура системы T_{ambient} рассматриваются как постоянные величины. Нижний индекс «v» означает, что физическая величина относится к паровой фазе, «l» — к жидкой фазе.

г) Модель кавитации.

В настоящей работе используется баротропная модель кавитации, реализованная в одном из базовых «солверов» для расчёта кавитационных течений в программном комплексе OpenFOAM (солвер *cavitatingFoam*). Для учёта влияния фазового перехода на физические свойства среды в рамках этой модели используется уравнение состояния квазиравновесной смеси жидкость–пар.

Детальная информация о модели кавитации, на которой основан используемый в настоящей работе солвер программного комплекса OpenFOAM, приведена в работе [10].

3. Некоторые детали численной реализации

Для численного решения представленной выше системы уравнений методом конечных объёмов используется, как уже упомянуто, открытый программ-

ный комплекс OpenFOAM. Для главных вычислительных аспектов проводимых расчётов были определены следующие настройки:

- Алгоритмическая перевязка решения дискретизированных уравнений для скорости и давления осуществлялась по методу PISO.
- Для аппроксимации конвективных слагаемых использовалась модификация центральной схемы *Bounded Central* в терминологии OpenFOAM — *Gauss limitedLinear*).
- Для аппроксимации диффузионных слагаемых использовалась центральная схема (*Gauss linear*).
- Расчёт градиентов скалярных полей осуществлялся по методу Грина–Гаусса.

4. Постановка задачи

Рассматривается задача о коллапсе сферического парового пузырька, расположенного в объёме жидкости вблизи плоской твёрдой стенки. Объём, заполненный жидкой фазой, показан на рис. 1 красным цветом, пар внутри пузырька — синим цветом (слева представлена начальная конфигурация, справа — вид пузырька на промежуточной стадии процесса коллапса в момент времени $t = 2.1$ мкс. Задача решается в двумерной постановке с условием осевой симметрии.

В качестве рабочей среды рассматривается вода при температуре 25°C , что соответствует следующим значениям параметров, определяющих физические свойства: $\rho_0 = 997.01$ кг/м³, $p_{\text{sat}} = 3149$ Па (давление насыщенного водяного пара при 25°C), $c_L = 1498$ м/с. Радиус пузырька R в начальный момент времени составляет 10 мкм, пар находится в условиях насыщения. Скорость течения в начальный момент времени равна нулю как для жидкости, так и для пара в пузырьке. Давление неподвижной жидкости в начальный момент времени составляет 101325 Па.

Кроме физических определяющих параметров исследуемая задача имеет и геометрический определяющий параметр — соотношение между величиной h (расстоянием от центра пузырька до стенки) и размером пузырька. В настоящей работе рассматривается случай $h = 1.2R$.

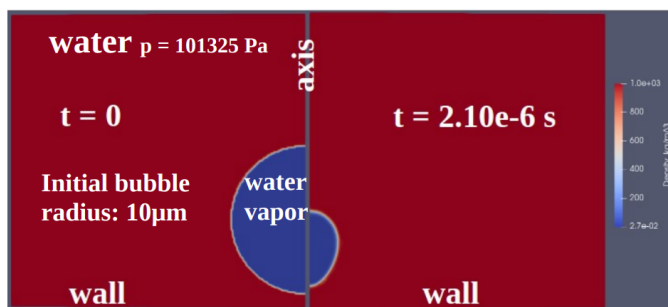


Рис. 1. Коллапс сферического парового пузырька вблизи плоской твёрдой стенки: распределения плотности среды в моменты $t = 0$ (слева) и $t = 2.1$ мкс (справа)

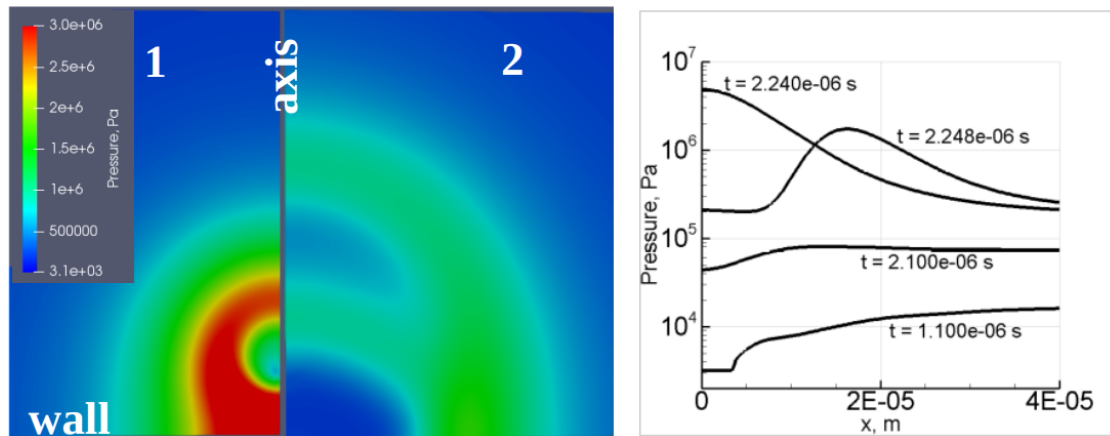


Рис. 2. Распределения давления в объёме (слева №1: $t = 2.240$ мкс; слева №2: $t = 2.248$ мкс) и распределения давления вдоль стенки (справа) для разных моментов времени

В силу осесимметричной постановки задачи расчётная область представляет собой плоский прямоугольник, на сторонах которого ставятся следующие граничные условия:

- на твёрдой стенке — условия прилипания для скорости и нулевого градиента для давления;
- на открытых границах (остальные две границы кроме стенки и оси симметрии) — неотражающие граничные условия, позволяющие исключить нефизичное влияние этих открытых границ.

Размер расчётной области, принятый в настоящей работе, составляет $4R \times 4R$. Используется равномерная сетка из квадратных ячеек, сеточное разрешение по каждому из двух направлений составляет 400 ячеек (размер ячейки — 100 нм). Величина шага по времени определялась таким образом, чтобы акустическое число Куранта, построенное по скорости звука в жидкости, имело значение около 0.1. Число Куранта, построенное по конвективной скорости (которая имеет для данной задачи порядка $10^0 - 10^1$ м/с), при таком выборе шага по времени имеет порядок 10^{-3} .

5. Обсуждение полученных результатов

На рис. 2 представлены полученные в результате расчёта распределения давления в объёме жидкости и вдоль стенки для нескольких моментов времени (показанные слева двумерные поля соответствуют третьему и четвёртому моментам времени из показанных на графике справа). На начальной стадии изучаемого процесса давление в среде падает вследствие волны разрежения, распространяющейся от пузырька. Затем локальное давление вблизи стенки падает ещё сильнее из-за отражения волны разрежения, в зоне за фронтом отражённой волны разрежения возникает кавитация (на рис. 2 на распределении давления вдоль стенки в момент $t = 1.1$ мкс видно, что есть участок с постоянным низким давлением, это и есть зона кавитации). После прохождения волн разрежения вся жидкость в

рассматриваемом объёме совершает постепенно ускоряющееся движение по направлению к пузырьку, и возникает существенный рост локального давления в области начального расположения пузырька (фокусировка давления). В результате происходит коллапс пузырька, фокусировка давления приводит к распространению волны сжатия. Сначала эта волна взаимодействует со стенкой в окрестности точки эпицентра, затем положение максимума давления смещается на периферию на некоторое расстояние от оси симметрии (под точкой «эпицентра» подразумевается точка пересечения оси симметрии со стенкой, т.е. $x = 0$).

Для более детального понимания структуры течения жидкости, сходящегося к пузырьку и приводящего к фокусировке давления были проанализированы поля скорости. Распределения модуля скорости и векторная картина течения для двух моментов времени (как можно увидеть на одномерных графиках на рис. 2, это два момента до и после начала взаимодействия волны со стенкой) представлены на рис. 3.

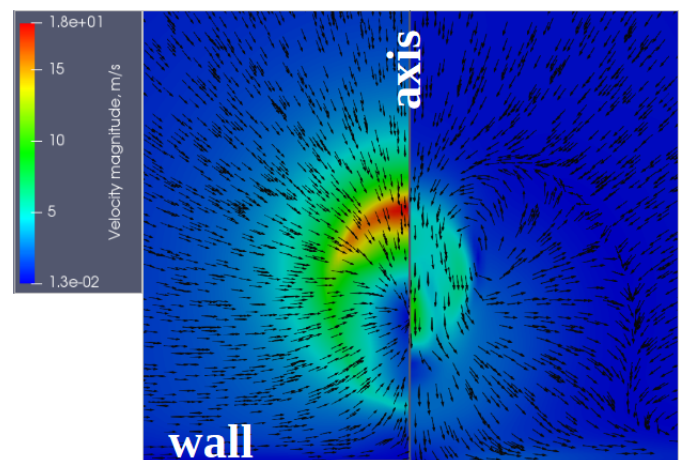


Рис. 3. Поля модуля скорости течения и векторные поля скорости для двух моментов времени: $t = 2.10$ мкс (слева); $t = 2.24$ мкс (справа). Вектора носят иллюстративный характер, их длина не привязана к величине модуля скорости

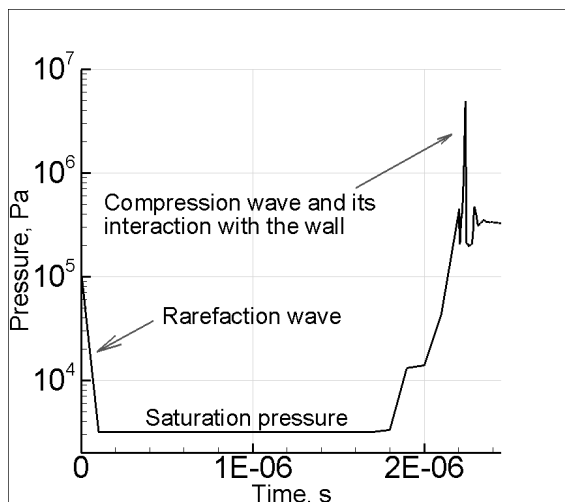


Рис. 4. Давление на стенке в точке $x = 0$: динамика изменения во времени

До начала взаимодействия волны сжатия со стенкой (на рис. 3 слева, $t = 2.1$ мкс) жидкость подтекает со всех сторон по направлению к пузырьку. Конфигурация самого пузырька на этой стадии процесса показана выше на рис. 1 (справа). Во-первых, видно, что на данной стадии уже заметно нарушается сферическая форма самого пузырька. Во-вторых, значительная асимметрия наблюдается и в распределении скорости подтекания жидкости, что приводит к возникновению направленной в сторону стенки кумулятивной струи, показанной векторами на рис. 3 справа ($t = 2.24$ мкс). Локальный максимум скорости внутри этой струи имеет место примерно в центре коллапса (вблизи начального расположения центра пузырька). Видно также, что скорость струи непосредственно вблизи стенки не настолько велика по модулю, как в области самого коллапса. Слой жидкости между пузырьком и стенкой в значительной степени демпфирует механическое воздействие струи на стенку. Видно, что около струи образуются и локальные зоны с вихревым характером движения жидкости. Полученные векторные поля скорости демонстрируют также и то, что после коллапса (и начала распространения волны сжатия из центра на периферию) есть как растекание жидкости на периферию вслед за волной сжатия, так и подтекание жидкости с периферии к центру, которое продолжается по инерции. Можно предположить, что именно эта разнонаправленность течения в достаточно близко расположенных областях рассматриваемого объёма и создаёт завихренность. Этот вопрос интересен для дальнейшего изучения.

На рис. 4 показана полученная зависимость давления от времени в точке эпицентра. В начальный момент времени это давление, как и давление во всём объёме, составляет 101325 Па. Затем, как уже пояснено выше, давление на стенке уменьшается из-за падающей и отражённой волн разрежения.

За отражённой волной разрежения образуется пристеночная зона кавитации, которая после момента времени $t \approx 1.7$ мкс коллапсирует (что и приводит к пер-

вому заметному на рис. 4 росту давления в интервале времени $t \approx 1.8 - 1.9$ мкс), а далее стенки достигает и волна сжатия, которая начинает распространяться после «основного» коллапса (после коллапса исходного пузырька). Дальнейшее изменение давления в эпицентре после окончания стадии почти линейного роста имеет немонотонный колебательный характер, что, скорее всего, связано с нестационарностью развившейся к этому времени кумулятивной струи, со сложным взаимодействием этой струи с разнонаправленными течениями в прилегающих к ней областях подтекания и растекания.

6. Заключение

Проведено численное исследование нестационарного сжимаемого течения, формирующегося в процессе коллапса сферического парового пузырька вблизи плоской твёрдой стенки. Получены немонотонные распределения давления вдоль стенки, качественно согласующиеся по структуре с представленными в литературе данными и с выводами по экспериментальным исследованиям. Подробно проанализированы волновые и гидродинамические механизмы, с которыми связаны отмеченные особенности в характере изменения распределения давления во времени.

Показано, что используемый подход к моделированию позволяет воспроизвести и развитие кумулятивной струи. Полученные распределения скорости течения жидкости в объёме вблизи пузырька продемонстрировали ожидаемую асимметричную конфигурацию процесса коллапса с большей фокусировкой импульса у «верхней» полусферы, чем у «нижней». Момент времени, который наблюдается всплеск локального давления на стенке в точке под центром пузырька, соответствует стадии процесса, на которой происходит взаимодействие со стенкой падающей волны сжатия с последующим натеканием на стенку кумулятивной струи. Как струя, так и сама волна сжатия являются механизмами, вносящими вклад в итоговое механическое воздействие жидкости на стенку. Параметрическое исследование с варьированием начального расстояния от центра пузырька до стенки рассматривается как логичный следующий этап изучения процесса, поскольку такое исследование могло бы дать основу не только для качественных выводов, но и для выявления количественных закономерностей.

Также планируется обобщение изложенного подхода к моделированию коллапса на случай газовых и парогазовых пузырьков.

Список литературы / References

- [1] Lord Rayleigh OM. VIII. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. 1917;34(200):94–98. DOI: [10.1080/14786440808635681](https://doi.org/10.1080/14786440808635681)
- [2] Kornfeld M, Suvorov L. On the Destructive Action of Cavitation. *J. Appl. Phys.* 1944;15(6):495–506. DOI: [10.1063/1.1707461](https://doi.org/10.1063/1.1707461)
- [3] Jamaluddin AR, Ball GJ, Turangan CK, Leighton TG. The collapse of single bubbles and approximation of the far-field acoustic emissions for cavitation induced by shock wave lithotripsy. *Journal of Fluid Mechanics*. 2011;677:305–341. DOI: [10.1017/jfm.2011.85](https://doi.org/10.1017/jfm.2011.85)

- [4] Vogel A, Lauterborn W, Timm R. Optical and Acoustic Investigation of the Dynamics of Laser-Produced Cavitation Bubbles near a Solid Boundary. *Journal of Fluid Mechanics*. 1989;**206**:299–338. DOI: [10.1017/S0022112089002314](https://doi.org/10.1017/S0022112089002314)
- [5] Plesset MS, Chapman RB. Collapse of an Initially Spherical Vapour Cavity in the Neighbourhood of a Solid Boundary. *Journal of Fluid Mechanics*. 1971;**47**:283–290. DOI: [10.1017/S0022112071001058](https://doi.org/10.1017/S0022112071001058)
- [6] Johnsen E, Colonius T. Shock-induced collapse of a gas bubble in shockwave lithotripsy. *J. Acoust. Soc. Am.* 2008;**124**(4):2011–2020. DOI: [10.1121/1.2973229](https://doi.org/10.1121/1.2973229)
- [7] Iben U, Makhnov A, Schmidt A. Three-dimensional numerical simulations of turbulent cavitating flow in a rectangular channel. *AIP Conf. Proc.* 2018;**1959**(1):050013. DOI: [10.1063/1.5034641](https://doi.org/10.1063/1.5034641)
- [8] Mellet A, Vasseur A. On the Barotropic Compressible Navier–Stokes Equations. *Communications in Partial Differential Equations*. 2007;**32**(3):431–452. DOI: [10.1080/03605300600857079](https://doi.org/10.1080/03605300600857079)
- [9] Лойцянский ЛГ. *Механика жидкости и газа*. 7-е изд., испр. М.: Дрофа; 2003. 840 с.
Lojcyanskij LG. *Liquid and gas mechanics*. 7th ed. M.: Drofa; 2003. 840 p. (in Russian)
- [10] Kärholm FP. *Numerical Modelling of Diesel Spray Injection, Turbulence Interaction and Combustion*. Ph.D. Thes. Göteborg, Sweden. 2008; 110 p.
https://www.researchgate.net/publication/230605808_Numerical_Modelling_of_Diesel_Spray_Injection_Turbulence_Interaction_and_Combustion

Сведения об авторах / Information about the Authors

Андрей Васильевич Махнов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра
Великого, Санкт-Петербург
Инжиниринговый центр «Кронштадт», Санкт-Петербург

Andrei V. Makhnov

Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, St.
Petersburg, Russia
Engineering center "Kronstadt", St. Petersburg, Russia
a_makhnov@mail.ru
ORCID: [0000-0002-7132-0357](https://orcid.org/0000-0002-7132-0357)



Математическое моделирование процесса гравитационного осаждения одиночной капли

А.А. Мухутдинова✉

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

E-mail: mukhutdinova23@ya.ru

В статье рассматривается процесс гравитационного осаждения капель эмульсии типа «вода в масле» методом численного моделирования. Использован программный пакет OpenFOAM. Проведено моделирование осаждения одиночных капель с различными радиусами и рассмотрены их взаимодействия. Показано, что капли сохраняют сферическую форму при диаметре менее 1 мм. При увеличении размеров капли наблюдается деформация, обусловленная неравномерным распределением внешнего давления. Сопоставление численных результатов с аналитическими решениями по формулам Стокса и Адамара–Рыбчинского подтвердило корректность моделирования. Также рассмотрен процесс слияния двух капель при их сближении, происходящий автоматически в рамках метода VOF. Выявлено, что результирующая капля восстанавливает сферическую форму после деформации.

Ключевые слова: гравитационное осаждение, эмульсия, капля, OpenFOAM, моделирование, деформация

Mathematical modeling of the process of gravitational sedimentation of a single drop

A.A. Mukhutdinova✉

Mavlyutov Institute of Mechanics UFRC RAS, Ufa, Russia

E-mail: mukhutdinova23@ya.ru

The article considers the process of gravitational sedimentation of water-in-oil emulsion droplets using numerical simulation. The OpenFOAM software package was used. The sedimentation of single droplets with different radii and their interaction was simulated. It was shown that the droplets retain a spherical shape with a diameter of less than 1 mm. With an increase in the droplet size, deformation is observed due to the uneven distribution of external pressure. The numerical results are compared with analytical solutions using the Stokes and Hadamard–Rybczynski formulas, which confirmed the correctness of the simulation. The process of merging two droplets when they approach each other, which occurs automatically within the VOF method, is also considered. It was found that the resulting droplet restores its spherical shape after deformation.

Keywords: gravity sedimentation, emulsion, droplet, OpenFOAM, modeling, deformation

1. Введение

В настоящее время эмульсии применяются во многих отраслях промышленности. Например, в химии осуществляется разделение эмульсий в различных типах химических реакторов; в нефтегазовой промышленности одной из актуальных задач является разделение водонефтяных эмульсий [1]; в медицине применяется метод гравитационного разделения крови на компоненты, позволяющий отделять плазму от клеточных элементов — тромбоцитов, лейкоцитов и эритроцитов.

Одной из важных задач физики является разруше-

ние устойчивых дисперсных систем, таких как водонефтяные эмульсии, самопроизвольно образующиеся в процессе добычи нефти. По экономическим и эксплуатационным причинам такие эмульсии необходимо разделять для извлечения как водной, так и масляной (нефтяной) фазы. Для разработки более эффективного оборудования по обработке эмульсий важно глубоко понимать факторы, влияющие на образование и стабильность эмульсий. Адекватное понимание механизмов, оказывающих влияние на размер капель, устойчивость и процессы осаждения, всё ещё требует новых исследований и открытий. Это подчёркивает значимость изуче-

ния и совершенствования методов разрушения эмульсий. Для поиска решений этих задач важную роль играют физико-химические свойства дисперсных систем и поверхностные явления, происходящие в них.

Эмульсия типа «вода в масле» — это эмульсия, в которой непрерывная фаза обычно представлена гидрофобными материалами, такими как масло, а дисперсная фаза — водой [2]. В настоящей работе под «водой» подразумевается любая полярная жидкость, а под «маслом» — неполярная. Примеры масел: бензин, бензол, керосин, анилин, малополярные органические жидкости, а также растительные и минеральные масла независимо от их химической природы. Более 95 % эмульсий сырой нефти, образующихся на месторождениях, относятся к типу «вода в масле» [3]. Такие эмульсии содержат поверхностно-активные вещества, играющие ключевую роль в их формировании [4].

Эмульсия типа «масло в воде» представляет собой систему, в которой масло выступает в роли дисперсной фазы, а вода — в роли дисперсионной среды (непрерывной фазы). Такие эмульсии называют обратными.

Существуют также множественные эмульсии, такие как «вода в масле в воде» (В/М/В) и «масло в воде в масле» (М/В/М), являющиеся более сложными: в них мелкие капли одной жидкости взвешены внутри более крупных капель другой жидкости, которые, в свою очередь, диспергированы в непрерывной фазе. Например, эмульсия типа В/М/В состоит из капель воды, заключённых в более крупные капли масла, взвешенные в водной фазе. Для стабилизации подобных систем необходимо наличие как минимум двух эмульгаторов: один должен обладать низким гидрофильно-липофильным балансом (HLB), а другой — высоким [5].

2. Постановка задачи

Проведено численное исследование гравитационного осаждения одиночной капли эмульсии типа «вода в масле» с использованием программного пакета OpenFOAM. Целями моделирования являются изучение данного процесса и сравнение результатов численного решения с аналитическим решением. На рис. 1 схематически представлен процесс осаждения эмульсии.

Размер сферических капель варьируется от 50 до 1000 мкм, что позволяет считать их движение вязким ($Re \ll 1$). Предполагается, что вязкость, плотность и температура остаются постоянными; жидкости считаются несмешивающимися, несжимаемыми и ньютоновскими. Химические реакции между двумя жидкостями отсутствуют.

На каждую частицу в системе действует сила тяжести:

$$F_g = V(\rho - \rho_0)g,$$

где $V = 4/3\pi r^3$ — объём сферической частицы; ρ — плотность дисперсной фазы; ρ_0 — плотность дисперсионной среды; r — радиус частицы; g — ускорение свободно-го падения.

Сила вязкого сопротивления среды определяется по закону Стокса [2]:

$$F_c = 6\pi\mu u,$$

где μ — вязкость дисперсионной среды; u — скорость движения частицы.

Для моделирования применяется решатель interFoam, который использует уравнение неразрывности, уравнения Навье–Стокса для двух несжимаемых, изотермических, несмешивающихся жидкостей. Свойства материала постоянны в пределах каждой из фаз, за исключением области межфазной границы.

Уравнение неразрывности:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0.$$

Уравнение Навье–Стокса:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{g} + f_{st}.$$

Сила поверхностного натяжения:

$$f_{st} = \sigma \kappa \nabla \alpha,$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения; κ — кривизна интерфейса; α — функция-показатель фазы.

Уравнение переноса фазовой переменной:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \alpha = 0,$$

где

$$\alpha = \begin{cases} 1, & \text{— вода} \\ 0, & \text{— масло} \\ (0, 1), & \text{— граница раздела двух жидкостей.} \end{cases}$$

Метод моделирования свободной поверхности, основанный на решении уравнений Навье–Стокса, описывает движение потоков. Эти уравнения решаются по отдельности для каждой фазы. Метод объёма жидкости относится к классу эйлеровых методов, характеризующихся использованием сетки, которая может быть стационарной или двигаться в соответствии с изменяющейся формой поверхности по заданному закону. Метод представляет собой алгоритм, отслеживающий форму и положение межфазной границы, основу которого составляет дробная функция, представляющая собой интеграл характеристических функций жидкости в конечном объёме — ячейке. Это означает, что свойства материала постоянны в области, заполненной одной из двух жидкостей, за исключением межфазной границы.

В данной математической модели не учитывается уравнение коалесценции, поэтому процесс объединения (слияния) капель реализуется за счёт метода объёма жидкости (VOF). В случае, когда две или более капель попадают в одну вычислительную ячейку, метод VOF автоматически объединяет их в одну каплю. После объединения капля приобретает сферическую форму и продолжает осаждение.

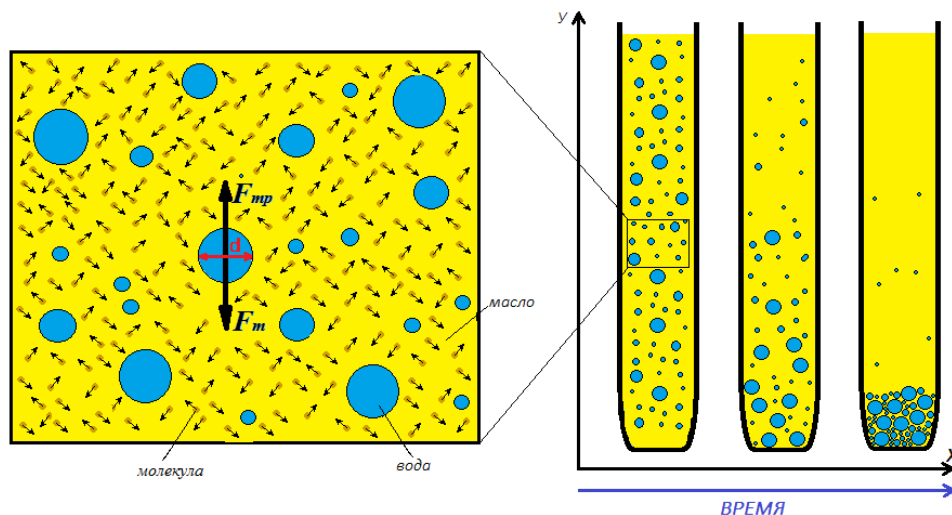


Рис. 1. Схематический рисунок процесса осаждения эмульсии

3. Результаты моделирования

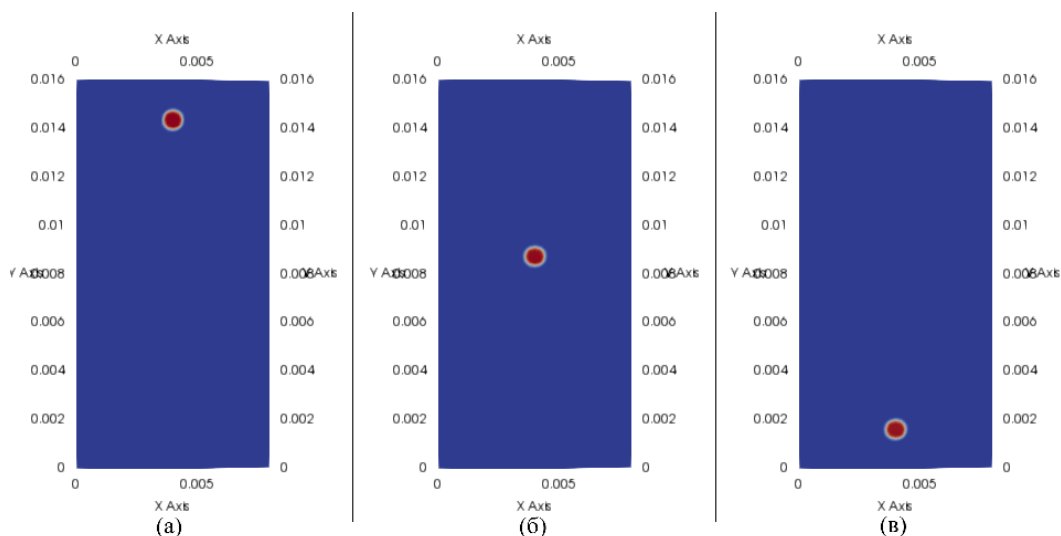
Для моделирования капли эмульсии типа «вода в масле» были выбраны следующие параметры: вязкость воды — $0.001 \text{ м}^2/\text{с}$; плотность воды — $1000 \text{ кг}/\text{м}^3$; вязкость масла — $0.008 \text{ м}^2/\text{с}$; плотность масла — $800 \text{ кг}/\text{м}^3$; поверхностное натяжение — $0.026 \text{ Н}/\text{м}$; ускорение свободного падения — $9.81 \text{ м}/\text{с}^2$ в области $x = 0.01 \text{ м}$, $y = 0.016 \text{ м}$.

На рис. 2 представлены результаты моделирования осаждения капли радиусом 400 мкм в различные моменты времени. Из рисунка видно, что капля движется прямолинейно и сохраняет сферическую форму на протяжении всего процесса осаждения.

На рис. 3 показаны результаты численного моделирования осаждения капель различного радиуса в фиксированный момент времени. Как видно из рисунка,

капли сохраняют сферическую форму в течение всего процесса осаждения. Кроме того, наблюдается закономерность: с увеличением радиуса капли скорость её осаждения возрастает, тогда как капли меньшего радиуса осаждаются медленнее.

На рис. 4 представлена зависимость скорости осаждения капель от их диаметра. Скорость одиночной капли рассчитывалась как отношение расстояния, пройденного каплей, к интервалу времени между начальным моментом и моментом, непосредственно предшествующим достижению дна. При этом расстояние определялось как разность координат центра капли в указанные моменты времени. Результаты численного моделирования были сопоставлены с аналитическими решениями: распределение скоростей, вычисленное по закону Стокса, показано синей кривой; по закону Адамара–Рыбчинского — красной; данные моделирова-

Рис. 2. Положение капли радиусом 400 мкм в различные моменты времени: (а) $t = 0 \text{ с}$, (б) $t = 0.5 \text{ с}$, (в) $t = 1 \text{ с}$ в области $x = 0.01 \text{ м}$, $y = 0.016 \text{ м}$

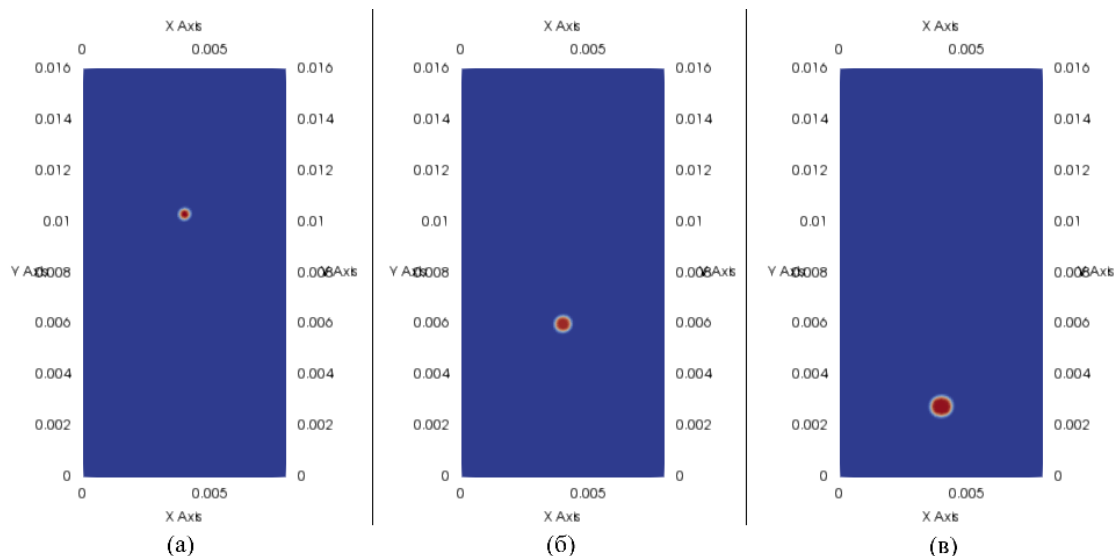


Рис. 3. Положение каплей с радиусами: (а) 200 мкм, (б) 300 мкм, (в) 400 мкм в момент времени 1 секунда в области $x = 0.01$ м, $y = 0.016$ м

ния в OpenFOAM представлены чёрной кривой. Анализ графика свидетельствует о хорошем согласовании численных результатов с аналитическими предсказаниями в пределах допустимой погрешности. Такая точность объясняется тем, что формулы Адамара–Рыбчинского и Стокса получены для идеальных чистых жидкостей, свободных от загрязнений и поверхностно-активных веществ. В реальных условиях жидкости, как правило, содержат примеси, которые сложно учесть в аналитических моделях, что может вызывать отклонения.

Также был рассмотрен случай гравитационного осаждения двух сферических капель воды в масле диаметром 600 мкм с начальным расстоянием между ними равном 1 мм. На рис. 5 представлены положения каплей в различные моменты времени. Анализ показал, что капли движутся по прямолинейным траекториям, при этом сопротивление, действующее на верхнюю каплю, меньше, чем на нижнюю, что приводит к более высокой скорости её движения. В интервале времени $t = 0,37 - 0,40$ с происходит слияние капель с последующим изменением формы образовавшейся объединённой капли. К моменту $t = 0,55$ с капля вновь приобретает сферическую форму.

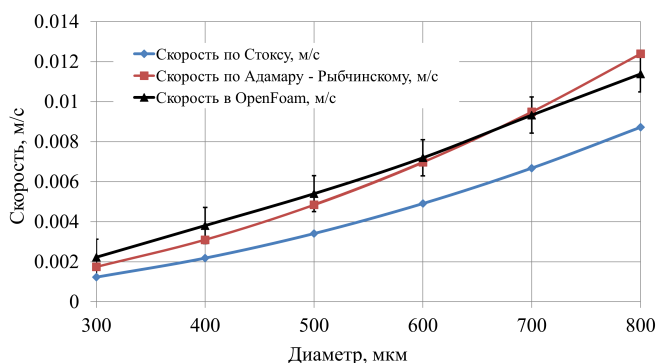


Рис. 4. Сравнение численного решения с аналитическим решением

Сферическая форма капли сохраняется при её малых размерах ($d < 1$). С увеличением диаметра наблюдается деформация капли. На рис. 6 показано изменение формы капли диаметром 6000 мкм, полученное в OpenFOAM. Из рисунка видно, что капли большого размера теряют сферическую форму. Деформация капли при движении определяется, прежде всего, разностью давлений внутри капли и в окружающей её жидкости. В процессе осаждения изменение формы происходит за счёт неравномерного распределения давления по внешней поверхности капли. Капли малого диаметра подвергаются равномерному давлению со стороны окружающей жидкости. При увеличении размеров капли, а следовательно, и скорости её осаждения, равномерность распределения давления нарушается [6]. Кроме того, в присутствии поверхностно-активных веществ подвижность границы раздела фаз значительно снижается, вследствие чего движение капли, сохраняющей сферическую форму, становится близким к движению твёрдой частицы.

4. Заключение

В работе исследовано гравитационное осаждение одиночных и взаимодействующих капель воды в масле с использованием численного моделирования в OpenFOAM. Получено, что капли малого диаметра (меньше 1 мм) сохраняют сферическую форму и движутся по прямой. Зависимость скорости осаждения от размера капель хорошо совпадает с классическими аналитическими моделями. Показано, что при осаждении капель в эмульсии происходит их сближение и слияние, сопровождающееся изменением формы образовавшейся объединённой капли с последующим восстановлением сферической формы. Для крупных капель наблюдается деформация формы из-за неравномерного давления на поверхности.

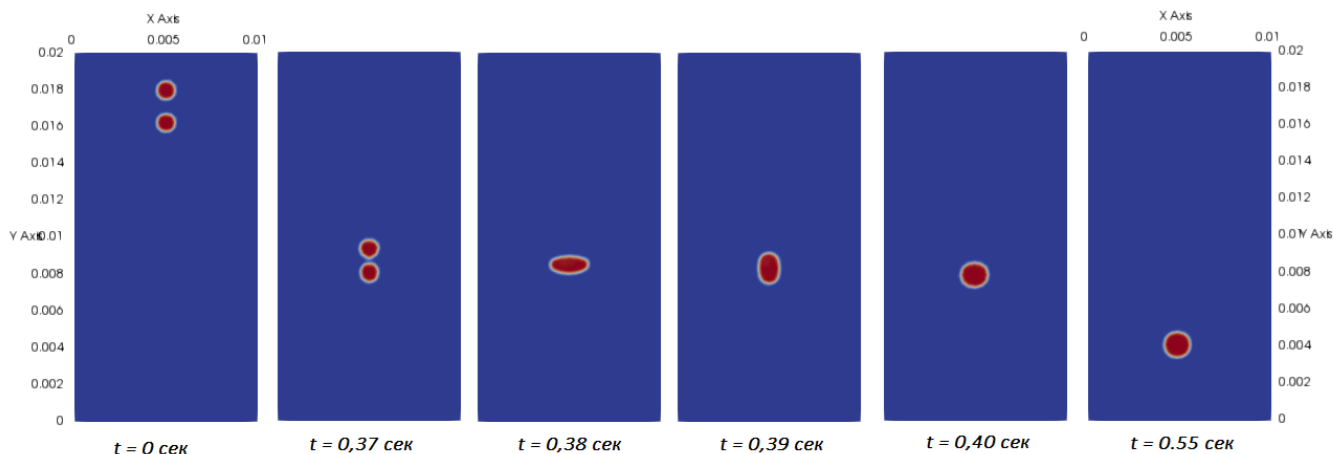


Рис. 5. Положение каплей в разные моменты времени в области $x = 0.01$ м, $y = 0.02$ м

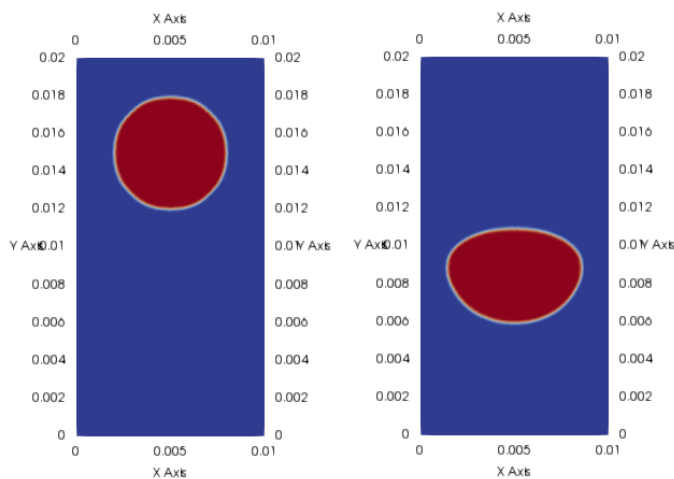


Рис. 6. Изменение формы капли диаметром 6000 мкм в области $x = 0.01$ м, $y = 0.02$ м

Автор выражает благодарность Кирееву Виктору Николаевичу за помощь, ценные советы и поддержку при подготовке дипломной работы, которая легла в основу данной статьи.

Список литературы / References

- [1] Crabtree M., Estlinger D., Fletcher P., Miller M., Johnson A., King G. Fighting Scale // Oilfield Review. 1999. P. 15.
- [2] Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. Изд. 2-е, доп. и перераб. М.: Государственное издательство физико-математической литературы; 1959. 700 с. Levich V.G. Physicochemical Hydrodynamics. 5th Printing Edition. Prentice Hall; 1962. 700 p.
- [3] Ali MF, Alqam MH. Role of asphaltenes, resins and other solids in the stabilization of water in oil emulsions and its effects on oil production in Saudi oil fields. *Fuel*. 2000;79:1309–1316. DOI: 10.1016/S0016-2361(99)00268-9
- [4] Fingas M, Fieldhouse B, Mullin J. Water-in-oil Emulsions Results of Formation Studies and Applicability to Oil Spill Modelling. *Spill Science & Technology Bulletin*. 1999;5(1):81–91. DOI: 10.1016/S1353-2561(98)00016-4
- [5] Khan AY, Talegaonkar S, Iqbal Z, Ahmed FJ, Khar RK. Multiple emulsions: an overview. *Current Drug Delivery*. 2006;3(4):429–443. DOI: 10.2174/156720106778559056
- [6] Викулин ПД, Викулина ВВ Гидравлика и аэродинамика систем водоснабжения и водоотведения: учебник. М.: МИСИ–МГСУ, ЭБС АСВ; 2018. 396 с. Vikulin PD, Vikulina VB. *Hydraulics and Aerodynamics of Water Supply and Wastewater Systems: Textbook*. М.: МИСИ–МГСУ, ЭБС АСВ; 2018. 396 p. (in Russian)

Сведения об авторах / Information about the Authors

Айгуль Айратовна Мухутдинова
Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Aigul A. Mukhutdinova
Mavlyutov Institute of Mechanics, UFRS RAS, Ufa, Russia
mukhutdinova23@ya.ru
ORCID: 0000-0002-5009-002X



Подходы к построению сеток для моделирования динамики флюида при Т-образном соединении труб в среде OpenFOAM

И.А. Абдулов , О.В. Яковлев

Уфимский университет науки и технологий, Уфа

E-mail: ily4s.abdulov@yandex.ru

В нефтехимической промышленности для переработки тяжелых нефтепродуктов в более легкое топливо используется каталитический крекинг. Данный процесс осуществляется в реакторах каталитического крекинга и на его результат большое влияние оказывает распределение реагентов внутри установки, а также ряд гидродинамических параметров, таких как давление и температура. Поэтому для моделирования подобных процессов используют методы вычислительной гидродинамики. В работе проведен сравнительный анализ различных подходов к построению конечно-разностных сеток для моделирования течения жидкости в Т-образном соединении цилиндрических труб с использованием пакета OpenFOAM. Рассмотрены как структурированные сетки, создаваемые с помощью blockMesh, так и неструктурированные гексаэдрические сетки, формируемые инструментом snappyHexMesh. Проведенная по основным параметрам оценка качества (неортогональность, скошенность, объем ячеек) показала, что структурированная сетка, построенная по усовершенствованной схеме соединения блоков, обеспечивает лучшие показатели ортогональности и скошенности по сравнению с неструктурированной сеткой, что положительно сказывается на точности и устойчивости численного моделирования. Результаты численного моделирования с использованием различных моделей турбулентности ($k-\epsilon$, $k-\omega$, LES) подтвердили, что выбор и качество сетки оказывают существенное влияние на распределение устойчивости расчета при моделировании. Показано, что структурированная сетка, построенная с помощью blockMesh, имеет более хорошие показатели сходимости и времени счета для рассмотренной пробной задачи по сравнению с неструктурированной сеткой, построенной с помощью snappyHexMesh. Полученные результаты могут быть использованы для выбора оптимального подхода к построению расчетных сеток при моделировании течения в инженерных задачах с использованием OpenFOAM.

Ключевые слова: динамика жидкости, турбулентность, Т-образное соединение, вычислительная гидродинамика, 3D-сетка, OpenFOAM

Mesh generation approaches for fluid dynamics simulation in a T-junction pipe using OpenFOAM

I.A. Abdulov , O.V. Yakovlev

Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia

E-mail: ily4s.abdulov@yandex.ru

In the petrochemical industry, catalytic cracking is used to process heavy petroleum products into lighter fuels. This process is carried out in catalytic cracking reactors and the result of the process is greatly influenced by the distribution of reagents within the unit, as well as a number of hydrodynamic parameters such as pressure and temperature. Therefore, computational fluid dynamics methods are used to model such processes. The paper presents a comparative analysis of various approaches to constructing finite-difference meshes for modeling fluid flow in a T-shaped joint of cylindrical pipes using the OpenFOAM package. Both structured meshes created using blockMesh and unstructured hexahedral meshes generated by the snappyHexMesh tool are considered. The conducted assessment of the main quality parameters (non-orthogonality, skewness, cell volume) showed that the structured grid constructed using the improved block connection scheme provides better orthogonality and skewness indicators compared to the unstructured grid, which has a positive effect on the accuracy and stability of numerical modeling. The results of numerical simulation using different turbulence models ($k-\epsilon$, $k-\omega$, LES) confirmed that the choice and quality of the grid have a significant impact on the distribution of stability of the calculation during simulation. It is shown that the structured grid constructed using blockMesh has better convergence and calculation time for the considered trial problem compared to the unstructured grid constructed using snappyHexMesh. The obtained results can be used to select the optimal approach to constructing computational grids when simulating flows in engineering problems using OpenFOAM.

Keywords: fluid dynamics, turbulence, T-junction, computational fluid dynamics, 3D mesh, OpenFOAM

1. Введение

В нефтехимической промышленности для переработки тяжелых нефтепродуктов в более легкое топливо используется каталитический крекинг. Данный процесс осуществляется в реакторах каталитического крекинга. На результат этого процесса большое влияние оказывает распределение реагентов внутри установки, а также ряд гидродинамических параметров, таких как давление и температура. Поэтому для моделирования этих процессов используют методы вычислительной гидродинамики.

Моделированию каталитических реакторов посвящено достаточно много статей, где рассматривались гидродинамические потоки внутри каталитического реактора.

Работы Chang [1] и Theologos [2] посвящены моделированию сложных многофазных течений в реакторах каталитического крекинга. В этих работах подчеркивается важность учета взаимодействия фаз (газ, жидкость, твердые частицы) и химических реакций. В работе Theologos была построена математическая модель для трехмерных двухфазных потоков в нижней части каталитического реактора. Впоследствии, в работе Chang была разработана и верифицирована трехмерная трехфазная модель ICRKFO, описывающая потоки в реакторе каталитического крекинга. В статье Novia [3] рассматривается гидродинамика и кинетика реакций в реакторах FCC с использованием модели Эйлера–Эйлера и коммерческого CFD-пакета FLUENT. Авторы отмечают сложность моделирования зоны входа реактора, где требуется высокая детализация сетки для учета турбулентности и смешения. В статье [4] рассмотрена двумерная модель нижней части лифт-ректора без подачи гранулированной среды через боковой ввод.

Моделирование гидродинамических потоков требует создания качественной расчетной сетки, особенно при наличии сложной геометрии, такой как соединения цилиндрических труб.

Статья Аксенова и др. [5] была посвящена численному моделированию турбулентных потоков воды разной температуры в Т-образном соединении труб. Для расчета применялась неструктурированная расчетная сетка с адаптацией (с дополнительным разбиением сетки в областях с большими градиентами скорости потока). Однако в этой статье не были затронуты методы построения структурированных сеток для подобной геометрии расчетной области.

В рамках использования пакета OpenFOAM [6] — популярного инструмента с открытым исходным кодом для численного моделирования задач гидро- и аэродинамики — существует несколько способов построения гексаэдрической (шестигранной) расчетной сетки. Для этого в пакете применяются программы blockMesh и snappyHexMesh, каждая из которых использует различные методы построения конечной разностной сетки.

Кроме того, сторонние программные решения (Ansys [7], Salome [8], FlowVision [9]) могут быть использованы для генерации сеток с последующим экспортом в формат OpenFOAM.

В настоящей статье рассматривается построение структурированной и неструктурированной разностных сеток для Т-образного соединения цилиндрических труб при помощи инструментов пакета OpenFOAM. Анализируются различные подходы к построению разностных сеток посредством сравнения показателей качества разбиения и времени счета. Для оценки качества построенных разностных сеток используется математическая модель протекания жидкости внутри соединения труб.

2. Математическая модель

Ламинарный поток несжимаемой жидкости в полости реактора описывается при помощи уравнений гидродинамики. Динамика жидкости задается системой уравнений [10], состоящей из уравнения неразрывности

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0,$$

уравнения сохранения импульса

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} [\rho u_i u_j + p \delta_{ij} - \tau_{ji}] = 0, \quad i = 1, 2, 3,$$

и сохранения энергии

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho e_0) + \frac{\partial}{\partial x_j} [\rho u_j e_0 + u_j p - u_i \tau_{ij}] = 0.$$

В приведенной системе были использованы следующие обозначения: u — вектор скорости; ρ — плотность; p — давление; τ — компоненты тензора напряжений $\tau_{ij} = -\frac{2\mu}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$, где μ — динамическая вязкость; e_0 — полная энергия.

В месте пересечения цилиндров могут возникать потоки жидкости с высоким числом Рейнольдса ($Re \sim 10^6$). При прямом численном моделировании для разрешения всех вихрей необходимо, чтобы линейный размер ячеек имел тот же порядок, что и Колмогоровский масштаб. В таком случае количество ячеек прямо пропорционально $Re^{\frac{3}{4}}$, что при такой величине числа Рейнольдса делает численные расчеты практически невозможными [11].

Для того, чтобы учесть эффекты турбулентности при использовании сетки, недостаточной для прямого численного моделирования, но позволяющей разрешить крупные вихревые структуры, необходимо использовать различные модели турбулентности. На практике основными типами моделей турбулентности являются RANS (Reynolds–Averaged Navier–Stokes) и LES (Large Eddy Simulation). Далее рассмотрим модели RANS k - ϵ и k - ω и модель LES Смагоринского.

Осредненное уравнение Навье–Стокса в моделях RANS для большого числа Рейнольдса можно записать

как

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial t} = \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} (2v_T \bar{S}_{ij}) + \bar{f}_i.$$

В модели k - ε для вычисления турбулентной вязкости используется следующая система уравнений [12, 13]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right] + \frac{C_1 \mu_t \varepsilon}{\rho \bar{k}} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \\ - C_2 \frac{\varepsilon^2}{\bar{k}} = 0, \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_k} \right] + \frac{\mu_t}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \varepsilon = 0, \end{aligned}$$

где k — турбулентная кинетическая энергия; ε — коэффициент рассеяния; v_T — турбулентная вязкость; σ_k и σ_ε — числа Прандтля; \bar{S}_{ij} — компоненты тензора напряжений.

Основными уравнениями модели k - ω являются:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = P_k - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right], \\ \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho \omega^2 + \\ + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + D_\omega, \end{aligned}$$

где $P_k = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$.

В моделях типа LES вместо осреднения по Рейнольдсу используется фильтрация турбулентных неоднородностей. Уравнение Навье–Стокса в таком случае будет иметь следующий вид:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + v \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}.$$

В модели Смагоринского используются следующие уравнения для вихревой вязкости и тензора напряжений:

$$\begin{aligned} \tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} = -2v_t \bar{S}_{ij}, \\ v_t = (C_s \Delta)^2 \sqrt{2\bar{S}_{ij}}. \end{aligned}$$

3. Построение конечно-разностной модели расчетной области

При моделировании динамики жидкости эффективность численного решения (устойчивость и скорость расчета) иногда существенно зависит от разностной сетки. Существуют различные виды расчетных сеток: структурированные и неструктурированные.

При построении неструктурированной разностной сетки пространство разбивается на нерегулярно расположенные дискретные области. При таком разбиении нельзя аналитически связать номер ячейки сетки и ее положение в пространстве. Это позволяет строить разностные сетки для областей сложной формы, но в то же время замедляет расчет при использовании таких сеток.

В структурированной сетке, напротив, расчетная область разбивается на упорядоченные ячейки. Это позволяет аналитически вычислить положение ячейки по ее номеру. Поэтому структурированная сетка позволяет точнее аппроксимировать производные; использование структурированной сетки приводит к ускорению вычислительного процесса при фиксированном числе узловых точек; структурированная сетка уменьшает необходимый для расчетов объем оперативной памяти компьютера, упрощает процесс пространственной декомпозиции расчетной области при распараллеливании вычислений; ортогональная структурированная сетка снижает вычислительную погрешность [14]. Однако для объектов со сложной геометрией проблематично построить структурированную сетку, поэтому на практике при расчетах часто используют неструктурированные сетки.

Далее рассмотрим различные подходы для построения расчетной сетки для моделирования потока жидкости внутри Т-образного соединения цилиндрических труб.

Качество расчетных сеток можно оценить по набору параметров: неортогональности — углу между прямой, проходящей через центры смежных ячеек, и нормалью к грани, соединяющей эти ячейки; минимальному и максимальному объему ячеек; скошенности — расстоянию от точки пересечения прямой, проходящей через центры смежных ячеек, и соответствующей грани до центра этой грани.

3.1. Построение расчетной сетки при помощи BlockMesh

Для построения структурированной разностной сетки в пакете OpenFOAM используется утилита blockMesh. Программа позволяет описывать расположение и разбиение блоков в структурной сетке. Расчет координат вершин блоков осуществляется с помощью внешней программы, написанной на языке Python. Определение соседних блоков при сборке сетки производится по совпадению вершин соответствующих граней, что следует учитывать при описании структуры сетки.

Рассмотрим два подхода к построению структурной сетки для пересечения цилиндрических труб.

Построение ортогональной структурированной вычислительной сетки с гексаэдрическими ячейками для цилиндрической области не представляет технической проблемы, однако сложность возникает при построении области соединения цилиндрических труб.

Главная идея построения сетки для цилиндра заключается в разбиении окружности сечения на пять гексагональных областей (рис. 1(a)). Соединение цилиндров моделируется при помощи сечения цилиндров плоскостями, проходящими через центр пересечения [15]. Схема расположения блоков для сетки изображена на рис. 1(b). Общий вид полученной сетки изображен на рис. 2.

Однако у такого подхода имеются некоторые недостатки, если рассматривается соединение труб разного диаметра. В таком случае возникает необходимость в

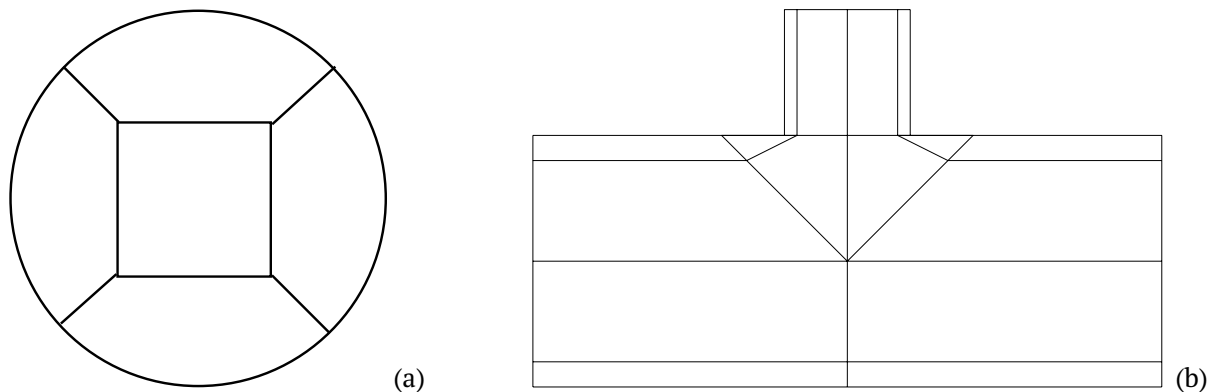


Рис. 1. Схема разбиения пересечения цилиндров на блоки для построения структурированной сетки 1: (а) поперечное сечение цилиндра, разделенное на пять областей, которые образуют основу для построения структурированной сетки внутри цилиндра, (б) продольное сечение пересечения двух цилиндров под прямым углом; грани блоков подогнаны друг к другу, чтобы обеспечить совместимость ячеек сетки в зоне пересечения

добавлении некоторого участка трубы с различными диаметрами, что негативно сказывается на ортогональности полученной сетки. Низкая ортогональность в переходной области между цилиндрами может повлиять на распространение вычислительной ошибки между ячейками.

Идея построения сетки, представленной на рис. 3, заключается в разбиении сетки для трубы большего диаметра так, чтобы было возможно соединение с секцией для трубы меньшего диаметра. Такая конфигурация блоков позволяет избежать чрезмерно большого искривления ячеек сетки в местах пересечения цилиндров. Однако в случае слишком большой разности диаметров большой и малой труб в середине области соединения могут возникать ячейки малого размера, что может снизить точность расчета распространения поля давления. Также слишком мелкое разбиение области будет требовать уменьшения шага по времени для сходимости расчета.

Общий вид со стороны «малого входа» полученной сетки показан на рис. 4, где видна структура разбиения описанных выше блоков на конечно-разностные ячейки.

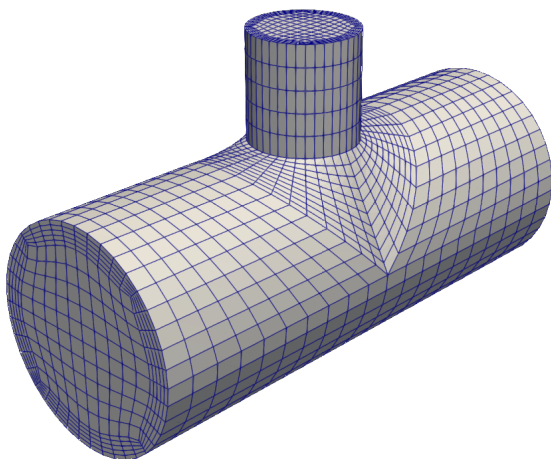


Рис. 2. Внешний вид сетки 1, построенной с использованием утилиты blockMesh

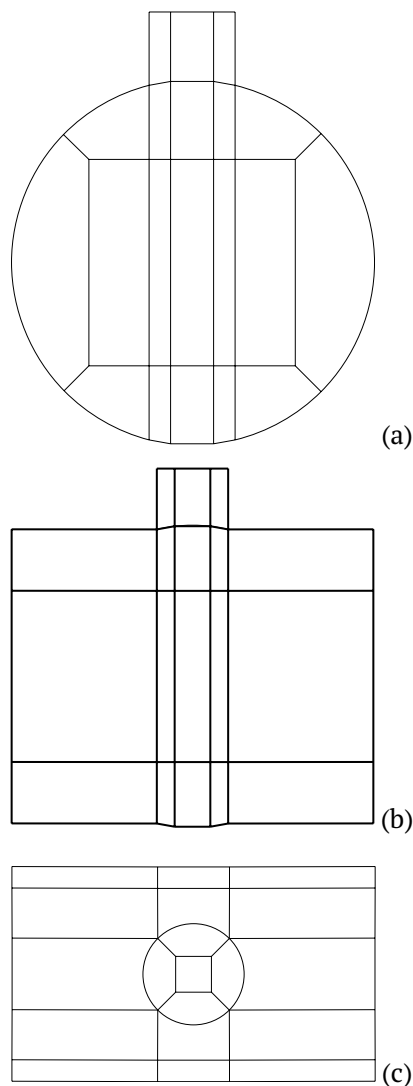
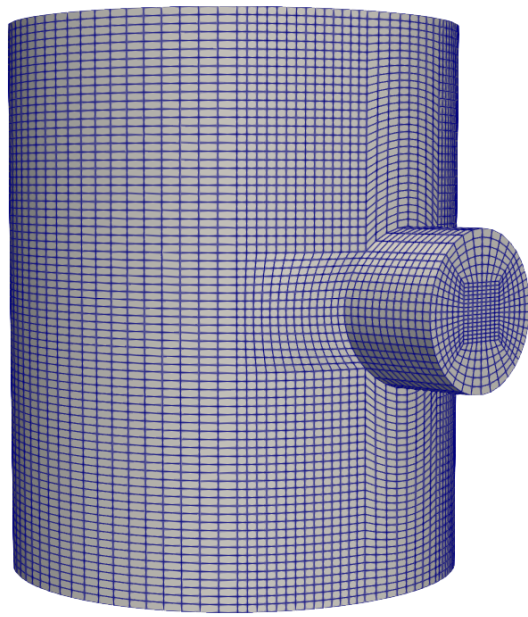
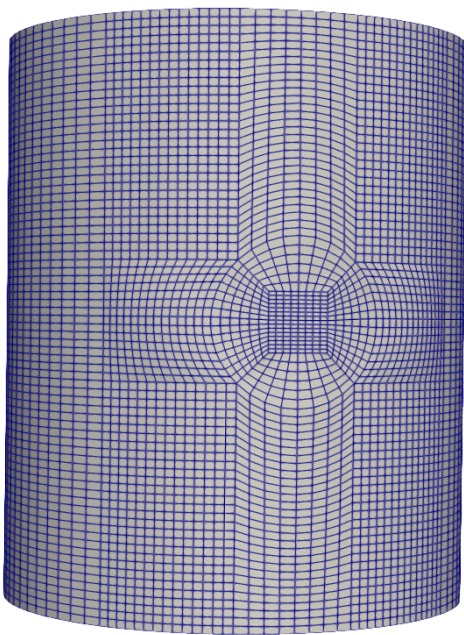


Рис. 3. Схема блоков для соединения большого и малого цилиндров в сетке: (а) сечение в плоскости Oxz , (б) сечение в плоскости Oxy , (с) сечение в плоскости Oyz , видны линии разбиения, формирующие блоки сетки, которые позволяют соединить цилиндр большего диаметра с цилиндром меньшего диаметра



(a)



(b)

Рис. 4. Внешний вид сетки 2, построенной с использованием blockMesh: (a) вид сетки со стороны примыкания малой трубы, (b) вид с обратной стороны

Сравним полученные сетки по приведенным выше параметрам при помощи программы checkMesh. Значения параметров представлены в табл. 1. Показатели неортогональности и скошенности для второй сетки оказались ниже, чем для первой, что позволяет вносить меньшую поправку в решение при моделировании. Далее будет рассматриваться именно вторая сетка, ввиду ее лучших показателей.

3.2. Построение расчетной сетки при помощи SnappyHexMesh

SnappyHexMesh — это инструмент для генерации гексаэдрической неструктурированной сетки, включенный в дистрибутив OpenFOAM. SnappyHexMesh может использовать трехмерную поверхность рельефа и итеративно строить сетку на ней. Некоторые параметры позволяют создавать несколько слоев ячеек у поверхности трехмерной модели. Эта функция позволяет иметь уточненную сетку в области высоких градиентов скорости около поверхности трехмерной модели. Можно выбрать несколько областей для уточнения до желаемого уровня, чтобы OpenFOAM мог решать численные задачи с максимальной эффективностью и точностью, используя сетки, созданные с помощью SnappyHexMesh. Инструмент построения сетки SnappyHexMesh можно запускать параллельно на компьютерном кластере или ПК.

Программа snappyHexMesh начинает строить сетку в гексаэдрически разбитой области, которую можно создать с помощью blockMesh. От начальной гексаэдрической сетки зависит плотность ячеек внутри области моделирования. В нашем случае размер области (20,20,20) и равномерно разбита на (37,37,37).

Процесс построения сетки в snappyHexMesh состоит из 3-х этапов:

1. castellatedMesh — измельчение сетки около поверхности области моделирования. На этом этапе происходит выделение и измельчение ячеек, принадлежащих области моделирования, и удаление ячеек, не принадлежащих ей, в результате чего на границе области моделирования образуется «зубчатая» поверхность. Измельчение определяется минимальным и максимальным уровнями: минимальный уровень применяется в общем к поверхности, а максимальный — к ячейкам, которые образуют пересечения, формирующие угол, превосходящий указанный в resolveFeatureAngle. В нашем случае минимальный уровень — 3, максимальный — 4, а resolveFeatureAngle — 60.

Таблица 1. Параметры качества сеток, построенных blockMesh

Параметр	Сетка 1	Сетка 2
Мин. объем	$1,33077 \cdot 10^{-5}$	0,00121951
Макс. объем	0,00633944	0,0022648
Макс. неортогональность	78,3088	10,9638
Средняя неортогональность	21,5799	5,45203
Максимальная скошенность	1,40888	0,457143

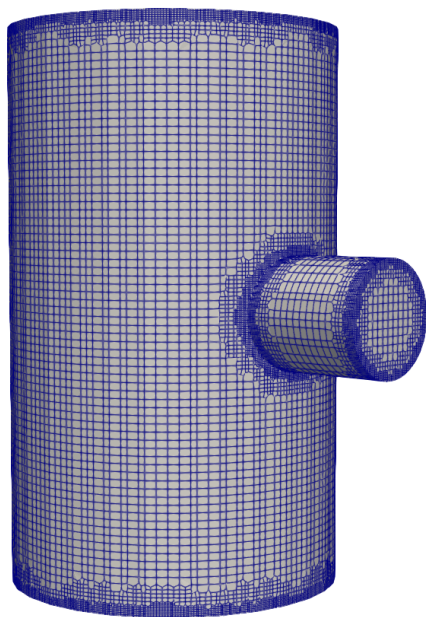


Рис. 5. Внешний вид сетки, построенной snappyHexMesh

2. snap — перемещение вершин около поверхности области моделирования. На этом этапе вершины вблизи поверхности моделирования перемещаются к ней. Для получения равномерного распределения вершин на поверхности моделирования проводятся итерации сглаживания nSolverIter, в нашем случае — 100.
3. addLayers — добавление дополнительных слоев около границы области моделирования. После проведения перемещений около границы области еще могут остаться ячейки с «плохими» параметрами, которые возникают из-за сильных отличий ячеек на границе и внутри границы. Для решения этой проблемы на этом этапе около границы внутри области моделирования добавляются дополнительные слои, имеющие форму границы. Количество слоев определяется параметром nSurfaceLayers, в нашем случае — 2.

На рис. 5 изображена расчетная сетка, полученная для приведенных выше параметров. На рисунке видно измельчение разбиения в угловых областях области моделирования.

4. Вычислительный алгоритм

Для расчета турбулентного потока жидкости была использована программа пакета OpenFOAM, реализующая алгоритм PIMPLE. Алгоритм является гибридом двух методов: PISO (Pressure Implicit with Splitting of Operators) и SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) [16] и предназначен для решения уравнений Навье–Стокса в сложных течениях, таких как турбулентные потоки или потоки с переменной вязкостью [14].

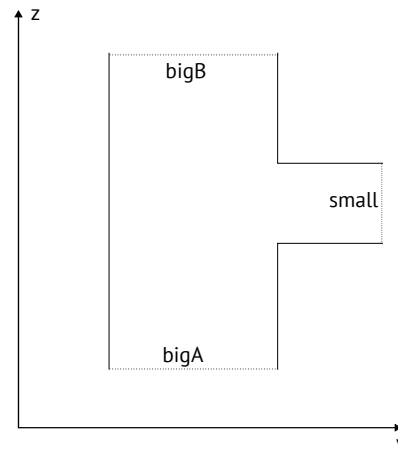


Рис. 6. Названия граничных поверхностей моделируемой расчетной области

5. Результаты

Для оценки числа Куранта и времени счета на рассмотренных сетках было проведено пробное моделирование динамики несжимаемой жидкости при различных моделях турбулентности. На стенках трубы ставится условие прилипания $U_{walls} = 0$; на входах small и bigA (рис. 6) задана постоянная скорость $U_{small} = U_{bigA} = 2$ м/с; на выходе bigB задано условие протекания $\nabla U_{bigB} = 0$. По давлению на входах заданы краевые условия $\nabla p_{small} = 0$ и $\nabla p_{bigA} = 0$, а на выходе — постоянное давление $p_{bigB} = 0$.

В начальный момент времени заданы условия $U = 0$ и $p = 0$ во всех внутренних точках расчетной области. Для расчета был задан фиксированный шаг по времени $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$ с.

Расчет на сетке, построенной с помощью snappyHexMesh, с использованием модели турбулентности $k-\epsilon$ оказался неустойчивым. Это может быть связано с большим уровнем разбиения в области поверхности расчетной области, из-за чего получаются ячейки маленьких размеров в области соединения труб. На графиках, представленных на рис. 7, показано изменение среднего и максимального значений числа Куранта в ходе расчета для каждого момента времени.

Для вычислительных экспериментов используются следующие обозначения: Keps — модель турбулентности $k-\epsilon$; Kom — модель турбулентности $k-\omega$; Les — модель турбулентности Смагоринского; bm — сетка, построенная с помощью blockMesh (рис. 8); sm — сетка, построенная с помощью snappyHexMesh (рис. 9). Можно видеть, что средние значения числа Куранта при расчете с использованием построенной snappyHexMesh сетки оказываются больше, чем значения сетки, построенной с помощью blockMesh. Это значит, что расчет с применением моделей турбулентности для сетки bm допускает увеличение шага по времени Δt . Диаграмма времени расчета на сетках представлена на рис. 10. На диаграмме можно заметить, что время счета на сетках bm и sm отличается незначительно, не учитывая время Keps_sm ввиду расхождения расчета.

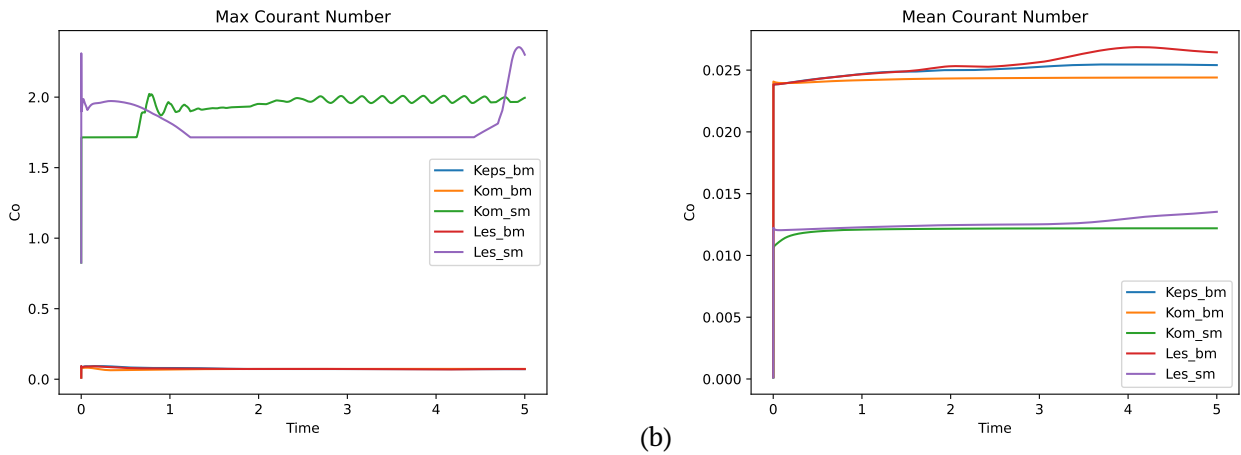


Рис. 7. Значения числа Куранта в ходе расчета для различных сеток: (a) максимальное число Куранта; (b) среднее число Куранта

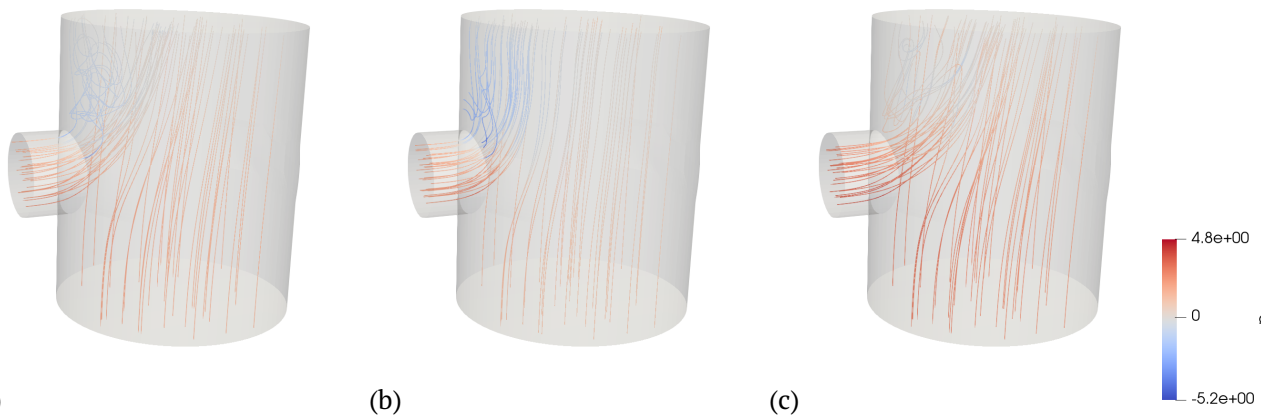


Рис. 8. Результаты пробных вычислительных экспериментов с использованием сетки 2. Показаны формы вихрей для различных моделей турбулентности: (a) модель $k-\epsilon$; (b) модель $k-\omega$; (c) модель Смагоринского

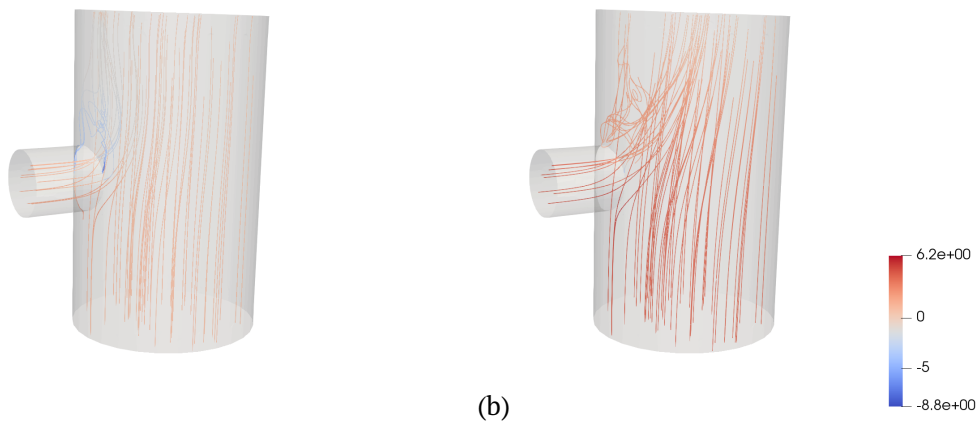


Рис. 9. Результаты пробных вычислительных экспериментов с использованием сетки, построенной с помощью snappyHexMesh. Показаны формы вихрей для различных моделей турбулентности: (a) модель $k-\omega$; (b) модель Смагоринского

Таблица 2. Параметры качества сеток

Параметр	Сетка snappyHexMesh	Сетка blockMesh
Мин. объем	$4,28 \cdot 10^{-5}$	0,00121951
Макс. объем	0,157245	0,0022648
Макс. неортогональность	58,9713	10,9638
Средняя неортогональность	9,85755	5,45203
Максимальная скошенность	3,55625	0,457143

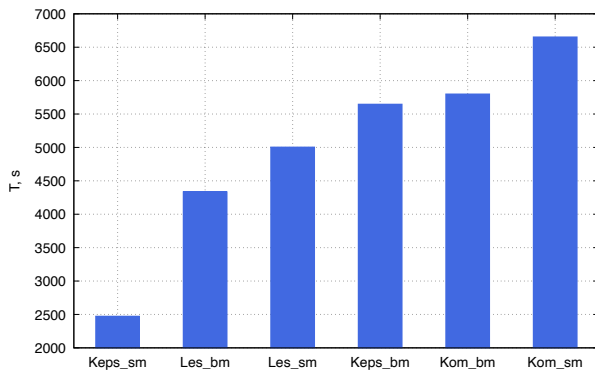


Рис. 10. Время расчета в различных вычислительных экспериментах

Расчеты с применением структурированной сетки, построенной с помощью blockMesh, показали большую устойчивость в сравнении с неструктурированной сеткой, построенной с помощью snappyHexMesh. Это может быть связано с более высокой ортогональностью и низкой скошенностью ячеек в структурированной сетке (табл. 2).

Стоит отметить, что неструктурированные сетки, создаваемые snappyHexMesh, позволяют более гибко адаптироваться к сложной геометрии при наличии резких изменений диаметра. Такие сетки позволяют локально уточнять разбиение в областях с большими градиентами скорости, что критично для корректного воспроизведения турбулентных вихрей и зон смешения. Однако неструктурированные сетки могут иметь повышенную неортогональность и скошенность, что потенциально увеличивает вычислительную ошибку и требует дополнительных ресурсов для коррекции численного решения.

6. Заключение

В настоящей работе проведен сравнительный анализ различных подходов к построению конечно-разностных сеток для моделирования течения жидкости в Т-образном соединении цилиндрических труб с использованием пакета OpenFOAM. Рассмотрены как структурированные сетки, создаваемые с помощью blockMesh, так и неструктурированные гексаэдрические сетки, формируемые инструментом snappyHexMesh. Проведенная по основным параметрам оценка качества (неортогональность, скошенность, объем ячеек) показала, что структурированная сетка, построенная по усовершенствованной схеме соединения блоков, обеспечивает лучшие показатели ортогональности и скошен-

ности по сравнению с неструктурированной сеткой, что положительно сказывается на точности и устойчивости численного моделирования.

В то же время инструмент snappyHexMesh позволяет гибко адаптировать сетку к сложной геометрии области моделирования и локально уточнять разбиение в зонах с высокими градиентами скорости, что особенно важно для корректного описания турбулентных структур. Результаты численного моделирования с использованием различных моделей турбулентности ($k-\epsilon$, $k-\omega$, LES) подтвердили, что выбор и качество сетки оказывают существенное влияние на распределение устойчивости расчета при моделировании.

Таким образом, структурированная сетка, построенная с помощью blockMesh, имеет более хорошие показатели сходимости и времени счета для рассмотренной пробной задачи по сравнению с неструктурированной сеткой, построенной с помощью snappyHexMesh.

Список литературы / References

- [1] Chang SL, Zhou C. Simulation of FCC riser flow with multiphase heat transfer and cracking reactions. *Computational Mechanics*. 2003;31(6):519–532. DOI: 10.1007/s00466-003-0459-7
- [2] Theologos K, Markatos N. Advanced modeling of fluid catalytic cracking riser-type reactors. *AIChE Journal*. 1993;39(6):1007–1017. DOI: 10.1002/aic.690390610
- [3] Novia N, Ray MS, Pareek V. Three-dimensional hydrodynamics and reaction kinetics analysis in FCC riser reactors. *Chemical product and process modeling*. 2007;2(2). DOI: 10.2202/1934-2659.1068
- [4] Козлова АЮ, Михайленко КИ. Эйлер–Эйлерова модель динамики дисперсной среды в нижней части лифт-реактора. *Многофазные системы*. 2024;19(1s):60–62. Kozlova AYU, <ikhaylenko CI. Euler–Euler model of the dynamics of a dispersed medium in the lower section of a lift reactor. *Multiphase Systems*. 2024;19(1s):60–62 (in Russian). DOI: 10.21662/mfs2024.1s
- [5] Аксенов АА, Александрова НА, Будников АВ, Жестков МН, Сазонова МЛ, Кочетков МА. Моделирование LES-подходом в ПК FlowVision турбулентного перемешивания разнотемпературных потоков в Т-образном трубопроводе. *Компьютерные исследования и моделирование*. 2023;15(4):827–843. Aksenov AA, Alexandrova NA, Budnikov AV, Zhestkov MN, Sazonova ML, Kochetkov MA. Simulation of multi-temperature flows turbulent mixing in a T-junctions by the LES approach in FlowVision software package. *Computer research and modeling*. 2023;15(4):827–843 (in Russian). DOI: 10.20537/2076-7633-2023-15-4-827-843
- [6] *The Open Source ComputationalFluid Dynamics (CFD) Toolbox*. [online] URL: <http://www.openfoam.com/> (Accessed 24.05.2025).
- [7] *Ansys | Engineering Simulation Software*. [online] URL: <https://ansys.com/> (Accessed 24.05.2025).
- [8] *SALOME PLATFORM - The open-source platform for numerical simulation*. [online] URL: <https://www.salome-platform.org> (Accessed 24.05.2025).
- [9] *FlowVision CFD*. [online] URL: <https://flowvision.ru/ru/> (Accessed 24.05.2025).

- [10] Седов ЛИ. *Механика сплошной среды*. Том 1. М.: Недра; 1970. 492 с. Sedov LI. *Continuum mechanics*. Vol 1. M.: Nedra; 1970. 492 p.
- [11] Охотников ДИ. Прямое численное моделирование ламинарно-турбулентного перехода на сетках с локальным сгущением. *Ученые записки Казанского университета Серия Физико-математические науки*. 2017;**159**(2):216–230. Okhotnikov DI. Direct numerical modeling of laminar-turbulent transition on grids with local thickening. *Scientific notes of Kazan University. Series Physical and mathematical sciences*. 2017;**159**(2):216–230 (in Russian). EDN: zqnuuf
- [12] Коркодинов ЯА. Обзор семейства $k-\varepsilon$ моделей для моделирования турбулентности. *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Машиностроение, материаловедение*. 2013;**15**(2):5–16. Korkodinov IaA. The review of set of $k-\varepsilon$ models for modeling turbulence. *Bulletin PNRPU. Mechanical engineering, materials science*. 2013;**15**(2):5–16 (in Russian). EDN: qyxpq
- [13] Launder B, Spalding DB. The numerical computation of turbulent flows. *Comput Methods Appl Mech Eng*. 1974;**3**(2):269–289. DOI: 10.1016/0045-7825(74)90029-2
- [14] Михайленко КИ. К моделированию вихревой трубы: подготовка гексагональной сетки для вычислительных экспериментов в среде OpenFOAM. *Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН*. 2016;**11**(1):112–118. Mikhaylenko CI. Simulation of the vortex tube: design of a hexagonal mesh for computational experiments in OpenFOAM. *Proceedings of the Mavlyutov Institute of Mechanics*. 2016;**11**(1):112–118. DOI: 10.21662/uim2016.1.017
- [15] Polansky J. *Pipeline mesh generator based on blockMesh version 2.5*. Physikalisch-Technische Bundesanstalt; 2021. 83 p. DOI: 10.7795/530.20230512
- [16] Ferziger JH, Perić M. *Computational methods for fluid dynamics*. Springer Science & Business Media; 2002. 364 p. DOI: 10.1007/978-3-642-56026-2

Сведения об авторах / Information about the Authors

Абдулов Ильяс Айратович

Уфимский университет науки и технологий, Уфа

Яковлев Олег Витальевич

Уфимский университет науки и технологий, Уфа

Ilyas A. Abdulov

Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia

ily4s.abdulov@yandex.ru

ORCID: [0009-0001-6843-1152](https://orcid.org/0009-0001-6843-1152)

Oleg V. Yakovlev

Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia

yakovlev_ov@inbox.ru

ORCID: [0009-0009-1726-4997](https://orcid.org/0009-0009-1726-4997)



Устойчивость трубопровода при продольно-поперечном изгибе в плоском канале

М.И. Макаров^{1,2} ✉, И.Л. Кузьмин³

¹ Сколковский институт науки и технологий, Москва

² Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва

³ Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, Москва

E-mail: ufamax2@gmail.com

Исследование посвящено актуальной проблеме устойчивости стержней в ограниченном пространстве, имеющей важное значение для технологий бурения скважин и строительства подземных переходов методом наклонно-направленного бурения. Целью работы является определение спектра критических сил, соответствующих различным формам контакта стержня с плоскими стенками канала. На основе классической теории изгиба Эйлера–Бернулли разработана аналитическая модель невесомого стержня между двумя жесткими плоскими поверхностями. Это позволило получить точные формулы для расчета критических сил, при которых стержень теряет устойчивость. Численное моделирование выполнено методом коллокации с адаптивным выбором сетки, реализованным в функции `solve_bvp` библиотеки SciPy. Этот метод позволяет учесть сложные граничные условия и нелинейные эффекты, которые могут влиять на устойчивость стержня. В результате исследования определены семь различных форм изгиба стержня и соответствующие им диапазоны критических сил от $P_{cr} = \pi^2 EJ/l^2$ до $P_{cr} = 1296\pi^2 EJ/l^2$. Выявлены закономерности перехода от точечного контакта к линейному при увеличении нагрузки. Установлено, что при малых нагрузках стержень изгибается в форме синусоиды, а при больших принимает более сложные формы, включая формы с несколькими полуволнами. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными, что подтверждает их достоверность и практическую значимость. Результаты исследования могут быть использованы при проектировании трубопроводов в нефтегазовой отрасли для предотвращения потери устойчивости конструкций. Это особенно важно при прокладке трубопроводов в сложных геологических условиях, где устойчивость стержней может быть нарушена из-за высоких нагрузок или ограничений пространства. Кроме того, результаты исследования могут быть полезны при разработке новых технологий бурения и строительства подземных переходов. Например, они могут быть использованы для оптимизации параметров бурового оборудования и конструкции подземных переходов, чтобы обеспечить их устойчивость и надежность. Дальнейшие исследования в этой области могут быть направлены на изучение устойчивости стержней с учетом влияния температуры, влажности и других факторов, которые могут влиять на их свойства и поведение в ограниченном пространстве. Это позволит разработать более точные и надежные методы проектирования и эксплуатации конструкций в сложных условиях.

Ключевые слова: продольно-поперечный изгиб, устойчивость трубопровода, плоский канал, критическая сила, точечный контакт, линейный контакт

Pipeline stability under longitudinal and transverse bending in a plane channel

M.I. Makarov^{1,2} ✉, I.L. Kuzmin³

¹ Skolkovo Institute of Science and Technology, Moscow, Russia

² National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia

³ Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

E-mail: ufamax2@gmail.com

The study is devoted to the urgent problem of the stability of rods in a confined space, which is important for the technologies of drilling wells and the construction of underground passages using directional drilling. The aim of the work is to determine the spectrum of critical forces corresponding to the various forms of contact of the rod with the flat walls of the channel. Based on the classical Euler-Bernoulli bending theory, an analytical model of a weightless rod between two rigid flat surfaces has been developed. This made it possible to obtain precise formulas for calculating the critical forces at which the rod loses stability. Numerical simulation is performed using the collocation method with adaptive grid selection implemented in the `solve_bvp` function of the SciPy library. This method allows you to take into

account complex boundary conditions and nonlinear effects that can affect the stability of the rod. As a result of the study, seven different forms of rod bending and their corresponding ranges of critical forces were determined – from $P_{cr} = \pi^2 EJ/l^2$ to $P_{cr} = 1296\pi^2 EJ/l^2$. The patterns of transition from point contact to linear contact with increasing load are revealed. It is established that at low loads the rod bends in the form of a sine wave, and at high loads it takes on more complex shapes, including shapes with several half-waves. The results obtained are in good agreement with experimental data, which confirms their reliability and practical significance. The results of the study can be used in the design of pipelines in the oil and gas industry to prevent the loss of structural stability. This is especially important when laying pipelines in difficult geological conditions, where the stability of the rods may be compromised due to high loads or space constraints. In addition, the results of the study may be useful in the development of new technologies for drilling and construction of underpasses. For example, they can be used to optimize the parameters of drilling equipment and the construction of underpasses to ensure their stability and reliability. Further research in this area may be aimed at studying the stability of rods, taking into account the influence of temperature, humidity and other factors that may affect their properties and behavior in a confined space. This will make it possible to develop more accurate and reliable methods for designing and operating structures in difficult conditions.

Keywords: longitudinal-transverse bending, pipeline stability, flat channel, critical force, point contact, line contact

1. Введение

Задача об устойчивости стержней в ограниченном пространстве имеет фундаментальное значение для ряда инженерных приложений, особенно в нефтегазовой отрасли. Исследование поведения трубопроводов при изгибе в скважинах критически важно для обеспечения безопасности конструкций, точности геодезических измерений, а также для анализа деформационных напряжений и контактных сил со стволом скважины.

В.И. Феодосьев [1] выдвинул гипотезу о возможности существования сложных форм плоского изгиба стержней в каналах, ограничивающих их прогиб при потере устойчивости. Эта гипотеза была экспериментально подтверждена Н.Т. Овчинниковым и Ф.Д. Сорокиным [2]. В современных исследованиях авторов [4] была разработана математическая модель для анализа напряжений изгиба направленных бурильных труб в многоствольных скважинах, показано, что основной причиной отказов является чрезмерный изгиб. Особое внимание в [5] уделяется влиянию латеральных колебаний бурильной колонны на устойчивость ствола скважины. Исследования показывают, что как латеральное ускорение, так и эффекты трения оказывают значительное влияние на устойчивость скважины, при этом начальное положение столкновения и размер зазора между бурильной колонной и стенкой скважины являются критическими факторами. Значительное развитие получили исследования устойчивости морских трубопроводов, особенно систем «труба в трубе» [6]. Авторы разработали методы контроля глобальной потери устойчивости таких систем с использованием распределенной плавучести, что решает проблему неустойчивости, вызванной высоким центром тяжести трубопровода. Российские исследования в области устойчивости морских трубопроводов на арктическом шельфе внесли важный вклад в понимание взаимодействия трубопровода с многолетнемерзлыми породами [7].

Целью настоящей работы является определение спектра критических сил, при которых происходит потеря устойчивости, и соответствующих форм изгиба стержня в плоском канале. Это позволит более точно

прогнозировать поведение трубопроводов в реальных условиях эксплуатации, учитывая их геометрические и механические характеристики, а также особенности окружающей среды.

Для достижения поставленной цели необходимо провести теоретический анализ задачи с использованием методов теории упругости и механики деформируемого твердого тела. Особое внимание будет уделено учету граничных условий, определяющих взаимодействие стержня с каналом, а также влиянию начальных несовершенств формы и механических свойств материала на устойчивость системы.

Экспериментальные исследования, проведенные с использованием современных методов диагностики и моделирования, позволят верифицировать полученные теоретические результаты и уточнить границы применимости предложенной модели. Результаты работы будут полезны для разработки рекомендаций по проектированию и эксплуатации трубопроводов в условиях ограниченного пространства, что повысит надежность и безопасность нефтегазовых сооружений.

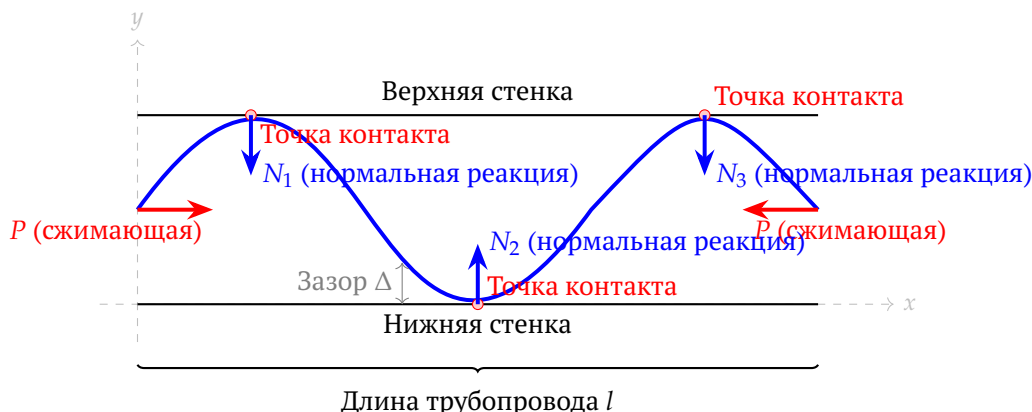
2. Постановка задачи и модель

Рассмотрим стержень в плоском канале, закрепленный на концах. На рис. 1 представлена расчетная схема трубопровода в плоском канале с указанием осей координат, действующих сил и граничных условий. Стержень длиной l находится между двумя жесткими плоскими поверхностями с зазором Δ и подвергается действию продольной силы P на обоих концах.

Примем, что при $P > \pi^2 EJ/l^2$ (E — модуль Юнга, J — момент инерции) существует зона l_2 плотного прилегания стержня к стенкам трубы. Составим уравнение упругой линии стержня на участке $0 \leq x \leq l_1$, где l_1 — расстояние от начала стержня до плотного прилегания; R обозначает реакцию основания — силу, с которой стенка канала действует на стержень в точке контакта:

$$EJ \frac{d^2 y}{dx^2} + Py = Rx.$$

Дважды проинтегрировав уравнение и прини-



Обозначения:
 P — продольная сжимающая сила
 N — нормальная реакция стенки
 Δ — зазор между трубой и стенкой

Рис. 1. Расчетная схема трубопровода в плоском канале

мая $\alpha^2 = P/(EJ)$, получим уравнение изгиба [3]:

$$\frac{d^4y}{dx^4} + \alpha^2 \frac{d^2y}{dx^2} = 0. \tag{1}$$

Общее решение (1) имеет вид:

$$y(x) = A \sin \alpha x + B \cos \alpha x + Cx + D.$$

Ставим пять граничных условий для определения l_1 помимо констант:

$$y(0) = 0, y''(0) = 0, y(l_1) = \Delta, y'(l_1) = 0, y''(l_1) = 0.$$

Подставив граничные условия, получаем:

$$y(0) = B + D = 0, y''(0) = -B\alpha^2 = 0 \Rightarrow B = 0, D = 0;$$

$$y'(l_1) = A\alpha \cos \alpha l_1 + C = 0, y''(l_1) = -\alpha^2 A \sin \alpha l_1 = 0,$$

$$y(l_1) = A \sin \alpha l_1 + Cl_1 = \Delta \Rightarrow A \neq 0, \sin \alpha l_1 = 0 \Rightarrow$$

$$C = \frac{\Delta}{l_1} \Rightarrow A = \frac{-\Delta}{l_1 \alpha \cos \alpha l_1} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha l_1 = 0 \Rightarrow$$

$$\alpha l_1 = \pi n, n = 1 \Rightarrow l_1 = \frac{\pi}{\alpha} \Rightarrow A = \frac{\Delta}{\pi}.$$

И тогда итоговое решение имеет вид:

$$y(x) = \frac{\Delta}{\pi} (\sin \alpha x + \alpha x).$$

Так как продольную нагрузку можно записать в виде $P = \alpha^2 \cdot EJ$ (из определения α), то выразив α через l_1 , мы получаем нагрузку, зависящую от l_1 вместо l :

$$P = \frac{\pi^2 EJ}{l_1^2}. \tag{2}$$

Из (2) следует, что прилегание начнется при силе $P = 4\pi^2 EJ/l^2$, так как $l_1 \leq l/2$. Следовательно, точка касания не может превышать середину стержня. Соответственно, при силе $\pi^2 EJ/l^2 \leq P \leq 4\pi^2 EJ/l^2$ происходит одно-точечный контакт, а при большей силе начинается прилегание по участку.

Однако, если средний участок l_2 станет достаточно длинным, то на нем также может произойти потеря устойчивости. Определим при какой длине l_1 это произойдет. Критическая сила для среднего участка будет $P = \pi^2 EJ/l_2^2, l_2 = l - 2l_1$, но в то же время она равна $P = \pi^2 EJ/l_1^2$. Приравняв выражения, найдем $l_1 = l/4$ и $P = 16\pi^2 EJ/l^2$.

После того как средний участок изогнется, можно рассматривать каждую треть стержня как новый самостоятельный стержень и, соответственно, изменится и расстояние от начала стержня до плотного прилегания $l_1 = l/6$ одновременно. Проведя вычисления, аналогичные предыдущим, найдем критическую силу $P = 36\pi^2 EJ/l^2$, при которой вновь начнется прилегание к стенкам по участкам.

При силе $16\pi^2 EJ/l^2 \leq P \leq 36\pi^2 EJ/l^2$ происходит трех-точечный контакт, при большей силе снова начинается прилегание, но уже на трех участках.

Считаем, что волны изгиба равномерны и изгиб на трех участках происходит одинаково и одновременно. Рассмотрим первую полуволну (левую), у которой при силе $P = 36\pi^2 EJ/l^2$ начинается прилегание. Тогда $l_1 = l/6$ и постепенно уменьшается при большей силе, так как растет $l_2 = l/3 - 2l_1$. Приравнивая силы, как это было сделано ранее, получим критическую силу $P = 144\pi^2 EJ/l^2$, при которой произойдет вторичная потеря устойчивости (у всех трех полуволн в нашей работе) и длина l_1 скачком изменится до $l/18$.

Повторив процедуру, считая что изгиб будет одина-

Таблица 1. Формы изгиба стержня и нагрузки

Номер формы n	Число полувольт изгиба w	Вид контакта	Безразмерное усилие \bar{P}
1	0	отсутствует	$\bar{P} \leq 1$
2	1	одна точка	$1 \leq \bar{P} \leq 4$
3	1	одна линия	$4 \leq \bar{P} \leq 16$
4	3	три точки	$16 \leq \bar{P} \leq 36$
5	3	три линии	$36 \leq \bar{P} \leq 144$
6	9	девять точек	$144 \leq \bar{P} \leq 324$
7	9	девять линий	$324 \leq \bar{P} \leq 1296$

ковым на всех 9-и полуволнах, найдем силу при которой вновь начнется линейный контакт:

$$P = \frac{\pi^2 EJ}{l_1^2} = \frac{324\pi^2 EJ}{l^2}.$$

Выполнив аналогичные операции, получим силу, необходимую для вторичной потери устойчивости:

$$l_2 = \frac{l}{18} - 2l_1 \rightarrow P = \frac{1296\pi^2 EJ}{l^2}.$$

Дальнейший изгиб не отличается от предыдущих этапов, исходя из теории, однако, как показал физический эксперимент, рассматривать его нет смысла ввиду того, что изгиб практически не происходит одновременно и одинаково даже на 3-х полуволнах, а на 9-и полуволнах вероятность последующего изгиба мала и представляет существенные сложности как в изучении, так и в практическом применении.

Формы изгиба представлены на рис. 2, а количественные результаты, являющиеся спектром критических сил (это последовательность значений продольной нагрузки, при которых стержень (трубопровод) между двумя жесткими плоскими стенками теряет устойчивость и меняет форму изгиба; физически это означает, что при достижении каждой из этих нагрузок возникает новая форма контакта стержня со стенками: сначала точечный, затем линейный, затем множественные точки и линии контакта) приведены в табл. 1, где использовались следующие обозначения: $\bar{P} = P/P_{cr}$ — безразмерное усилие; $P_{cr} = \pi^2 EI/l^2$ — критическое усилие при потере устойчивости по Эйлеру; P — усилие на концах стержня (E — модуль Юнга материала стержня; I — момент инерции сечения стержня).

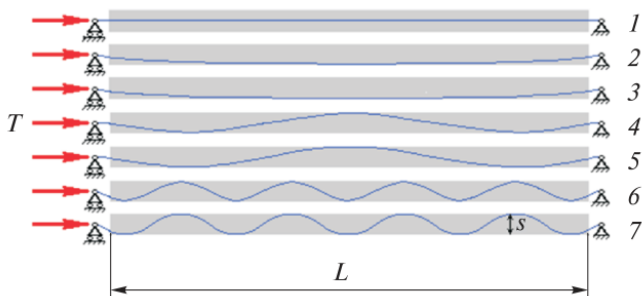


Рис. 2. Формы изгиба

3. Результаты моделирования

При построении численного решения используем некоторые результаты, полученные при аналитическом решении. Поскольку длина $l_1 = \pi/\alpha$ уже определена, то при численном решении ставятся только 4-е граничных условия. Соответственно, для левой части рассматриваются 4-е вида граничных условий:

- 1) $y(0) = 0, y''(0) = 0, y(l_1) = \Delta, y'(l_1) = 0$ соответствует шарнирному закреплению левого конца стержня и условию касания со стенкой в точке l_1 ;
- 2) $y(0) = 0, y'(0) = 0, y(l_1) = \Delta, y'(l_1) = 0$ соответствует жесткому закреплению левого конца;
- 3) $y(0) = 0, y'''(0) = 0, y(l_1) = \Delta, y'(l_1) = 0$ соответствует шарнирному закреплению с возможностью горизонтального смещения;
- 4) $y(0) = 0, y''(0) = 0, y(l_1) = \Delta, y''(l_1) = 0$ соответствует шарнирному закреплению с условием отсутствия изгибающего момента в точке контакта.

Физически обоснованными для рассматриваемой задачи являются первый и третий варианты граничных условий, поскольку они соответствуют реальным условиям закрепления трубопровода в скважине. Второй вариант не соответствует условиям шарнирного закрепления, а четвертый приводит к некорректным результатам из-за нарушения условия непрерывности изгибающего момента.

Используется численный метод коллокации с адаптивным выбором сетки (collocation method with adaptive mesh refinement), реализованный в функции solve_bvp библиотеки SciPy. Этот метод сочетает конечно-разностную дискретизацию (уравнения преобразуются в алгебраическую систему через аппроксимацию производных на сетке), кусочно-кубическую интерполяцию (решение представляется в виде полиномов 3-го порядка на каждом интервале сетки), адаптивное уточнение сетки (алгоритм автоматически увеличивает плотность узлов в областях высокой нелинейности для контроля погрешности), квазилинеаризацию (для нелинейных задач используется итерационное линейное приближение).

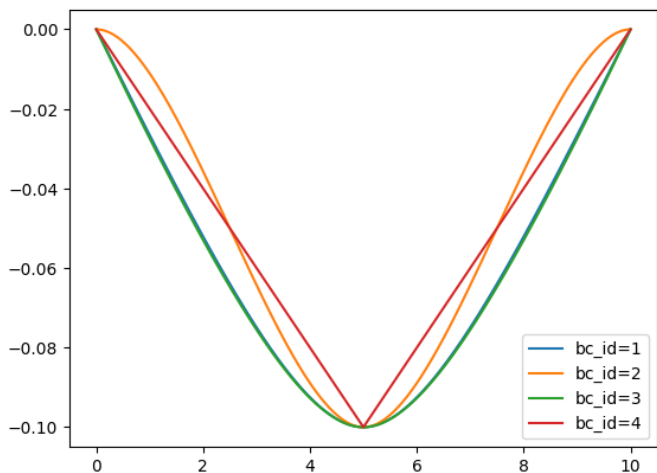


Рис. 3. Различные виды граничных условий

Параметры решения: относительная погрешность $tol = 1e-3$, максимальное число узлов сетки $max_nodes = 1000$. Метод обоснован сложными граничными условиями, резкими изменениями решения (зоны контакта/отрыва), неявными граничными условиями (условия в точке контакта $y(l_1) = \Delta, y'(l_1) = 0$) [8, 9].

Результаты моделирования представлены на рис. 3. Физические параметры модели: длина стержня $l = 5$ м, ширина канала $s = 0.45$ м, ширина зазора $\Delta = 0.2$ м, диаметр трубы $d = 0.05$ м, толщина трубы $h = 0.005$ м, геометрический момент инерции кольца $J = (\pi d^4 / 64) \cdot (1 - ((d - 2h) / d)^2) = 1.81 \times 10^{-7} \text{ м}^4$, модуль Юнга для нержавеющей стали $E = 2.06 \times 10^{11} \text{ Н/м}^2$. Как видно из рис. 3, решения при первом и третьем виде совпадают, а при остальных не являются обоснованными с физической точки зрения. Поэтому будем использовать первое или третье граничное условие.

Критическая сила Эйлера равна

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EJ}{l^2} = 14730.695 \text{ Н.}$$

Особенностью моделирования является то, что каждая полуволна считается отдельно со своим граничным условием. Также каждая полуволна разбивается на левый, средний и правый участки. При некоторых усилиях средний участок вырождается и остаются только крайние участки.

На рис. 4–10 представлены численные решения задачи для различных форм изгиба, приведенных в табл. 1. Видно, что:

- при $0 \leq \bar{P} \leq 1$ изгиба стержня не происходит из-за недостаточного усилия (рис. 4);
- при $1 \leq \bar{P} \leq 4$ происходит изгиб с контактом в одной точке — середине стержня, обладающей наименьшей жесткостью (рис. 5);
- при $4 \leq \bar{P} \leq 16$ происходит прилегание к стенке, величина длины которого пропорциональна усилию (рис. 6);

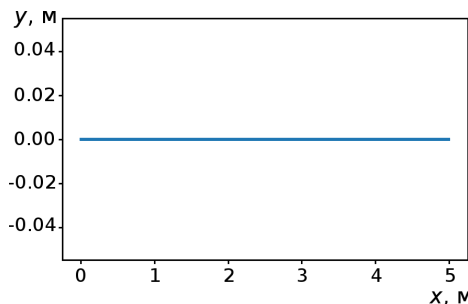


Рис. 4. Форма изгиба при нагрузке меньше критической: $0 \leq \bar{P} \leq 1$

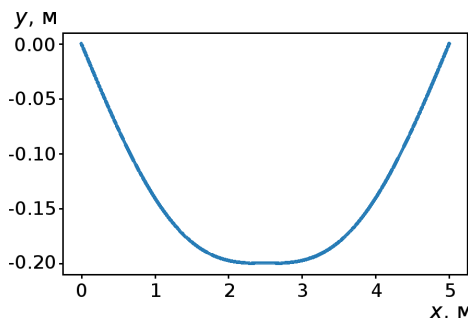


Рис. 5. Форма изгиба при критической нагрузке: $1 \leq \bar{P} \leq 4$ ($l_1 = 2.5$ м)

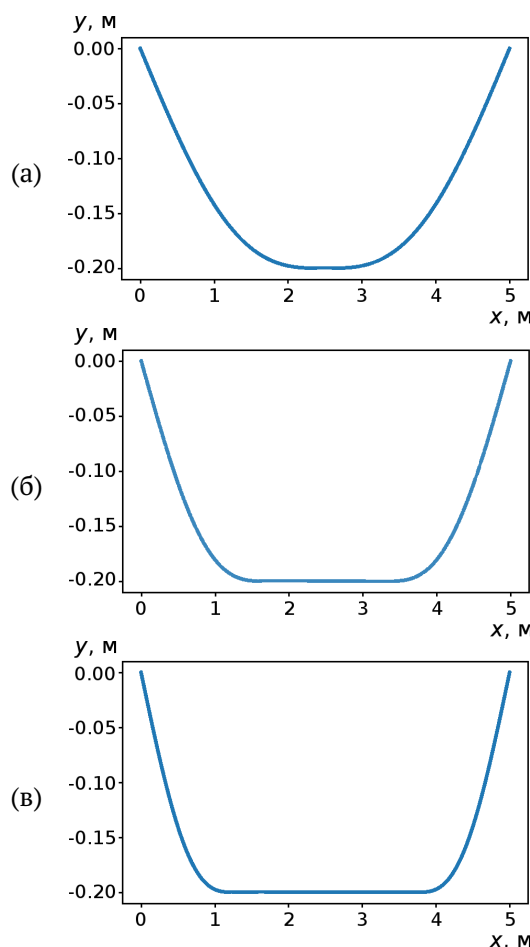


Рис. 6. Форма изгиба при прилегании трубопровода: (а) $\bar{P} = 4.1$ ($l_1 = 2.469$ м), (б) $\bar{P} = 9$ ($l_1 = 1.667$ м), (в) $\bar{P} = 15.99$ ($l_1 = 1.25$ м)

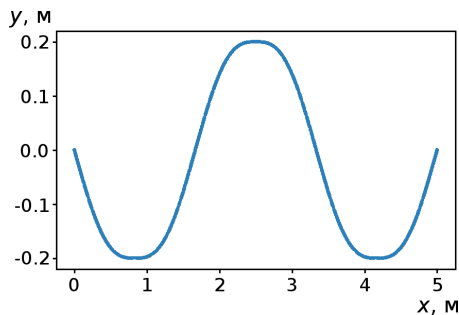


Рис. 7. Форма изгиба при образовании трех полуволн: $16 \leq \bar{P} \leq 36$ ($l_1 = 0.833$ м)

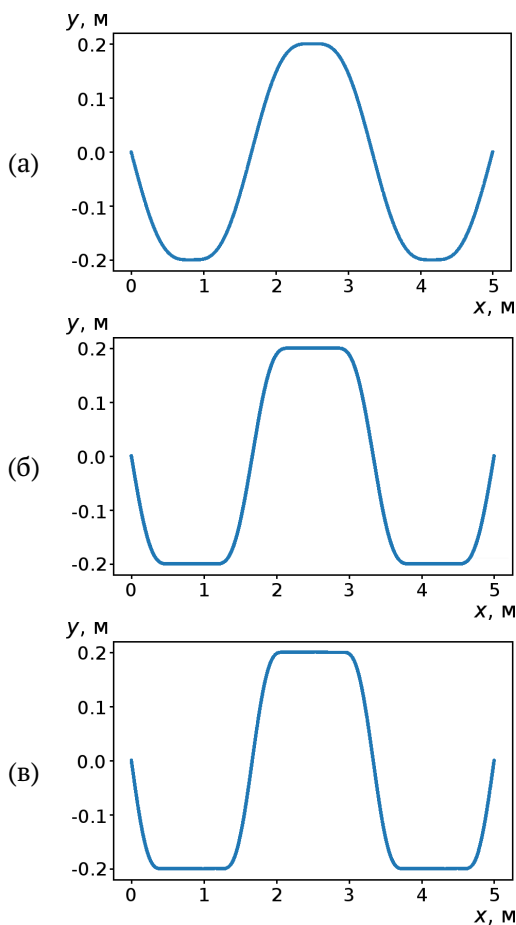


Рис. 8. Форма изгиба при повторном прилегании: (а) $\bar{P} = 40$ ($l_1 = 0.791$ м), (б) $\bar{P} = 100$ ($l_1 = 0.5$ м), (в) $\bar{P} = 143.99$ ($l_1 = 0.417$ м)

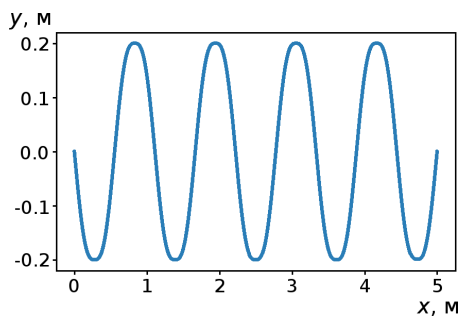


Рис. 9. Форма изгиба при образовании девяти полуволн: $144 \leq \bar{P} \leq 324$ ($l_1 = 0.278$ м)

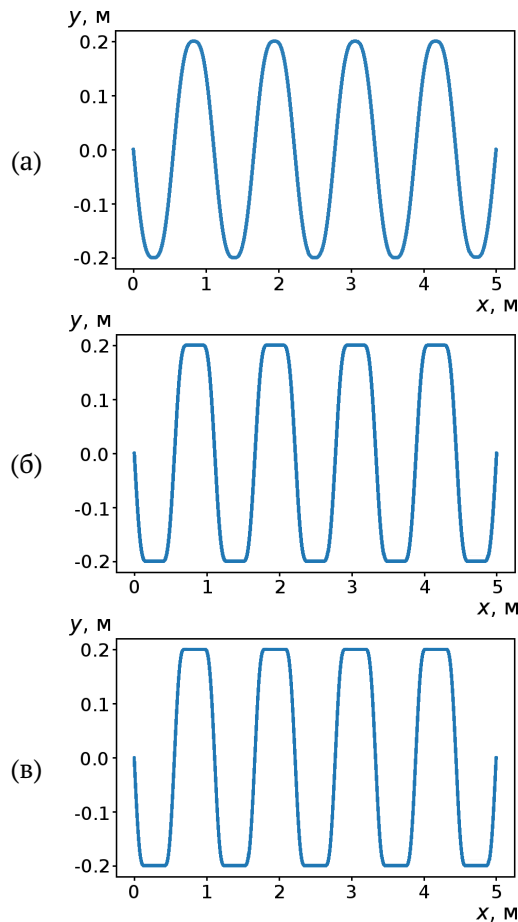


Рис. 10. Форма изгиба при множественном прилегании: (а) $\bar{P} = 330$ ($l_1 = 0.275$ м), (б) $\bar{P} = 900$ ($l_1 = 0.167$ м), (в) $\bar{P} = 1295.99$ ($l_1 = 0.139$ м)

- при $16 \leq \bar{P} \leq 36$ происходит вторичная потеря устойчивости на среднем участке, и образуются 3-и полуволны изгиба, каждая из которых касается стенки (рис. 7);
- при $36 \leq \bar{P} \leq 144$ каждая полуволна образует линейный контакт со стенкой (рис. 8);
- при $144 \leq \bar{P} \leq 324$ происходит потеря устойчивости на средних участках полуволн и образование 9-и полуволн (рис. 9);
- при $324 \leq \bar{P} \leq 1296$ снова проявляется линейный контакт у каждой полуволны (рис. 10).

4. Заключение

В результате проведенного исследования получено аналитическое и численное решение задачи о продольно-поперечном изгибе невесомого стержня в плоском канале с жесткими стенками. Разработанная модель, основанная на классической теории изгиба Эйлера–Бернулли, позволила определить полный спектр критических сил (последовательность значений продольной нагрузки, при которых стержень (трубопровод) между двумя жесткими плоскими стенками теряет

устойчивость и меняет форму изгиба) и соответствующих им форм деформации стержня при различных уровнях нагружения.

Установлено существование семи различных форм изгиба стержня с диапазонами критических сил от $P_{cr} = \pi^2 EJ/l^2$ до $P_{cr} = 1296\pi^2 EJ/l^2$. Выявлена закономерность перехода от простых форм деформации к сложным: от одноточечного контакта при малых нагрузках к многоточечному и линейному контакту при увеличении продольной силы. Показано, что при достижении определенных критических значений нагрузки происходит качественное изменение характера деформации с образованием дополнительных полуолн изгиба (3, 9 полуолн).

Численное моделирование методом коллокации с адаптивным выбором сетки подтвердило корректность аналитических решений и позволило детально исследовать переходные процессы между различными формами изгиба. Установлено, что физически обоснованными являются граничные условия первого и третьего типов, соответствующие реальным условиям закрепления трубопровода в скважине.

Полученные результаты имеют важное практическое значение для проектирования и эксплуатации трубопроводных систем в нефтегазовой отрасли, особенно при использовании технологий наклонно-направленного бурения и строительства подземных переходов. Разработанная модель позволяет прогнозировать критические нагрузки, при которых происходит потеря устойчивости трубопровода, что необходимо для обеспечения безопасности и надежности конструкций.

Дальнейшие исследования могут быть направлены на учет влияния трения между стержнем и стенками канала, веса трубопровода, а также на разработку трехмерных моделей для анализа устойчивости в криволинейных скважинах сложной геометрии. Перспективным направлением является также применение современных методов машинного обучения для оптимизации параметров системы и предсказания поведения трубопроводов в реальных условиях эксплуатации

Авторы выражают благодарность руководителю выпускных квалификационных работ по программе бакалавриата Урманчееву Саиду Федоровичу за помощь и ценные советы при подготовке данной работы.

Список литературы / References

- [1] Феодосьев В.И. *Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов*. 5-е изд., испр. и доп. М.: Наука, Физматлит; 1996. 368 с. Feodosyev V.I. *Selected Problems and Questions in Strength of Materials*. Beekman Books Inc.; 1977. 432 p.
- [2] Овчинников НТ, Сорокин ФД. Численное и физическое моделирование деформирования стержня при осевом нагружении в канале. Часть 1. *Инженерный журнал: наука и инновации*. 2020;**10**(106):1–23. Ovchinnikov NT, Sorokin FD. Physical modeling and numerical simulation of bar deformation under axial loading in the channel. Part 1. *Engineering Journal: Science and Innovation*. 2020;**10**(106):1–23 (in Russian). DOI: [10.18698/2308-6033-2020-10-2021](https://doi.org/10.18698/2308-6033-2020-10-2021)
- [3] Биргер ИА, Пановко ЯГ. *Прочность, устойчивость, колебания*. Справочник. В 3-х томах. М.: Машиностроение, 1968; 415 с. Birger IA, Panovko YaG. *Strength, Stability, Vibrations. Handbook*. In 3 volumes. Moscow: Mashinostroenie; 1968. 415 p. (in Russian).
- [4] Zhang Y, Shu J. Numerical modeling and the ultimate bending experiment of the directional drill pipes bending at the dog-leg of the multi-branch well. *Heliyon*. 2024;**10**(19):e38314. DOI: [10.1016/j.heliyon.2024.e38314](https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e38314)
- [5] Ma T, Huang J, Li Z, Shi Y, Jia L, Zhong C. Influence of drill-string lateral collision on wellbore stability of a horizontal well. *Advances in Mechanical Engineering*. 2022;**14**(6). DOI: [10.1177/16878132221107280](https://doi.org/10.1177/16878132221107280)
- [6] Zhang Z, Chen Z, Liu H. Lateral Buckling of Pipe-in-Pipe Systems under Sleeper-Distributed Buoyancy—A Numerical Investigation. *Metals*. 2022;**12**(7):1094. DOI: [10.3390/met12071094](https://doi.org/10.3390/met12071094)
- [7] Лаптева ТИ. *Разработка методов обеспечения работоспособности морских нефтегазопроводов в сложных инженерно-геологических условиях арктического шельфа*. Дисс. докт. техн. наук. Москва. Науч.-исслед. ин-т природных газов и газовых технологий — Газпром ВНИИГАЗ; 2019. 289 с. Lapteva TI. *Development of methods to ensure the operability of offshore oil and gas pipelines in complex engineering and geological conditions of the Arctic shelf*. Sc.D. Thes. Moscow. Research Institute of Natural Gases and Gas Technologies — Gazprom VNIIGAZ; 2019. 289 p (in Russian).
- [8] SciPy: [scipy.integrate](https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.integrate.solve_bvp.html). [online] Available from: https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.integrate.solve_bvp.html (Accessed 24.06.2025).
- [9] Mazzia F, Magherini C. *Test Set for Initial Value Problem Solvers. Technical Report 4/2008*. University of Bari, Bari; 2008.

Сведения об авторах / Information about the Authors

Макаров Максим Игоревич

Сколковский институт науки и технологий, Москва, Россия;
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва, Россия

Кузьмин Игорь Леонидович

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Makarov Maksim Igorevich

Skolkovo Institute of Science and Technology, Moscow, Russia;
National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia
ufamax2@gmail.com
ORCID: [0009-0001-8159-1134](https://orcid.org/0009-0001-8159-1134)

Kuzmin Igor Leonidovich

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia
igor_l_kuzmin@mail.ru
ORCID: [0009-0002-7197-1544](https://orcid.org/0009-0002-7197-1544)



Анализ возможности применения интеллектуальных систем машинного обучения для работы с научными документами

В.Н. Гокарев¹ , А.Ф. Беззубов¹, Д.В. Березкин²

¹ 27 ЦНИИ, Москва

² МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва

E-mail: vgokarev@mail.ru

В предлагаемой статье описывается гибридный подход к автоматизации обработки научно-технических документов в исследовательском институте, сочетающий многоходовую нейросетевую архитектуру и интеграцию лингвистических методов. Такие методы позволяют значительно оптимизировать процессы работы с документами – ускорять выделение информации и снижать долю ошибок на первых этапах обработки данных, что в итоге оказывает экспоненциально положительное влияние на все последующие стадии работы с научными документами. В работе отмечается важность данных подходов для решения актуальных задач в различных научных сферах. Рассматриваются ключевые проблемы, которые требуют комплексного подхода к решению, и описываются перспективные направления дальнейших исследований. Предложена методология по повышению эффективности автоматизации, в которой особое внимание уделяется гибридным системам, объединяющим экспертные оценки, алгоритмические решения и нейросетевые модели для повышения эффективности автоматизации. Непрерывный рост вычислительных мощностей способствует развитию этих технологий и расширению их практического применения. Полученные результаты могут найти применение в оптимизации процессов автоматизации производства, а также в разработке масштабируемых систем, основанных на современных технологиях искусственного интеллекта.

Ключевые слова: автоматизация обработки документов, машинное обучение, экспертные оценки, научные документы, нейронные сети, обработка естественного языка (NLP), лингвистическая обработка текстов, классификация, гибридные методы

Analysis of the possibility of using intelligent machine learning systems to work with scientific documents

V.N. Gokarev¹ , A.F. Bezzubov¹, D.V. Berezkin²

¹ The 27th Central Research Institute, Moscow, Russia

² Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

E-mail: vgokarev@mail.ru

The article is devoted to the analysis of the application of modern methods of automation of work with scientific documents using intelligent machine learning systems. The paper highlights the importance of these approaches for solving urgent problems in various scientific fields. The article examines the key problems that require an integrated approach to solving, and describes promising areas for further research. A methodology for improving automation efficiency is proposed, in which special attention is paid to hybrid systems that combine expert assessments, algorithmic solutions and neural network models to increase automation efficiency. The continuous growth of computing power contributes to the development of these technologies and the expansion of their practical application. The results obtained can be used in optimizing production automation processes, as well as in the development of scalable systems based on modern artificial intelligence technologies.

Keywords: document processing automation, machine learning, expert assessments, scientific papers, neural networks, natural language processing (NLP), linguistic text processing, classification, hybrid methods

1. Введение

В современных научно-исследовательских институтах (НИИ) автоматизация работы с научно-техническими документами приобретает особую значи-

мость в связи с возросшими требованиями к оперативности обработки информации и ее структурированию. В настоящее время бурное развитие информационных технологий и стремительное увеличение объема научных публикаций требуют разработки эффективных

методов автоматизации обработки и анализа научных документов. Применение интеллектуальных систем машинного обучения позволяет существенно повысить качество извлечения, структурирования и интерпретации информации, что является основополагающим фактором для научно-исследовательской деятельности. Применение искусственного интеллекта (ИИ) в данной области базируется на принципах обработки естественного языка (Natural Language Processing, NLP), методов глубокого обучения и алгоритмов кластеризации, что обеспечивает возможность выявления скрытых закономерностей в больших массивах данных. Систематизация и автоматизация процессов анализа научных текстов способствуют не только ускорению научного поиска, но и повышению объективности и воспроизводимости результатов исследований.

Актуальность применения ИИ в работе с научными документами обусловлена несколькими факторами. Во-первых, непрерывное увеличение объема научно-технической информации требует создания автоматизированных систем, способных оперативно обрабатывать данные, что уже нашло отражение в ряде современных исследований и разработок. Так, многие научные коллективы и технологические компании, такие как Google Scholar, Elsevier, Springer Nature, а также ведущие университеты, активно разрабатывают и внедряют алгоритмы машинного обучения для классификации, анализа цитируемости и выявления тематических трендов. Во-вторых, автоматизация рутинных процессов позволяет сократить время на подготовку и обработку информации, что особенно важно для специалистов в области научных исследований, библиотекарей и аналитиков, работающих с большими базами данных [1].

Сферы применения подобных решений весьма разнообразны. Они охватывают как научно-исследовательскую деятельность, так и образовательные процессы, управление библиотечными фондами, информационное сопровождение научных проектов и мониторинг инновационных технологий. Применение интеллектуальных систем позволяет обеспечить быстрый и точный поиск релевантной информации, оптимизировать процессы рецензирования и даже способствовать выявлению новых направлений исследований [2, 3]. Таким образом, разработка и внедрение методов автоматизации обработки научных документов становится необходимостью для университетов, исследовательских институтов, издательств и организаций, занимающихся анализом научных трендов.

В настоящей статье проводится анализ современных методов и алгоритмов автоматизации работы с научными документами с использованием систем машинного обучения. Рассмотрение теоретических основ применения ИИ, анализ существующих решений и обзор сфер применения закладывают фундамент для дальнейшего детального изучения конкретных методов и алгоритмов, способных обеспечить комплексное автоматизированное решение задач в сфере научной информации.

2. Работа с научными документами

Динамичное развитие информационных технологий стимулирует появление междисциплинарных методов анализа больших данных. Современные исследования направлены на интеграцию статистических моделей с алгоритмами машинного обучения, что позволяет не только повысить качество извлечения информации, но и оптимизировать процессы обработки данных с учетом специфики каждой научной дисциплины.

Применение искусственного интеллекта в работе с научными трудами и документами позволяет перевести большую часть обработки документов в автоматизированный процесс, который не требует постоянного вмешательства человека. Это позволяет повысить эффективность функционирования организации и снизить человеческие трудозатраты [4].

В научно-исследовательских институтах работа с научно-техническими документами представляет собой многоэтапный и трудоемкий процесс, требующий значительного вклада человеческих ресурсов. Сложность процесса заключается в необходимости проведения различных операций, таких как анализ, ознакомление, обработка, распределение и контроль, что требует внимания, времени и усилий сотрудников организации. Кроме того, постоянный рост объема документов и увеличение скорости обмена информацией создают дополнительные сложности в управлении документами. Совокупность этих факторов делает необходимым для руководителей, организаторов и разработчиков поиск эффективных решений для автоматизации процессов работы с научными трудами.

Применение технологий ИИ в данной сфере ориентировано на обработку научно-технических текстов, содержащих сложные терминологические конструкции, формулы, таблицы и специализированную лексику. В отличие от гуманитарных и социальных наук, где текстовые данные часто являются неструктурированными и вариативными, научно-технические документы обладают более четкой формальной структурой, включающей аннотации, ключевые слова, графические элементы и математические выражения. Это открывает возможности для использования специализированных алгоритмов обработки естественного языка и технологий машинного обучения, настроенных под специфику научно-технического стиля.

3. Решаемые задачи

Научно-технические документы обладают рядом специфических характеристик, которые необходимо учитывать при их автоматизированной обработке. Во-первых, они часто включают сложные структурные элементы, такие как формулы, таблицы, схемы, рисунки, что затрудняет их анализ традиционными алгоритмами обработки текста. Во-вторых, документы могут содержать специализированную терминологию, различную для каждой предметной области. В-третьих, различие в форматах публикаций (например, исследовательская

статья, патент, технический отчет) требует гибкого подхода к анализу текстов, способного адаптироваться к разным типам данных.

В рамках автоматизированной обработки научных документов в НИИ основное внимание уделяется решению следующих задач:

- Классификация научно-технических текстов.

Классификация является крайне важным аспектом обработки научной информации. Использование методов тематического моделирования и алгоритмов машинного обучения позволяет эффективно группировать документы по дисциплинам, направлениям исследований или типам публикаций. Например, можно выделить категории «физика», «химия», «инженерные науки» и далее детализировать их на подкатегории, такие как «квантовая механика», «органическая химия» и «авиационные технологии». Тематическое моделирование, в частности, позволяет выявить скрытые ассоциативно-семантические связи между терминами, документами и темами в корпусах текстов. Это достигается с помощью вероятностных моделей, таких как латентное размещение Дирихле (LDA), которое осуществляет «мягкую» кластеризацию, позволяя терминам относиться к разным темам в зависимости от контекстуального значения.

- Извлечение ключевых элементов текста.

Научно-технические документы часто содержат структурированную информацию, включающую аннотацию, ключевые слова и библиографические ссылки. Интеллектуальные системы обработки текста должны обеспечивать точное выделение этих элементов для создания метаданных и оптимизации научного поиска. Извлечение ключевых слов является важным аспектом этого процесса, поскольку оно позволяет суммировать содержание текста и распознавать основные темы, обсуждаемые в документе. Для этого используются различные методы, включая статистические, лингвистические и подходы машинного обучения.

- Генерация краткого содержания, аннотирование и резюмирование.

В связи с увеличением объемов публикаций исследователи сталкиваются с необходимостью быстрого ознакомления с большим количеством научных статей. Методы генерации кратких аннотаций на основе нейросетевых моделей, таких как BART и T5, позволяют автоматизировать процесс создания рефератов и увеличивать скорость анализа данных. Эти модели используются для создания кратких и информативных резюме, что облегчает ориентацию в огромных объемах научной информации. Кроме того, автоматическая генерация ключевых слов для аннотаций может существенно улучшить возможности поиска по статьям, особенно когда ключевые слова не указаны явно в тексте.

Ключевыми задачами автоматизации работы в НИИ является создание систем, способных классифицировать научные публикации по тематическим направлениям, типам документов (диссертации, отчеты, статьи, патенты, технические задания и т.д.), а также генерировать краткое содержание документа, сохраняющее общий смысл и отражающее ключевые темы. Нейросетевые модели, разрабатываемые в данном контексте, должны учитывать широкий спектр текстовых форматов, включая краткие аннотации, полнотекстовые научные статьи, технические отчеты и монографии. Кроме того, в рамках автоматизированных систем анализа необходимо учитывать сложность терминологического аппарата различных научно-технических дисциплин, что требует масштабных обучающих выборок и механизмов адаптации моделей к узкоспециализированным областям знания.

4. Существующие методы автоматизации работы с документами

Одним из ключевых аспектов автоматизации работы с любыми документами является распознавание текстового содержимого документов. При отсутствии текстового слоя пользователь лишается возможности выполнять базовые операции с документом, такие как выделение текста, копирование, поиск по словам, быстрая навигация. Это особенно актуально для отсканированных документов и изображений страниц, в которых текст представлен в виде графических данных. При высокой точности современных алгоритмов оптического распознавания символов (Optical Character Recognition, OCR), включая технологии на основе глубокого обучения, извлеченный текст из страниц или изображений позволяет в полной мере отразить содержание документа в цифровом формате. Это открывает возможность дальнейшей обработки текста с использованием других методов.

Внедрение инструментов распознавания текста является ключевой задачей для повышения эффективности современных информационных систем. Решение данной задачи позволяет существенно увеличить производительность обработки документов, сократить затраты времени и ресурсов, а также обеспечить более глубокую интеграцию с процессами управления, способствуя ускорению принятия решений. Такой подход особенно актуален в условиях цифровой трансформации организаций, где требования к оперативности и точности обработки данных становятся критически важными.

Другими полезными технологиями, автоматизирующими процессы работы с научными документами, являются интеллектуальный поиск и интеллектуальное сравнение. Технология интеллектуального поиска основана на использовании естественного языка и позволяющая пользователям формулировать свои поисковые запросы в наиболее удобной и интуитивной форме. Затем, с помощью алгоритмов обработки естественного языка, программа анализирует запрос и определяет документы, которые наиболее точно соответствуют описанным

в запросе условиям. Это обеспечивает более многогранный поиск информации, поскольку программа может понимать контекст и смысл запроса, а не просто искать отдельные ключевые слова.

Функциональность интеллектуального сравнения помогает находить различия между двумя версиями одного документа на всех этапах согласования в самом тексте документа, а также наличие или отсутствие визуальных признаков (картинок, подписей и прочего) [5]. Технология позволяет определить различия между документами разного формата, таких как doc, docx, pdf, djvu. Кроме того, она выявляет крупные структурные расхождения в документах — поля, отступы, колоннотулы и подобное. В результате сравнения формируется информативный отчет с результатами расхождений, позволяющий сотрудникам сосредоточиться только на измененных местах без необходимости вычитки всего текста. Это существенно экономит время и ресурсы организации, а также снижает риск ошибок и несоответствий в документах.

В условиях стремительного роста объема научных публикаций и разнообразия информационных источников перспективы дальнейших исследований в области автоматизации обработки научных документов представляют особую актуальность. Приоритетной задачей остается создание универсальных платформ, способных интегрировать разнородные данные и обеспечивать высокоточные алгоритмы классификации и семантического анализа. Важным направлением является разработка адаптивных систем, способных динамически обучаться на основе поступающих данных, используя методы активного обучения и механизмы обратной связи.

5. Ограничения современных методов

Обработка, анализ, управление документами, в том числе научными, служебными и другими, играют важнейшую роль в повседневной деятельности любых организаций, которые требуют значительных временных и человеческих ресурсов. С целью оптимизации этих процессов все чаще находят новые решения для повседневных и однообразных задач в работе с документами.

Однако, несмотря на существующие достижения в области автоматизации, остается ряд сложных технических потребностей, которые требуют особого внимания. К таким потребностям можно отнести: извлечение таблиц, которые не имеют четко выраженных границ ячеек; извлечение графических объектов, таких как рисунки и изображения, и анализ их содержания; распознавание рукописных текстов; устранение дефектов печатного текста, включая бледные отпечатки, надписи поверх текста или другие искажения. Эти задачи требуют применения гибридных технологий, включая машинное обучение, компьютерное зрение и алгоритмы обработки естественного языка, что подчеркивает важность комплексного подхода к автоматизации научного документооборота.

Ключевой нерешенной проблемой на сегодняшний день является отсутствие готового решения распределе-

ния научных документов по категориям рабочих проектов отделов, направлений или организаций без вмешательства оператора. Это связано с тем, что каждая организация имеет свои уникальные процессы и структуры работы с документами, которые не могут быть универсально охвачены существующими алгоритмами автоматизации.

Особое внимание следует уделить адаптации существующих алгоритмов под требования различных научных дисциплин. Методы, эффективные в технических и естественных науках, зачастую оказываются менее применимыми в гуманитарной сфере, где языковая неоднозначность и культурные контексты требуют специализированного подхода. Решение данной проблемы возможно через разработку универсальных алгоритмов, способных учитывать междисциплинарные особенности научных публикаций, что станет важным шагом для повышения качества обработки информации.

Таким образом, проблема эффективной организации ведения документов в современных учреждениях не теряет своей актуальности, что объясняется следующими причинами: существенное отставание темпов научно-технического прогресса от темпов нарастания потоков информации вообще и потоков научного и служебного оборота в конкретном учреждении; способы и методы обработки документов, которые имеются в ряде учреждений, ежедневно осуществляющих распределение значительного количества документов, являются достаточно не совершенными [6].

6. Предлагаемые подходы

Для повышения эффективности обработки научных документов и снижения трудозатрат сотрудников организаций предлагаются как внедрение новых методов, так и модернизация уже существующих технологий. Современные подходы активно используют нейросетевые модели, которые обеспечивают высокую точность и скорость выполнения задач, связанных с анализом и обработкой текстовой информации.

Среди новых методов можно выделить генерацию краткого содержания документов, реализуемую с помощью модели MBART («mbart_ru_sum_gazeta») [7], которая способна автоматически создавать содержательные резюме больших текстов, значительно ускоряя процесс ознакомления с документами. Также еще одним важным направлением является выделение именованных сущностей, например, названий организаций, дат, мест и других ключевых данных с использованием модели SpaCy («ru_core_news_lg»).

Кроме того, модернизация существующих технологий включает адаптацию таких моделей к специфическим требованиям организаций, настройку параметров обработки данных под конкретные сценарии использования и интеграцию их с уже функционирующими системами документооборота. Такой подход не только снижает нагрузку на сотрудников, но и способствует улучшению качества управления информацией, повышая общую производительность рабочих процессов.

Для дальнейшего повышения эффективности автоматизации целесообразно внедрение ансамблевых моделей, объединяющих результаты нескольких алгоритмов в единое решение. Такой подход позволяет компенсировать слабые стороны отдельных методов за счет их синергетического эффекта. Интеграция статистических методов, нейросетевых архитектур и экспертных оценок создает основу для построения адаптивных систем, способных динамично реагировать на изменения в объемах и характере научных данных [8].

7. Метод экспертных оценок

Автоматизация процессов классификации документов требует комбинирования различных методов и технологий для достижения высокой точности и эффективности. Гибридный подход, основанный на интеграции экспертных оценок, алгоритмов и нейросетевых моделей, обеспечивает возможность более точного анализа и обработки текстов. Такой подход объединяет преимущества традиционных и современных методов, минимизируя их недостатки.

Метод экспертных оценок (МЭО) позволяет выбрать лучший вариант объекта (системы) из множества альтернативных. Для многокритериального выбора лучшего варианта из множества альтернативных возникает вопрос учета степени важности критериев. Для решения этого вопроса «обращаются» к МЭО, главными фигурами которого являются эксперты (эксперты — высококвалифицированные специалисты в конкретной предметной области, способные по предъявляемой им исходной информации выработать обоснованные рекомендации). На основе экспертных оценок можно задавать веса различным признакам, что особенно важно при работе с алгоритмами, где требуется начальная разметка данных. Кроме того, такие оценки помогают учитывать противоречивые и несводимые друг к другу аспекты эффективности системы, задавая их относительную важность через специальные коэффициенты.

Поскольку эффективность функционирования любой системы характеризуется различными, часто противоречивыми и несводимыми один к другому аспектами ее функционирования, имеющими различную физическую природу, направления изменения и масштабы измерения, то для определения степени важности частных показателей эффективности их необходимо «взвешивать» специальными коэффициентами важности.

Расширяя традиционную модель экспертных оценок, целесообразно использовать методы многокритериального анализа, такие как метод иерархий (АНР) или метод TOPSIS [9]. Эти инструменты позволяют учитывать не только субъективное мнение специалистов, но и объективные показатели эффективности алгоритмов, что приводит к более точной калибровке весовых коэффициентов. Такой гибридный подход повышает надежность автоматизированных систем за счет комплексного анализа параметров и согласования результатов между различными методологиями.

Гибридный подход предполагает объединение

нескольких методов для достижения максимальной эффективности. Простейшие правила обработки, основанные на экспертных оценках, могут поддерживать работу высокоуровневой нейросети. Такой подход может быть реализован через механизмы, такие как «мягкое голосование» (soft voting), где решения различных моделей комбинируются для получения финального результата.

8. Нейронные сети с несколькими входами

Современные нейросетевые модели, такие как BERT или GPT, способны учитывать контекст, семантику и скрытые связи между словами, что значительно улучшает точность классификации. Гибридный подход, объединяющий экспертные оценки, традиционные алгоритмы и нейросетевые модели, представляет собой мощное решение для автоматизации классификации документов. Внедрение такого подхода должно обеспечить высокую точность и производительность, снизить трудозатраты и повысить качество работы организаций.

В работе [10] описываются разработка и применение многовходовой архитектуры нейронной сети. Моделью обрабатывается несколько входных данных различных форматов, несколько текстовых, графовый и формат даты времени. Архитектура разработанной модели дублирует архитектуру мультимодальных моделей с несколькими «головами», каждая голова принимает на вход свою структуру данных и на выходе выдает обработанное векторное представление. После этого все векторные представления объединяются посредством последовательного присоединения (конкатенации), затем объединенный вектор обрабатывается полносвязными слоями.

На рис. 1 показана архитектура многовходовой нейронной сети, в которой есть 4-е входа. Полный текст документа разбивается на два входа: ID токенов и маски внимания, затем добавляются входы с тегами зависимостей и метаинформацией. Полный текст документа разбивается на два входа: идентификатор токенов и маски внимания, затем добавляются входы с тегами зависимостей и метаинформацией.

Предварительно обученную модель BERT дообучали на наборе данных, состоящем из 5400 сообщений социальной сети Twitter. Все описанные классы были разбиты строго равномерно по 900 сообщений в каждой категории. Разработанная структура позволяет комбинировать знания от предварительно обученной модели, семантических и лингвистических характеристик и метаинформации. За счет рассматривания текста с разных сторон и из разных модальностей модель способна замечать и выделять большее количество скрытых шаблонов в тексте. Проведенные эксперименты с использованием данной модели показали увеличение точности классификации от 3 % до 7 % по сравнению с аналогами.

Расширение архитектуры нейронной сети за счет интеграции дополнительных источников информации, например, структурированных метаданных и временных характеристик, позволит не только объединять дан-

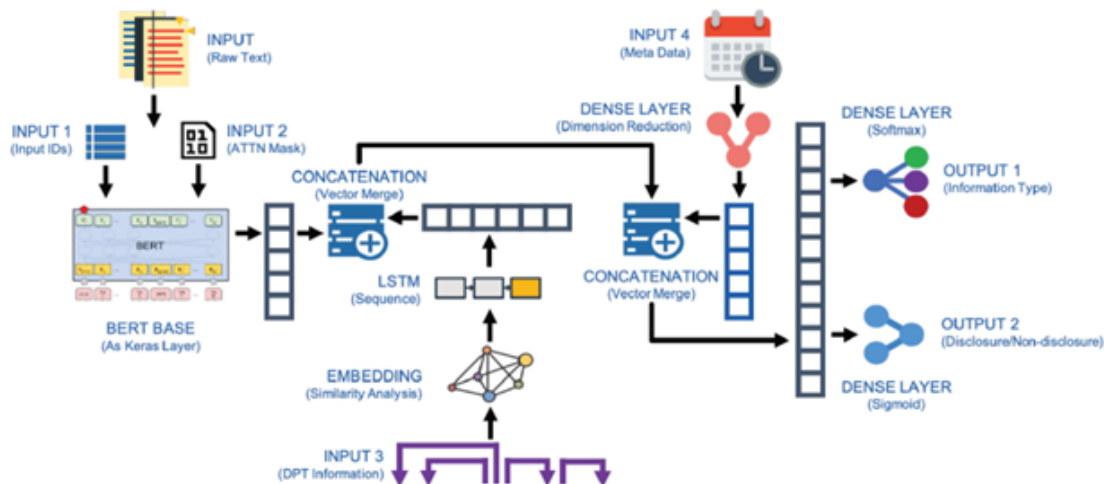


Рис. 1. Схема архитектуры многовходовой нейронной сети

ные различных типов, но и значительно повышать точность извлечения смысловых зависимостей из сложных научных текстов. Более того, применение механизмов внимания и динамического обновления параметров в сочетании с многовходовыми структурами позволит модели лучше адаптироваться к изменяющимся условиям и поспособствует более детальному анализу контекстных связей, что особенно важно при обработке длинных и структурно насыщенных документов. Такой подход обеспечивает более точное выделение ключевых информационных сегментов, что в итоге приводит к улучшению показателей эффективности работы с документами, а также результатов классификации и семантического анализа.

9. Проводимые исследования

В рамках исследования по возможности создания гибридной интеллектуальной архитектуры для автоматизации работы с научными документами планируется провести сравнительный анализ методов реферирования, основанных на классических лингвистических подходах, и современных нейросетевых методов. Целями данного анализа является выявление ключевых особенностей и определение преимуществ каждого из подходов в контексте автоматического создания кратких содержательных резюме научных текстов. Традиционные лингвистические методы, опирающиеся на формальные грамматические правила, синтаксический и морфологический разборы, зарекомендовали себя как надежные инструменты при работе с текстами, обладающими устойчивой структурой и предсказуемыми шаблонами изложения. Однако, несмотря на их теоретическую обоснованность и прозрачность алгоритмических решений, данные методы зачастую испытывают трудности при обработке больших объемов данных и при наличии сложных семантических конструкций, характерных для современных научных публикаций.

Современные нейросетевые методы, в свою очередь, используют возможности глубокого обучения, трансформеров и эмбеддингов для извлечения семанти-

ческой информации, что позволяет учитывать контекст и скрытые взаимосвязи между фрагментами текста. Такие методы демонстрируют высокую адаптивность и способность обрабатывать как структурированные, так и неструктурированные данные, однако требуют значительных вычислительных ресурсов и обширных обучающих выборок для достижения оптимальной точности. В рамках исследования будет проведен детальный анализ эффективности обоих подходов с использованием метрик качества реферирования, таких как полнота, точность и когерентность получаемых резюме. Также планируется проведение опытов на различных предметных областях, чтобы определить условия, при которых один метод может быть предпочтительнее другого.

Анализ будет осуществляться на базе экспериментальных данных, полученных при обработке репрезентативного корпуса открытых научных публикаций.

10. Заключение

Подводя итоги, можно отметить, что интеграция междисциплинарных методов и технологий в области автоматизации работы с научными документами открывает широкие перспективы для дальнейших исследований. Применение нейросетевых моделей в сочетании с методами ансамблевого анализа и экспертных оценок способствует созданию адаптивных систем, способных к самокоррекции и обучению на основе новых данных. Стандартизация процессов и межсекторное сотрудничество станут ключевыми факторами для повышения эффективности научного документооборота и качества анализа информации в будущем.

Применение гибридного подхода автоматизации процессов работы с научными документами, который включает модель представления кластеров документов, должно обеспечить значительный прирост точности обработки. Использование данного подхода открывает возможности для автоматизации анализа больших объемов данных, минимизации ошибок, связанных с ручным вводом, и повышения прозрачности научной работы.

Список литературы / References

- [1] de la Torre-Lopez J, Ramirez A, Romero JR. Artificial intelligence to automate the systematic review of scientific literature. *Computing*. 2023;**105**:2171–2194. DOI: [10.1007/s00607-023-01181-x](https://doi.org/10.1007/s00607-023-01181-x)
- [2] Мирошниченко МА, Абдуллаева АА, Вовк МА. Тенденции развития технологий искусственного интеллекта в управлении документами организации. *Естественно-гуманитарные исследования*. 2024;(51):398–403. Miroshnichenko MA, Abdullaeva AA, Vovk MA. Development trends of artificial intelligence technologies in organizational document management. *Natural-Humanitarian Studies*. 2024;(51):398–403 (in Russian). EDN: [ypbwdd](https://edn.sci.org/edn/ypbwdd)
- [3] Кубарский А В. Технологии искусственного интеллекта при построении самообучающейся системы электронного документооборота. *Эпомен*. 2021;(61):49–55. Kubarskiy AV. Intelligence technologies in the construction of a self-learning electronic document management system. *Epomen*. 2021;(61):49–55 (in Russian). EDN: [vjtnhp](https://edn.sci.org/edn/vjtnhp)
- [4] Перова МВ, Сибилева АА. Искусственный интеллект в системах электронного документооборота. *Тенденции развития науки и образования*. 2022;(81-2):33–36. Perova MV, Sibileva AA. Artificial Intelligence in Electronic Document Management Systems. *Trends in Science and Education Development*. 2022;(81-2):33–36 (in Russian). DOI: [10.18411/trnio-01-2022-50](https://doi.org/10.18411/trnio-01-2022-50)
- [5] Белов ИИ. Автоматизация функций систем электронного документооборота посредством применения технологий искусственного интеллекта. *Вестник архивиста*. 2022;(3):772–783. Belov II. Automation of Electronic Document Management Systems Functions by Means of Artificial Intelligence Technologies. *Herald of an archivist*. 2022;(3):772–783 (in Russian). DOI: [10.28995/2073-0101-2022-3-772-783](https://doi.org/10.28995/2073-0101-2022-3-772-783)
- [6] Павкина НН. Организация документооборота в современных учреждениях. *Актуальные проблемы современности: наука и общество*. 2020;(1(26)):12–16. Pavkina NN. Document management in the present-day institutions. *Current issues of our time: science and society*. 2020;(1(26)):12–16. EDN: [cleivn](https://edn.sci.org/edn/cleivn)
- [7] IlyaGusev/mbart_ru_sum_gazeta Hugging Face. [online] URL: https://huggingface.co/IlyaGusev/mbart_ru_sum_gazeta (Accessed 1.11.2024).
- [8] Zhao J, Guo Y, Zhanget H, et al. Improved machine learning estimation of surface turbulent flux using interpretable model selection and adaptive ensemble algorithms over the Horqin Sandy Land area. *Atmospheric Research*. 2025;**316**:107952. DOI: [10.1016/j.atmosres.2025.107952](https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2025.107952)
- [9] Menon RR, Ravi V. Using AHP-TOPSIS methodologies in the selection of sustainable suppliers in an electronics supply chain. *Cleaner Materials*. 2022;**5**:100130. DOI: [10.1016/j.clema.2022.100130](https://doi.org/10.1016/j.clema.2022.100130)
- [10] Mehdy AKMN, Mehrpouyan HA. Multi-Input Multi-Output Transformer-Based Hybrid Neural Network for Multi-Class Privacy Disclosure Detection. *2nd International Conference on Machine Learning Techniques and NLP (MLNLP 2021), September 18–19, 2021, Copenhagen, Denmark*. CS & IT Conference Proceedings. 2021. p. 221–241. DOI: [10.5121/csit.2021.111419](https://doi.org/10.5121/csit.2021.111419)

Сведения об авторах / Information about the Authors

Вадим Николаевич Гокарев

27 ЦНИИ, Москва, Россия

Vadim N. Gokarev

The 27th Central Research Institute, Moscow, Russia

vgokarev@mail.ru

ORCID: [0009-0002-4082-2925](https://orcid.org/0009-0002-4082-2925)

Александр Федорович Беззубов

кандидат технических наук

27 ЦНИИ, Москва, Россия

Alexander F. Bezzubov

Ph.D. (Techn.)

The 27th Central Research Institute, Moscow, Russia

b17a52f@yandex.ru

Дмитрий Валерьевич Березкин

кандидат технических наук

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Dmitry V. Berezkin

Ph.D. (Techn.)

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

dmitryb2007@yandex.ru

ORCID: [0000-0001-7149-6072](https://orcid.org/0000-0001-7149-6072)

Содержание

Портрет ученого

А.А. Губайдуллин, Д.А. Губайдуллин, А.А. Аганин
К 85-летию академика Роберта Искандеровича Нигматулина55–59

Механика жидкости и газа

А.С. Верещагин, И.В. Казанин, В.Н. Зиновьев, В.М. Фомин
Анализ многофазной модели течения газовой смеси через слой микросфер
в условиях селективного отбора компонентов60–67

И.К. Гималтдинов, А.С. Родионов, Е.Ю. Кочанова
Численное исследование динамики детонационных волн в пузырьковой жидкости
при скачкообразном уменьшении диаметра цилиндрического канала 68–77

А.В. Махнов
Численное моделирование коллапса сферического парового пузырька
вблизи плоской твёрдой стенки с использованием баротропной модели кавитации,
доступной в программном комплексе OpenFOAM78–83

А.А. Мухутдинова
Математическое моделирование процесса гравитационного осаждения одиночной капли 84–88

И.А. Абдулов, О.В. Яковлев
Подходы к построению сеток для моделирования динамики флюида
при Т-образном соединении труб в среде OpenFOAM 89–97

Механика твердого тела

М.И. Макаров, И.Л. Кузьмин
Устойчивость трубопровода при продольно-поперечном изгибе в плоском канале98–105

Робототехника и теория управления

В.Н. Гокарев, А.Ф. Беззубов, Д.В. Березкин
Анализ возможности применения интеллектуальных систем машинного обучения
для работы с научными документами105–111

Contents

Profiles

A.A. Gubaidullin, D.A. Gubaidullin, A.A. Aganin

On the 85th anniversary of academician Robert Iskanderovich Nigmatulin (*in Russian*) 55–59

Liquid & Gas Mechanics

A.S. Vereshchagin, I.V. Kazanin, V.N. Zinovyev, V.M. Fomin

Analysis of a multiphase model of gas mixture flow through a layer of microspheres under conditions of selective extraction of components (*in Russian*) 60–67

I.K. Gimaldinov, A.S. Rodionov, E.Y. Kochanova

Numerical study of the dynamics of detonation waves in a bubbly liquid with an abrupt decrease in the diameter of a cylindrical channel (*in Russian*) 68–77

A.V. Makhnov

Numerical modeling of the collapse of a spherical vapor bubble near a planar solid wall using the barotropic cavitation model available in the CFD toolbox OpenFOAM (*in Russian*) 78–83

A.A. Mukhutdinova

Mathematical modeling of the process of gravitational sedimentation of a single drop (*in Russian*) 84–88

I.A. Abdulov, O.V. Yakovlev

Mesh generation approaches for fluid dynamics simulation in a T-junction pipe using OpenFOAM (*in Russian*) 89–97

Solid Mechanics

M.I. Makarov, I.L. Kuzmin

Pipeline stability under longitudinal and transverse bending in a plane channel (*in Russian*) 98–104

Robotics & Control Theory

V.N. Gokarev, A.F. Bezzubov, D.V. Berezkin

Analysis of the possibility of using intelligent machine learning systems to work with scientific documents (*in Russian*) 105–111