



ISSN: 2658–5782

Номер 4

2024

# МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

[mfs.uimech.org](https://mfs.uimech.org)





<http://mfs.uimech.org/mfs2024.4.022>

DOI: [10.21662/mfs2024.4.022](https://doi.org/10.21662/mfs2024.4.022)

УДК / UDC: 002.2:531/534

Получена / Received: 8.11.2024

Принята / Accepted: 16.12.2024



## Задача о течении термовязкой жидкости в канале с каверной, содержащей охлаждающий элемент

А.А. Мухутдинова

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

E-mail: [mukhutdinova23@yandex.ru](mailto:mukhutdinova23@yandex.ru)

Моделирование течения жидкостей в каналах с каверной является актуальным для решения инженерных задач, связанных с конструктивными особенностями устройств, например, с переработкой и транспортировкой углеводородов, системами охлаждения. Наличие каверны может привести к возникновению локальных гидродинамических эффектов, таких как автоколебания или другие сложные режимы течения. Численно исследуется влияние реологических параметров жидкости, условий теплообмена и геометрических параметров каверны и канала на характеристики потока. Математическая модель задачи состоит из уравнений неразрывности, модифицированных уравнений Навье–Стокса с учетом переменной вязкости и сохранения энергии. Для численного решения этих уравнений применялись метод контрольного объема и алгоритм SIMPLE, модифицированный для учета переменного коэффициента вязкости. Для демонстрации влияния различных условий теплообмена на характер течения на дне каверны расположена пластина, на которой задавалась температура, отличавшаяся от температуры окружающей среды. Проведено экспериментальное измерение вязкости 45%-го водного раствора пропиленгликоля в диапазоне температур от  $-8$  до  $70^\circ\text{C}$  с использованием ротационного реометра «Thermo Scientific HAAKE MARS» лаборатории «Экспериментальная гидродинамика» ИМех УФИЦ РАН. Сопоставлены результаты численного моделирования с фотографиями эксперимента ползущего течения при обтекании прямоугольной каверны для трех случаев при соотношении геометрических параметров  $b/h = 0.5, 1, 2$ . Рассмотрено влияние высоты основного слоя жидкости и параметров каверны на основной поток и на процесс образования завихренности в каверне.

**Ключевые слова:** термовязкая жидкость, пропиленгликоль, плоский канал с каверной

Работа выполнена в рамках государственного задания № 124030400064-2 (FMRS-2024-0001)

## The problem of the flow of a thermoviscous fluid in a channel with a cavity containing a cooling element

A.A. Mukhutdinova

Mavlyutov Institute of Mechanics UFRC RAS, Ufa, Russia

E-mail: [mukhutdinova23@yandex.ru](mailto:mukhutdinova23@yandex.ru)

Modeling of fluid flow in channels with a cavity is relevant for solving engineering problems, for example, related to the design features of devices associated, for example, with the processing and transportation of hydrocarbons, cooling systems. The presence of a cavity can lead to the occurrence of local hydrodynamic effects, such as self-oscillations or other complex flow regimes. The influence of rheological parameters of the fluid, heat exchange conditions and geometric parameters of the cavity and channel on the flow characteristics is numerically studied. The mathematical model of the problem consists of continuity equations, modified Navier-Stokes equations taking into account variable viscosity and energy conservation. To numerically solve these equations, the control volume method and the SIMPLE algorithm modified to take into account the variable viscosity coefficient were used. To demonstrate the influence of various heat exchange conditions on the flow character, a plate was located at the bottom of the cavity, on which a temperature was set that differed from the ambient temperature. An experimental measurement of the viscosity of a 45% aqueous solution of propylene glycol was carried out in the temperature range from  $-8$  to  $70^\circ\text{C}$  using a Thermo Scientific HAAKE MARS rotational rheometer of the Experimental Hydrodynamics laboratory of the Institute of Mechanics of the Ufa Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences. The results of numerical modeling were compared with photographs of the experiment of creeping flow around a rectangular cavity for three cases with the ratio of geometric parameters  $b/h = 0.5, 1, 2$ . The influence of the height of the main liquid layer and the parameters of the cavity on the main flow and on the process of vorticity formation in the cavity was considered.

**Keywords:** thermoviscous liquid, propylene glycol, flat channel with a cavity

### 1. Введение

Процессы теплообмена потока жидкости с внешней средой в значительной мере определяют особенности течения, учет зависимости вязкости и теплофизических констант от температуры вносит существенный вклад не только в количественные, но и в качественные характеристики течения. В предположении экспоненциально убывающей зависимости вязкости от температуры выполнено значительное количество гидродинамических исследований для решения различных проблем в геофизике, экологии, металлургии и химической промышленности [1].

Моделирование течения жидкостей в каналах с каверной актуально для решения инженерных задач, связанных с конструктивными особенностями устройств, например, с переработкой и транспортировкой углеводородов, системами охлаждения. Наличие каверны может привести к возникновению локальных гидродинамических эффектов, таких как автоколебания [2] или другие сложные режимы течения [3].

### 2. Постановка задачи

Проведено численное исследование течения жидкости с монотонно убывающей зависимостью вязкости от температуры в канале с каверной, содержащей охлаждающий элемент. На рис. 1 показана схема канала и линии тока жидкости при течении в канале с каверной.

Математическая модель задачи состоит из уравнений неразрывности, модифицированных уравнений Навье–Стокса и с учетом переменной вязкости и сохранения энергии [4] имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} &= -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu(T) \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu(T) \frac{\partial v_x}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} &= -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu(T) \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu(T) \frac{\partial v_y}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} &= \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \end{aligned}$$

где  $v_y, v_x$  — радиальная и осевая компоненты вектора скорости;  $P$  — давление;  $T$  — температура;  $\mu$  — коэффициент динамической вязкости жидкости;  $\alpha$  — коэффициент температуропроводности.

Во входном ( $x = 0$ ) и выходном ( $x = L$ ) сечениях плоского канала задаются фиксированные значения давления, а на стенках ( $y = y_0, y = y_1, y = H$ ) — условия прилипания для скорости. Граничные условия для давления и компонент вектора скорости принимают

вид:

$$\begin{aligned} p(0) &= 1, \quad p(L) = 0, \\ v_x(y = y_0, x) &= v_x(y = y_1, x) = v_x(y = H, x) = 0, \\ v_y(y = y_0, x) &= v_y(y = y_1, x) = v_y(y = H, x) = 0. \end{aligned}$$

Температура на входе канала задается постоянной:

$$T(y, x = 0) = T_{\max},$$

на выходе ( $x = L$ ) устанавливается условие отсутствия изменения температуры вдоль оси канала:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} = 0.$$

На стенках канала ( $y = y_1, y = H$ ) накладываются граничные условия первого рода:

$$T(y = y_1, x) = T(y = H, x) = T_{\max},$$

$$T(y, x = x_1) = T(y, x = x_2) = T_{\max}.$$

Для дна каверны ( $x_1 \leq x \leq x_2$ ) температура задается следующим образом:

$$T(y = y_0, x = x_1) = T(y = y_0, x = x_2) = T_{\min}.$$

В начальный момент времени жидкость в канале покоится и имеет постоянную температуру:

$$v_y(y, x) = v_x(y, x) = 0,$$

$$p(y, x) = 0, T(y, x) = 0.$$

Входящая в уравнения Навье–Стокса функция  $\mu = \mu(T)$  представляет собой температурную зависимость вязкости жидкости. Зависимость вязкости от температуры следующего вида:

$$\mu(T) = \mu_0 \exp[-\alpha(T - T_0)],$$

где  $\alpha > 0$  — параметр, описывающий характер изменения вязкости;  $\mu_0$  — вязкость при  $T_0$ .

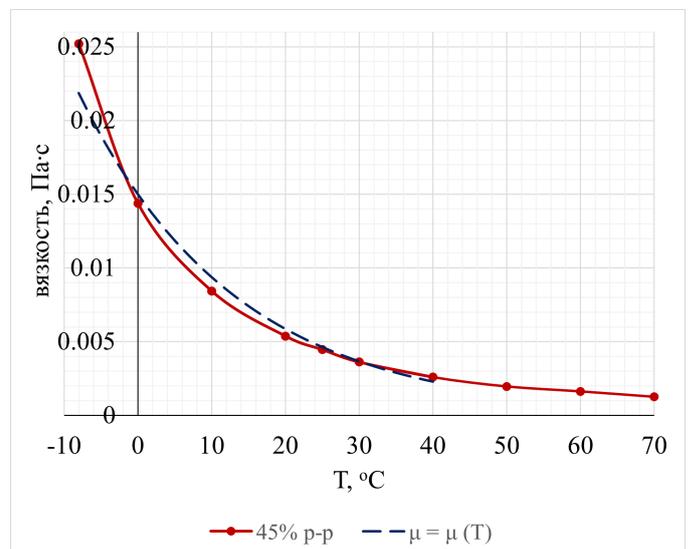


Рис. 1. Схема канала

### 3. Результаты

В ходе исследований проведена серия экспериментальных измерений вязкости 45%-го водного раствора пропиленгликоля с использованием ротационного реометра «Thermo Scientific HAAKE MARS» лаборатории «Экспериментальная гидродинамика» ИМех УФИЦ РАН.

Полученные результаты представлены на рис. 2 в диапазоне температур от  $-8$  до  $70$  °С. Кривая красного цвета иллюстрирует экспериментально полученную зависимость вязкости 45%-го водного раствора пропиленгликоля, черного — экспоненциальную аппроксимацию данной зависимости на интервале от  $-8$  до  $40$  °С.

Уравнения математической модели реализованы с помощью компьютерного кода на основе метода контрольного объема и алгоритма SIMPLE [5], модифицированных для учета переменного коэффициента вязкости. Оригинальный компьютерный код реализован на языке программирования C++ в кроссплатформенной среде разработки Qt Creator.

Структура течения, очевидно, должна существенно зависеть от теплового режима на пластине, находящейся на дне каверны. Если температура пластины равна температуре, поступающих в канал жидкостей, получим изотермические режимы течения, соответствующие фотографиям экспериментов, приведенных в известном альбоме Ван Дайка [6]. На рис. 3 показано сравнение численного решения с фотографиями эксперимента ползущего течения при обтекании прямоугольной каверны для трех случаев при соотношении геометрических параметров  $b/h = 0.5, 1, 2$ . При соотношении  $b/h = 0.5$  наблюдается узкая зона циркуляции в каверне, поток над каверной остается линейным, а вихрь симметричный и располагается ближе к потоку. Для случая  $b/h = 1$  зона циркуляции становится более выраженной, а поток над каверной слегка отклоняется, вихрь симметричный. При увеличении соотношения до  $b/h = 2$  зона циркуляции расширяется, охватывая практически всю каверну, и поток над каверной отклоняется.

В случае, если на пластине задается температура ниже окружающей среды, то при экспоненциально убывающей зависимости вязкости от температуры зона циркуляции в каверне будет смещаться в зависимости от параметров течения и геометрии самой каверны. В начальный момент времени канал заполнен жидкостью при температуре  $0$  °С, далее начинает поступать нагретая жидкость, и на стенках поддерживается постоянная температура равная  $40$  °С, на дне каверны температура равна  $-8$  °С.

На рис. 4 показано неустановившееся распределение температуры, вязкости и линий тока в момент времени  $t_1$  при  $b/h = 1$ . Отмечен процесс перемешивания жидкостей с разными температурами, при котором изменение вязкости оказывает влияние на формирование и развитие вихря при числе  $Re < 2000$ .

Далее рассматривается влияние каверны на поток термовязкой жидкости и формирование завихренности при фиксированной высоте потока  $H = 5$  см. На рис. 5(a) представлены линии тока жидкости для случая, когда вместо каверны используется охлаждающая пластина, ширина которой равна ширине каверны. В области около пластины наблюдается повышение вязкости и незначительное обтекание данной области. На рис. 5(b) показано, что при высоте каверны, составляющей пятую часть высоты основного потока, образование вихрей не происходит. Структура основного потока не меняется, но наблюдается огибание верхней части каверны. На рис. 5(c) видно, что при увеличении высоты каверны до  $3$  см вихри начинают формироваться в углах каверны и основной поток значительно отклоняется. При дальнейшем увеличении высоты каверны до  $H = h$  (рис. 5(d)) наблюдается образование крупного симметричного вихря, расположенного в центре канала. Взаимодействие основного потока и вихря в каверне показано неравномерным распределением линий тока. При максимальном соотношении  $2H = h$  (рис. 5(e)) формируется устойчивый вихрь и сохраняется симметрия, но его центр смещается ближе к основному потоку.

Изучено влияние высоты основного слоя жидкости на процесс образования завихренности в каверне при фиксированной глубине самой каверны. На рис. 6(a),(b) показано, что при соотношении  $H = 2h$  или  $H = h$  вихрь симметричный и располагается либо ближе к основному потоку, либо в центре каверны. Однако, в первом случае линии тока проходят над каверной практически без деформаций, а во втором случае слегка изгибаются в зоне каверны, не влияя на основной поток. Уменьшение высоты основного слоя (рис. 6(c),(d)) приводит к снижению центра устойчивого вихря, его смещению в сторону одной из стенок канала и полному огибанию каверны основным потоком. Также отмечается формирование зоны циркуляции с появлением угловых вихрей (рис. 6(d),(e)).

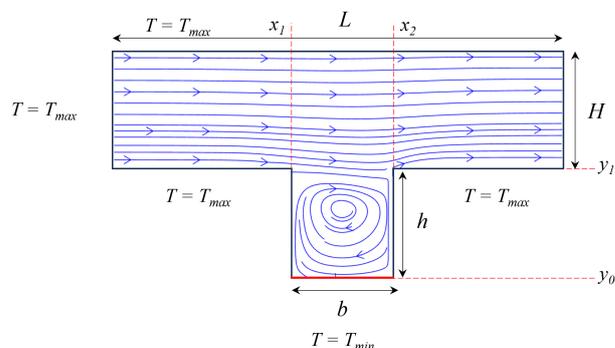
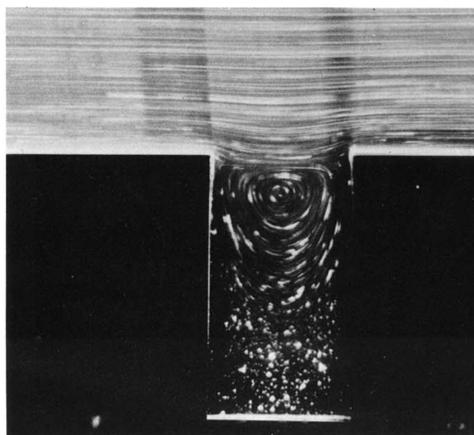
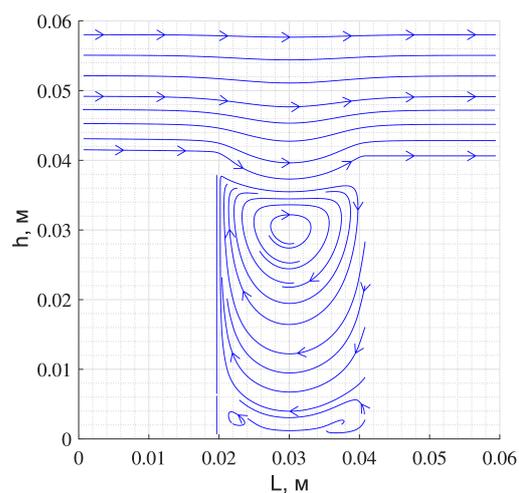


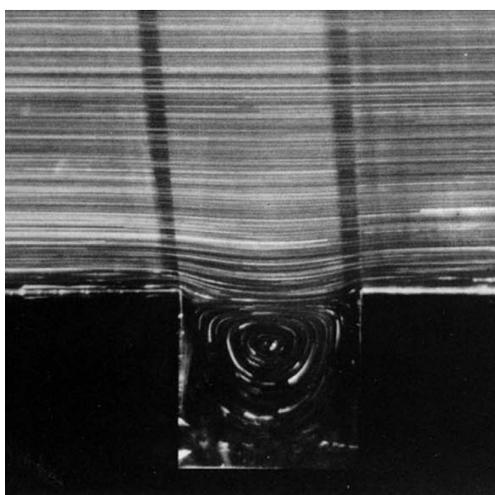
Рис. 2. Зависимость вязкости от температуры



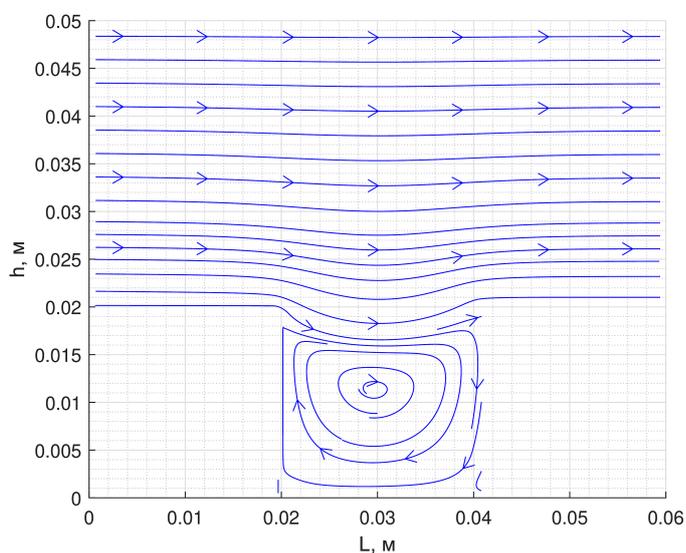
(a)



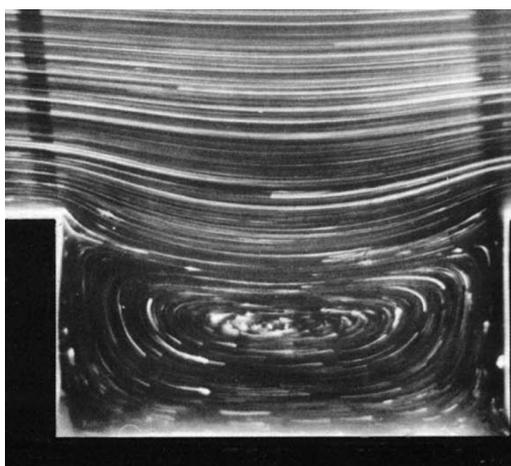
(b)



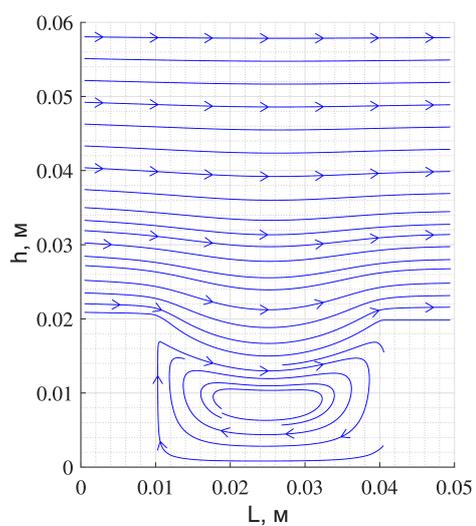
(c)



(d)



(e)



(f)

Рис. 3. Сравнение ползущего течения при обтекании прямоугольной каверны при числе  $Re = 0.01$ : фото эксперимента (a) и численное решение (b) при  $b/h = 0.5$ , фото эксперимента (c) и численное решение (d) при  $b/h = 1$ , фото эксперимента (e) и численное решение (f) при  $b/h = 2$

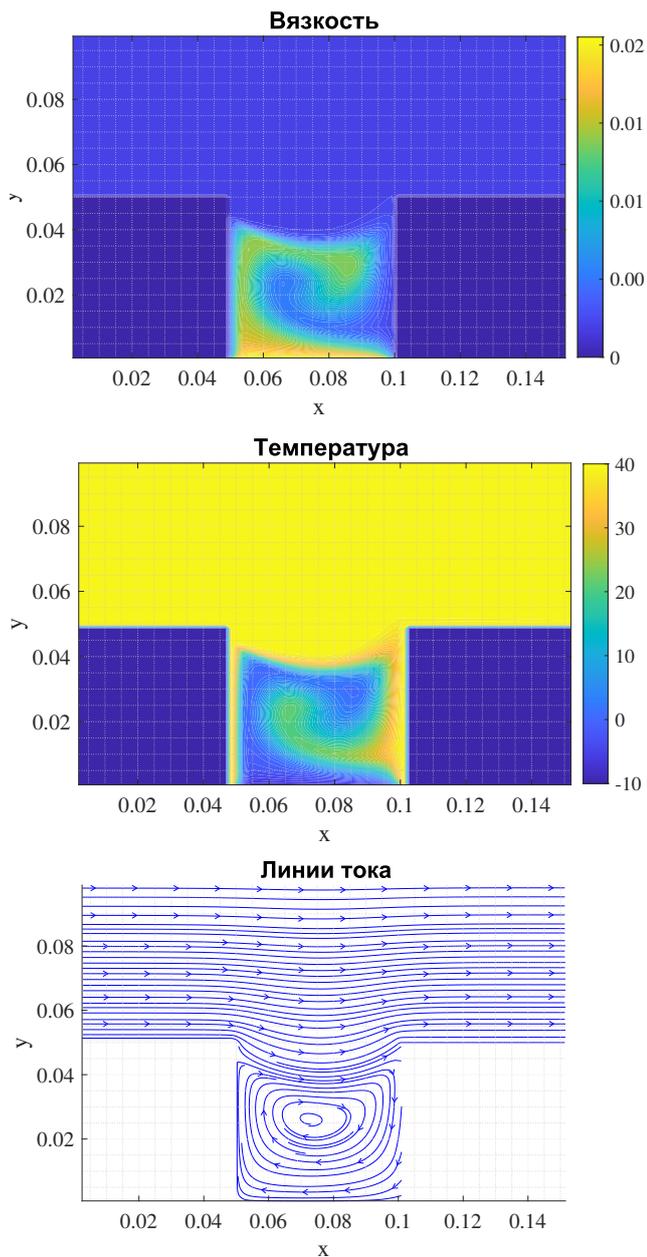


Рис. 4. Распределение параметров в канале с каверной при соотношении  $b/h = 1$  при течении жидкости с монотонной зависимостью

### 4. Заключение

В работе исследовано течение термовязкой жидкости в плоском канале с каверной и показано, что гидродинамические особенности течения определяются размером и формой каверны. При фиксированном перепаде давления положение и форма вихря зависят от высоты основного потока. Увеличение глубины каверны ( $h$ ) приводит к усилению завихренности внутри нее. Уменьшение высоты основного слоя приводит к снижению центра устойчивого вихря, его разбиению на два и смещению в сторону стенок канала, огибанию каверны основным потоком. Эти результаты подчеркивают важность учета как геометрических, так и реологических параметров при анализе течения жидкости.

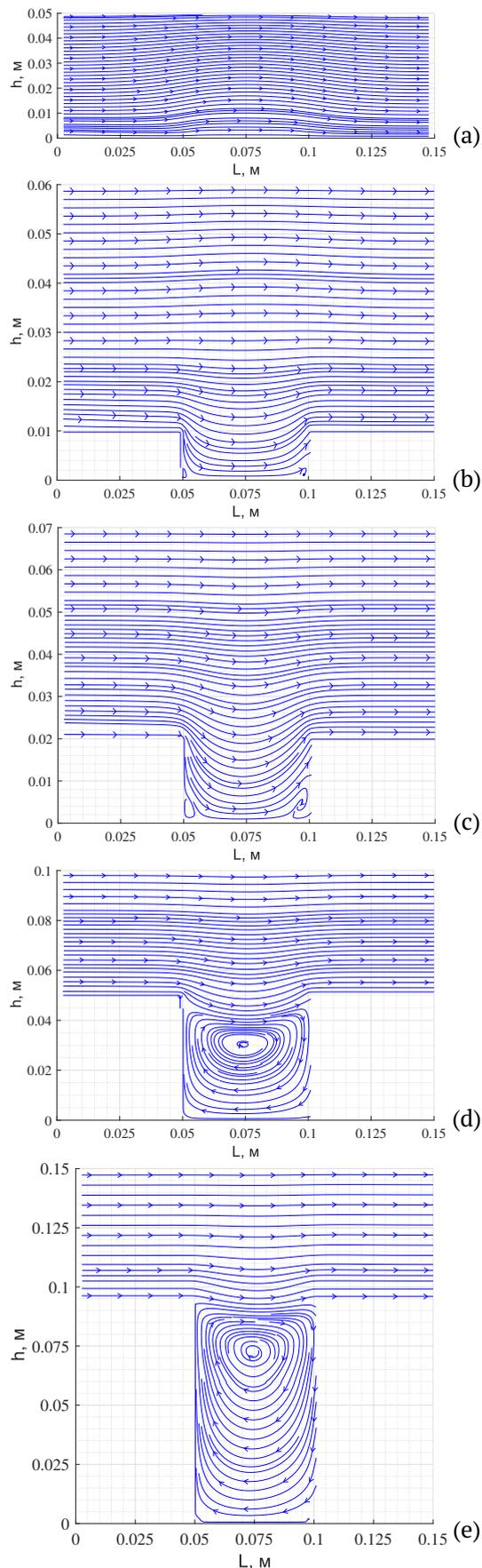


Рис. 5. Влияние параметров каверны на основной поток и на завихренность термовязкой жидкости: (а)  $h = 0$  см, (б)  $h = 1$  см, (с)  $h = 3$  см, (д)  $h = 5$  см, (е)  $h = 10$  см

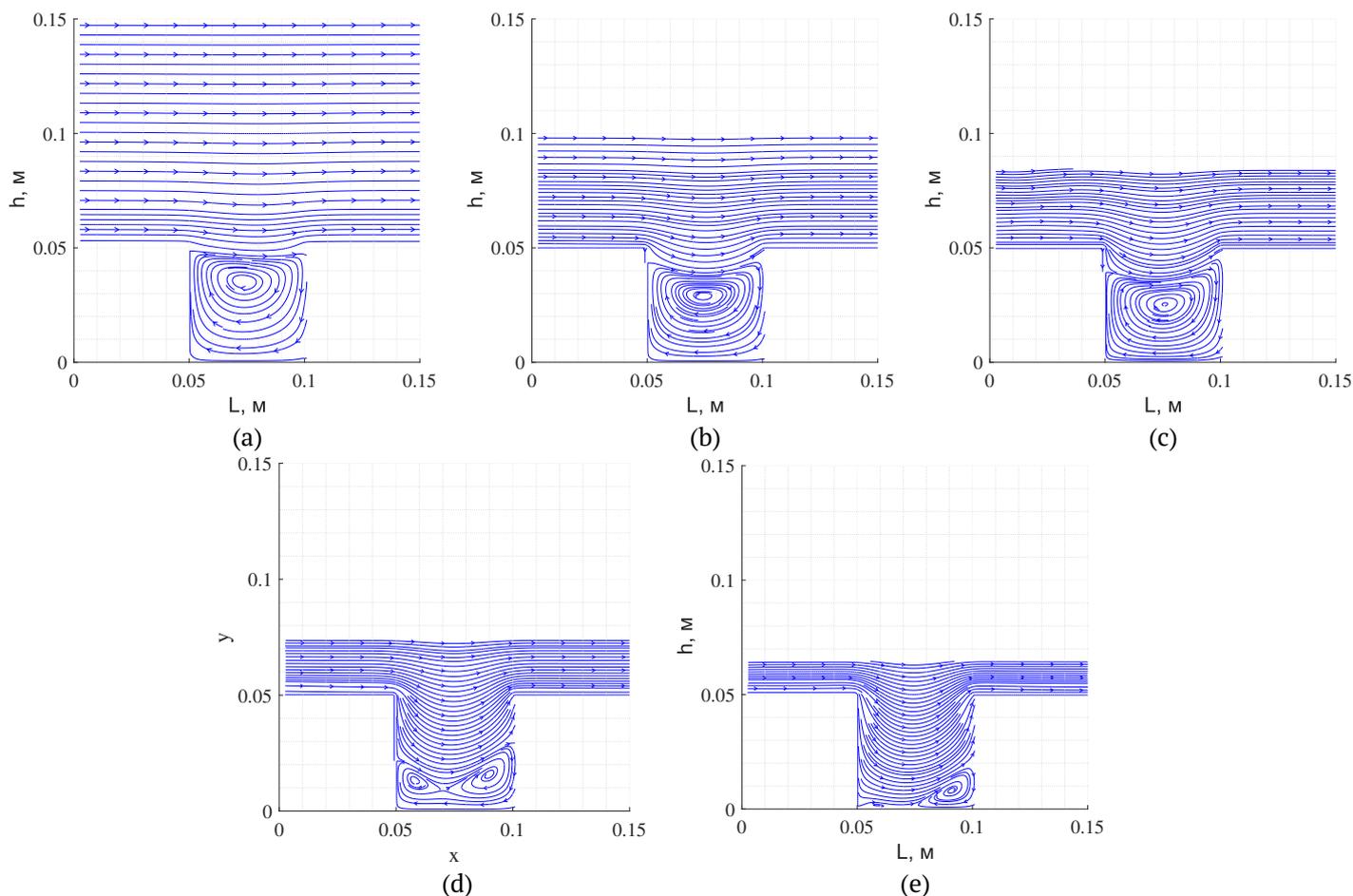


Рис. 6. Влияние основного потока на завихренность термовязкой жидкости в каверне  $h = 5$  см при: (a)  $H = 10$  см, (b)  $H = 5$  см, (c)  $H = 3.5$  см, (d)  $H = 2.5$  см, (e)  $H = 1.5$  см

## Список литературы / References

- [1] Виноградов Г.В., Малкин А.Я. Реология полимеров. М.: Химия, 1977. 438 с.  
Vinogradov G.V., Malkin A.Ya. Rheology of polymers. M.: Khimiya, 1977. P. 438 (in Russian).
- [2] Adibi T., Ahmed S.F., Adibi O., Athari H., Badruddin I.A., Javed S. Fluid flow and mixed heat transfer in a horizontal channel with an open cavity and wavy wall // Intelligent Automation & Soft Computing. 2023. Vol. 37, No. 1. Pp. 147–163.  
DOI: [10.32604/iasc.2023.035392](https://doi.org/10.32604/iasc.2023.035392)
- [3] Агеев А.И., Осипцов А.Н. Сдвиговое течение вязкой жидкости над каверной, содержащей пульсирующий пузырек газа // Доклады РАН. 2020. Т. 493. С. 38–41.  
DOI: [10.31857/S2686740020030037](https://doi.org/10.31857/S2686740020030037)
- [4] Kireev V.N., Mukhutdinova A.A., Urmancheev S.F. On the Critical Conditions of Heat Transfer for a Fluid Flow with a Nonmonotonic Dependence of the Viscosity on the Temperature in an Annular Channel // Fluid Dynamics. 2023. Vol. 58. Pp. 1310–1317.  
DOI: [10.1134/S0015462823602036](https://doi.org/10.1134/S0015462823602036)
- [5] Patankar S.V. Numerical heat transfer and fluid flow. Hemisphere Publ. Corp., New York, 1980. Т. 58. 288 p.
- [6] Ван Дайк М. Альбом течений жидкости и газа. М.: Мир, 1986. 184 с.  
Van Dyke M. An Album of Fluid Motion. The Parabolic Press, Stanford. 1982. 176 p.

## Сведения об авторах / Information about the Authors

**Айгуль Айратовна Мухутдинова**  
Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа,  
Россия

**Aigul Airatovna Mukhutdinova**  
Mavlutov Institute of Mechanics UFRS RAS, Ufa, Russia  
[mukhutdinova23@yandex.ru](mailto:mukhutdinova23@yandex.ru)  
ORCID: [0000-0002-5009-002X](https://orcid.org/0000-0002-5009-002X)