



ISSN: 2658–5782

Номер 0

2024

МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

mfs.uimech.org





Поверхностные волны вертикальной поляризации на границе пористых сред, насыщенных гидратом и льдом

Э.В. Галиакбарова*, Г.Р. Каримова**

*Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа

**Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

E-mail: gulnazkar69@gmail.com

В настоящей работе рассматривается процесс распространения волны вертикальной поляризации, то есть отсутствует горизонтальное поперечное перемещение вдоль границы раздела двух сред, где верхняя среда представлена песком, насыщенным льдом, а нижняя – песком, насыщенным газогидратом, при положительных температурах по шкале Цельсия и давлениях, соответствующих стабильному существованию газогидратов по лабораторным данным. В прямоугольной системе координат выбраны направления осей для случая, когда плоскостью раздела является $z = 0$. Гармоническая волна распространяется на достаточно удаленном расстоянии от источника взрыва и представлена суммой продольных и поперечных волн. Для описания математической модели использованы волновые уравнения, уравнения для смещения частиц и компонентов тензоров напряжения, которые дополнены граничными условиями. Для численных расчетов использовались экспериментальные значения скоростей, продольных и поперечных волн в насыщенных пористых средах в зависимости от различных параметров пористой среды. Установлено, что глубина проникания поперечной волны в насыщенный песок почти в 2 раза выше, чем для продольной волны.

Ключевые слова: поверхностные акустические волны, волна вертикальной поляризации, дисперсионное уравнение

Vertical polarization surface waves at the boundary of porous media saturated with hydrate and ice

E.V. Galiakbarova*, G.R. Karimova**

*Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russia

**Mavlyutov Institute of Mechanics UFRC RAS, Ufa, Russia

E-mail: gulnazkar69@gmail.com

This paper considers the process of wave propagation of vertical polarization, there is no horizontal transverse motion, along the interface between two media, where the upper medium is represented by sand saturated with ice, and the lower medium is represented by sand saturated with gas hydrate, at positive temperatures on the Celsius scale and pressures corresponding to the stable existence of gas hydrates according to laboratory data. In the rectangular coordinate system, the axis directions are chosen for the case when the interface plane is $z = 0$. The harmonic wave propagates at a sufficiently distant distance from the explosion source, which is represented by the sum of longitudinal and transverse waves. To describe the mathematical model we used wave equations, equations for particle displacement and components of stress tensors, which we supplement with boundary conditions. Experimental values of velocities, longitudinal and transverse waves in saturated porous media depending on various parameters of porous media were used for numerical calculations. The depth of penetration of transverse wave in saturated sand is almost 2 times higher than that of longitudinal wave.

Keywords: surface acoustic waves, vertical polarization wave, dispersion equation

1. Введение

Исследователи проявляют значительный интерес к поверхностным акустическим волнам, учитывая их разнообразные области применения и изучения в механике сплошных сред [1]. Такие исследования могут быть полезны для разведки газогидратных залежей в придонных зонах морей и океанов, а также в слоях земной коры с вечной мерзлотой. В России крупные газогидратные месторождения расположены в акваториях

Охотского и Черного морей, а также в озере Байкал, где дно состоит из песчаников и глинистых минералов [2, 3]. Поверхностные акустические волны распространяются вдоль свободной поверхности твердых тел или их границ с другими средами и постепенно затухают при удалении от этих границ. На сегодняшний день теория акустических волн осуществляет значительный вклад в понимание множества явлений. Многочисленные работы посвящены физическим характеристикам, применениям и особенностям этих волн в различных средах

и условиях с многообразными усложняющими факторами [4–6]. Известно, что поверхностные волны могут иметь как вертикальную, так и горизонтальную поляризацию, среди которых наиболее распространены волны Рэлея, Лява и Стоунли [7, 8].

Особый интерес представляет проблема распространения гармонической поверхностной волны вдоль границы между двумя жестко склеенными средами, впервые представленная в 1924 году британским сейсмологом Робертом Стоунли [9]. Существование этой волны зависит от плотностей и упругих характеристик граничащих сред. Эти волны продолжают изучаться, особенно в области геофизики и сейсмологии, для оценки проницаемости пород, распределения и мощности пластов и других характеристик. Например, в работе [10] анализируется влияние контакта различных сред на свойства акустических волн Стоунли, получено соответствующее дисперсионное уравнение. Высокочастотные волны Стоунли могут предоставить информацию о физических свойствах окружающих слоев и выявить межфазные трещины [11]. Практическое применение волн Стоунли продемонстрировано в исследованиях газогидратных месторождений в Малике (Канада) [12]. Анализ данных с сейсмографов позволил оценить проницаемость пород и мощность гидратных пластов, а также определить скорость волн Стоунли.

В исследовании [13] предложен метод определения наличия газогидрата в пласте через определение глубины залегания газогидрата по зависимости коэффициента отражения от частоты колебаний, что позволяет оценивать запасы и особенности пластов с газогидратами, основываясь на зависимости скоростей и коэффициентов затухания волн от частоты и насыщенности [14].

Основной целью настоящего исследования является анализ распространения волн вертикальной поляризации вдоль границы между песком, насыщенным водой, и песком, насыщенным газогидратом. Для достижения цели поставлены следующие задачи: 1) описание математической модели распространения волн на границе «гидратонасыщенный песок – льдонасыщенный песок»; 2) получение аналитических решений в виде гармонических бегущих волн для давления, смещений и потенциалов векторов продольной и поперечной волн; 3) анализ глубины проникания волны.

2. Постановка задачи

Рассмотрим процесс распространения волны вертикальной поляризации вдоль границы раздела двух сред «пористая среда, насыщенная гидратом – пористая среда, насыщенная льдом» (рис. 1). В декартовой системе координат выбираем направления осей и плоскостью раздела является $z = 0$. Гармоническая волна распространяется на достаточно удаленном расстоянии от источника взрыва. Допущения: пористая среда – упругое изотропное тело, гидратонасыщенный песок обозначен индексом 1, льдонасыщенный песок – 2.

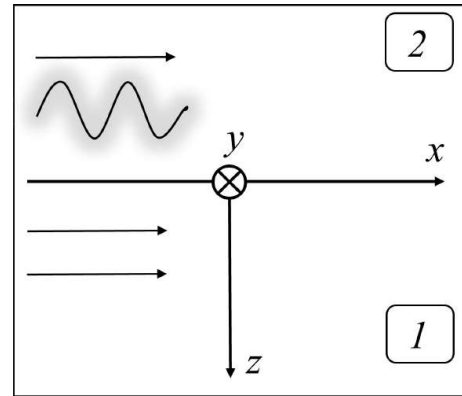


Рис. 1. Схема распространения волны на границе раздела сред

Для области песка, насыщенного гидратом, выписаны следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial t^2} &= C_l^{(1)2} \left(\frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial z^2} \right), \\ \frac{\partial^2 \psi^{(1)}}{\partial t^2} &= C_t^{(1)2} \left(\frac{\partial^2 \psi^{(1)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi^{(1)}}{\partial z^2} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

$$C_l^{(1)2} = (\lambda_1 + 2\mu_1) / \rho^{(s_1)}, \quad C_t^{(1)2} = \mu_1 / \rho^{(s_1)},$$

$$W_x^{(1)} = \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} - \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial z}, \quad (2)$$

$$W_z^{(1)} = \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} + \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial x},$$

$$P_{xz}^{(1)} = \mu_1 \left(\frac{\partial W_x^{(1)}}{\partial z} + \frac{\partial W_z^{(1)}}{\partial x} \right), \quad (3)$$

$$P_{zz}^{(s_1)} = \lambda_1 \left(\frac{\partial W_x^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial W_z^{(1)}}{\partial z} \right) + 2\mu_1 \frac{\partial W_z^{(1)}}{\partial z},$$

где φ, ψ – скалярный и векторные потенциалы для векторов продольной и поперечной волны в средах; λ, μ – упругие параметры Ламе; $C_l^{(1)}, C_t^{(1)}$ – скорости продольных и поперечных волн; $W_x^{(1)}, W_z^{(1)}$ – смещения частиц по координатам x и z в средах; $P_{xz}^{(1)}, P_{zz}^{(1)}$ – компоненты тензора напряжений; l – продольная волна; t – поперечная волна.

Для области песка, насыщенного льдом выписаны следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi^{(2)}}{\partial t^2} &= C_l^{(2)2} \left(\frac{\partial^2 \varphi^{(2)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi^{(2)}}{\partial z^2} \right), \\ \frac{\partial^2 \psi^{(2)}}{\partial t^2} &= C_t^{(2)2} \left(\frac{\partial^2 \psi^{(2)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi^{(2)}}{\partial z^2} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

$$C_l^{(2)2} = (\lambda_2 + 2\mu_2) / \rho^{(2)}, \quad C_t^{(2)2} = \mu_2 / \rho^{(2)},$$

$$W_x^{(2)} = \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial x} - \frac{\partial \psi^{(2)}}{\partial z}, \quad (5)$$

$$W_z^{(2)} = \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial z} + \frac{\partial \psi^{(2)}}{\partial x},$$

$$\begin{aligned}
P_{xz}^{(2)} &= \mu_2 \left(\frac{\partial W_x^{(2)}}{\partial z} + \frac{\partial W_z^{(2)}}{\partial x} \right), \\
P_{zz}^{(2)} &= \lambda_2 \left(\frac{\partial W_x^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial W_z^{(2)}}{\partial z} \right) + 2\mu_2 \frac{\partial W_z^{(2)}}{\partial z},
\end{aligned} \quad (6)$$

где $C_l^{(2)}$, $C_t^{(2)}$ — скорости продольных и поперечных волн; $W_x^{(2)}$, $W_z^{(2)}$ — смещения частиц по координатам x и z в средах; $P_{xz}^{(2)}$, $P_{zz}^{(2)}$ — компоненты тензора напряжений.

Система уравнений (1)–(6) дополнена граничными условиями:

$$\begin{aligned}
z = 0: \quad W_x^{(1)} &= W_x^{(2)}, \quad W_z^{(1)} = W_z^{(2)}, \\
P_{xz}^{(1)} &= P_{xz}^{(2)} = 0, \quad P_{zz}^{(1)} = P_{zz}^{(2)}.
\end{aligned} \quad (7)$$

3. Аналитическое и численное решение

Для волновых уравнений (1) и (4) решения для двух областей ищем в виде гармонической бегущей волны, приходим к дифференциальным уравнениям второго порядка:

$$\frac{d^2 a(z)}{dz^2} - \left(k^2 - k_l^{(1)2} \right) a(z) = 0,$$

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 b(z)}{dz^2} - \left(k^2 - k_t^{(1)2} \right) b(z) &= 0, \\
\frac{d^2 c(z)}{dz^2} - \left(k^2 - k_l^{(2)2} \right) c(z) &= 0, \\
\frac{d^2 r(z)}{dz^2} - \left(k^2 - k_t^{(2)2} \right) r(z) &= 0,
\end{aligned}$$

где $k_l^{(1)2} = \omega^2 / C_l^{(1)2}$, $k_t^{(1)2} = \omega^2 / C_t^{(1)2}$, $k_l^{(2)2} = \omega^2 / C_l^{(2)2}$, $k_t^{(2)2} = \omega^2 / C_t^{(2)2}$ — волновые числа.

Уравнения (2) и (5) примут вид:

$$\begin{aligned}
W_x^{(1)} &= ikAe^{i(kx-\omega t)-s_l^{(1)}z} + s_t^{(1)}Be^{i(kx-\omega t)-s_t^{(1)}z}, \\
W_z^{(1)} &= -s_l^{(1)}Ae^{i(kx-\omega t)-s_l^{(1)}z} + ikBe^{i(kx-\omega t)-s_t^{(1)}z}, \\
W_x^{(2)} &= ikFe^{i(kx-\omega t)+s_l^{(2)}z} - s_t^{(2)}Ge^{i(kx-\omega t)+s_t^{(2)}z}, \\
W_z^{(2)} &= s_l^{(2)}Fe^{i(kx-\omega t)+s_l^{(2)}z} + ikGe^{i(kx-\omega t)+s_t^{(2)}z},
\end{aligned}$$

где $s_l^{(i)} = \sqrt{k^2 - k_l^{(i)2}}$, $s_t^{(i)} = \sqrt{k^2 - k_t^{(i)2}}$ — коэффициенты затухания; $i = 1, 2$ — индексы для области гидратонасыщенного песка и водонасыщенного песка.

С учетом граничных условий (7) получаем систему с четырьмя неизвестными амплитудами A, B, F, G . Условием существования решения системы уравнений относительно неизвестных амплитуд является равенство определителя нулю, что приводит к дисперсионному уравнению:

$$\begin{vmatrix}
ik & -s_t^{(1)} & -ik & -s_t^{(2)} \\
-s_l^{(1)} & -ik & -s_l^{(2)} & ik \\
-2iks_l^{(1)}\mu_1 & \mu_1 \left(s_l^{(1)2} + k^2 \right) & 2iks_l^{(2)}\mu_2 & \mu_2 \left(s_l^{(2)2} + k^2 \right) \\
-\lambda_1 k_l^{(1)2} + 2\mu_1 s_l^{(1)2} & 2iks_t^{(1)}\mu_1 & \lambda_2 k_l^{(2)2} - 2\mu_2 s_l^{(2)2} & 2iks_t^{(2)}\mu_2
\end{vmatrix} = 0. \quad (8)$$

Заменяя волновые числа $k, k_l^{(i)}, k_t^{(i)}$ через скорости $C, C_l^{(i)}, C_t^{(i)}$ ($i = 1, 2$) и согласно лабораторным измерениям значений скоростей продольных и поперечных волн [15] получено, что дисперсионное уравнение будет иметь действительный корень, когда пористая среда насыщена льдом.

На рис. 2 показана зависимость глубины проникания волны ($h_{l,t}^{(1,2)} = s_{l,t}^{(1,2)-1}$) в пористую среду от частоты с учетом (8). Значения физических параметров: $m = 0,4$, $\rho_h = 910 \text{ кг/м}^3$, $\rho_q = 2700 \text{ кг/м}^3$, $\rho_g = 0,7168 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{ice} = 916,7 \text{ кг/м}^3$, где ρ_j — плотность; индексы $j = h, ice$ соответствуют гидрату и льду; ρ_g — плотность метана; ρ_q — плотность кварца; m — пористость. В расчетах пористая среда, насыщенная гидратом обозначена индексом 1, а пористая среда, насыщенная льдом — 2.

Насыщенности $S^{(i)}$, где $i = 1, 2$ для 1 и 2 среды равны — 0,1 (линия 1); 1 среда — 0,6,

2 среда — 0,3 (линия 2); 1 среда — 0,7, 2 среда — 0,4 (линия 3). Значения скоростей продольных и поперечных волн: $C_l^{(1)} = 2470, 3705, 4078 \text{ м/с}$; $C_l^{(2)} = 2506, 3702, 4035 \text{ м/с}$; $C_t^{(1)} = 1621, 2320, 2595 \text{ м/с}$; $C_t^{(2)} = 1612, 2335, 2517 \text{ м/с}$.

Получено, что глубина проникания поперечной волны в насыщенный песок почти в два раза выше, чем для продольной волны, и повышается при снижении частоты. Также некоторый рост глубины проникания волн происходит при наличии в песке гидрата (линии 2 и 3 относительно линии 1 расположены немного выше).

4. Заключение

Предложена математическая модель динамики волны вертикальной поляризации на границе раздела между двумя упругими изотропными средами (со скользящим контактом) с учетом акустических свойств продоль-

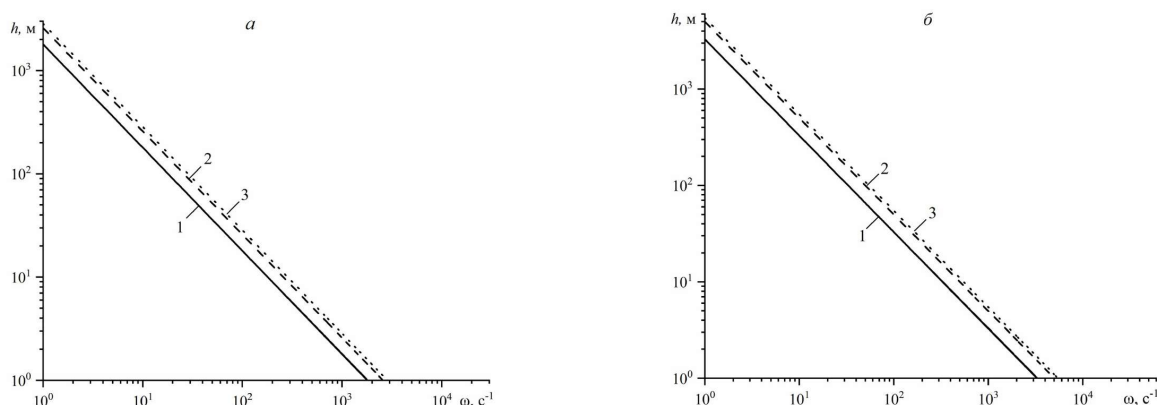


Рис. 2. Зависимости глубины проникания волны вертикальной поляризации в пористую среду от частоты для продольной (а) и поперечной (б) волн

ных и поперечных волн в таких средах, принятых из лабораторных данных. Установлено, глубина проникания поперечной волны в гидратонасыщенный песок почти в два раза выше, чем для продольной волны.

Список литературы / References

- [1] Олинер А.А. Поверхностные акустические волны. Москва: Мир, 1981. 390 с.
Oliner A.A. Acoustic Surface Waves. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1978. 331 p.
DOI: [10.1007/3-540-08575-0](https://doi.org/10.1007/3-540-08575-0)
- [2] Макогон Ю.Ф. Газогидраты. История изучения и перспективы освоения // Геология и полезные ископаемые мирового океана. 2010. № 2(20). С. 5–21.
Makogon Y.F. Gas hydrates. History of study and prospects of development // Geology and Mineral Resources of the World Ocean. 2010. № 2 (20). Pp. 5–21. (in Russian)
EDN: [msydrp](https://www.edn.ru/msydrp)
- [3] Сапарлиев Х.М., Нургельдыев Н. Основные типы сейсмических волн // Новое слово в науке и практике: гипотезы и апробация результатов исследований. 2015. № 18. С. 17–26.
Saparliev H.M., Nurgeldiev N. Main types of seismic waves // New word in science and practice: hypotheses and approbation of research results. 2015. № 18. Pp. 17–26. (in Russian)
EDN: [ugxolp](https://www.edn.ru/ugxolp)
- [4] Лепендин Л.Ф. Акустика. Москва: Высшая школа, 1978. 448 с.
Lependin L.F. Acoustics. Moscow: Higher School, 1978. 448 p. (in Russian).
- [5] Исакович М.А. Общая акустика. Москва: Наука, 1973. 496 с.
Isakovich M.A. General acoustics. Moscow: Nauka, 1973. 496 p. (in Russian).
- [6] Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. Москва: Наука, 1973. 343 с.
Brekhovskikh L.M. Waves in layered media. Moscow: Nauka, 1973. 343 p. (in Russian).
- [7] Викторов И.А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах. Москва: Наука, 1981. 287 с.
Viktorov I.A. Sound surface waves in solids. Moscow: Nauka, 1981. 287 p. (in Russian).
- [8] Гринченко В.Т., Мелешко В.В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. К.: Наук. думка, 1981. 284 с.
Grinchenko V.T., Meleshko V.V. Harmonic vibrations and waves in elastic bodies. K.: Nauk. dumka, 1981. 284 p.
- [9] Stoneley R. Elastic Waves at the Surface of Separation of Two Solids // Proceedings of the Royal Society of London. Series A Containing Papers of a Mathematical and Physical Character. 1924. V. 106, No. 738. Pp. 416–428.
DOI: [10.1098/rspa.1924.0079](https://doi.org/10.1098/rspa.1924.0079)
- [10] Абакумов К.Е., Коновалов Р.С. Распространение акустических волн Стоунли в области границы твердых полупространств при нарушенном акустическом контакте // Известия СПбГЭТУ ЛЭТИ. 2007. № 3. С. 3–7.
Abbakumov K.E., Konovalov R.S. Distribution of Stoneley acoustic waves near to border of solid half-spaces at the broken acoustic contact // Izvestiya SPBGETU LETI. 2007. No. 3. Pp. 3–7. (in Russian)
EDN: [thjidi](https://www.edn.ru/thjidi)
- [11] Ilyashenko A.V. Stoneley waves in a vicinity of the Wiechert condition // International Journal of Dynamics and Control. 2021. V. 9, Is. 1. Pp. 30–32.
DOI: [10.1007/s40435-020-00625-y](https://doi.org/10.1007/s40435-020-00625-y)
- [12] Ji J., Milkereit B. Full Waveform Sonic Data From A Fast Formation // CSEQ National Convention. 2004.
https://old.cseg.ca/assets/files/resources/abstracts/2004/052S0131-Ji_Full_Waveform_Sonic_Data.pdf
- [13] Губайдуллин А.А., Болдырева О.Ю. Волны в пористой среде со слем, содержащим газовый гидрат // Прикладная механика и техническая физика. 2020. Т. 61, № 4(362). С. 31–38.
DOI: [10.15372/PMTF20200404](https://doi.org/10.15372/PMTF20200404)
Gubaidullin A.A., Boldyreva O.Y. Waves in a porous medium with a gas hydrate containing layer // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2020. V. 61, No. 4. P. 525–531.
DOI: [10.1134/S0021894420040045](https://doi.org/10.1134/S0021894420040045)
- [14] Губайдуллин А.А., Болдырева О.Ю., Дудко Д.Н. Скорость и поглощение линейных волн в пористых средах, насыщенных газом и его гидратом // Прикладная механика и техническая физика. 2022. Т. 63, № 4(374). С. 56–63.
DOI: [10.15372/PMTF20220406](https://doi.org/10.15372/PMTF20220406)
Gubaidullin A.A., Boldyreva O.Y., Dudko D.N. Velocity and attenuation of linear waves in porous media saturated with gas and its hydrate // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2022. V. 63, No. 4. P. 599–605.
DOI: [10.1134/s002189442204006x](https://doi.org/10.1134/s002189442204006x)
- [15] Дучков А.Д., Дучков А.А., Дугаров Г.А., Дробчик А.Н. Скорости ультразвуковых волн в песчаных образцах, содержащих воду, лед или гидраты метана и тетрагидрофурана // Доклады Академии наук. 2018. Т. 478, № 1. С. 94–99.
DOI: [10.7868/S086956521801019X](https://doi.org/10.7868/S086956521801019X)
Duchkov A.D., Duchkov A.A., Dugarov G.A., Drobchik A.N. Velocities of Ultrasonic Waves in Sand Samples Containing Water, Ice, or Methane and Tetrahydrofuran Hydrates (Laboratory Measurements) // Doklady Earth Sciences. 2018. V. 478, No. 1. Pp. 74–78.
DOI: [10.1134/S1028334X18010014](https://doi.org/10.1134/S1028334X18010014)

Сведения об авторах / Information about the Authors**Эмилия Вильевна Галиакбарова**

доктор физ.-мат. наук, доцент
Уфимский государственный нефтяной технический
университет, Уфа, Россия

Emilia Vilevna Galiakbarova

Sc.D. (Phys. & Math.), Assist. Prof.

Ufa State Petroleum Technical University, Ufa, Russia

emi.galiakbar@yandex.ru

ORCID: [0000-0002-7773-3451](https://orcid.org/0000-0002-7773-3451)

Гульназ Римовна Каримова

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа,
Россия

Gulnaz Rimovna Karimova

Mavlyutiv Institute of Mechanics UFRC RAS, Ufa, Russia

gulnazkar69@gmail.com

ORCID: [0009-0004-8595-1186](https://orcid.org/0009-0004-8595-1186)