



ISSN: 2658–5782

Номер 3

2024

МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

mfs.uimech.org





Собственные колебания жидкости в вертикальной и горизонтальной скважинах

Д.А. Насырова

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

E-mail: dinasyrova@mail.ru

В настоящее время при добыче нефти широко применяется технология гидроразрыва пласта. В пласте создаются трещины и закрепляются пропантами для предотвращения их смыкания. В работе рассматриваются собственные колебания жидкости в вертикальной нефтяной скважине при закрытой верхней границе и в горизонтальной скважине со множественным гидроразрывами пласта. На основе математической модели, описывающей движение столба жидкости в скважине и фильтрацию в призабойной зоне, подверженной гидроразрыву пласта, получены решения задачи о собственных затухающих колебаниях столба жидкости в скважине. Получено характеристическое уравнение для определения собственных частот колебаний. Исследованы зависимости собственной частоты, коэффициента затухания и декремента затухания от проницаемости пласта. Обоснована возможность применения гидроудара для получения информации о состоянии скважины и геометрии трещины гидроразрыва пласта.

Ключевые слова: гидроразрыв пласта, нефтяная скважина, собственные колебания, проницаемость пласта, коэффициент затухания

Работа выполнена при поддержке средствами госбюджета по госзаданию №075-00570-24-01 (Гидрогазодинамика многофазных, термовязких и микродисперсных сред)

Natural fluctuations of the liquid in vertical and horizontal wells

D.A. Nasyrova

Mavlyutov Institute of Mechanics UFRC RAS, Ufa

E-mail: dinasyrova@mail.ru

Currently, hydraulic fracturing (FRACKING) technology is widely used in oil production. Cracks are created in the formation, fixed with propanths to prevent them from closing. The paper considers the natural fluctuations of the liquid in a vertical oil well with a closed upper boundary and in a horizontal well with multiple fracturing. Based on a mathematical model describing the movement of a column of liquid in a well and filtration in a bottomhole zone exposed to hydraulic fracturing, solutions to the problem of intrinsic damping vibrations of a column of liquid in a well are obtained. We have obtained a characteristic equation for determining the natural frequencies of vibrations. The dependences of natural frequency, attenuation coefficient and attenuation decrement on crack conductivity and reservoir permeability are investigated.

Keywords: hydraulic fracturing, oil well, natural oscillations, reservoir permeability, attenuation coefficient

1. Введение

Нефть — одно из ценнейших полезных ископаемых на Земле и ключевой ресурс мировой экономики. Добыча нефти — сложный и наукоемкий процесс, который непрерывно модернизируется и совершенствуется как в практической, так и в теоретической областях. На данный момент одной из проблем нефтегазодобывающей отрасли является поддержание уровня добычи нефти на фоне истощения залежей с традиционными запасами и вовлечения в разработку трудноизвлекаемых запасов углеводородов. В этих условиях широкое применение получили геолого-технологические мероприятия по ин-

тенсификации добычи нефти, наиболее эффективным из них считается гидравлический разрыв пласта (ГРП). Метод ГРП, при наличии трещины в пласте, приводит к кардинальному изменению дебита скважины [1], и, следовательно, к интенсификации работы скважины. Важно отметить, что технология ГРП не является методом бурения, а используется для увеличения притока нефти из скважины после завершения бурения и удаления буровой установки с площадки. Процесс занимает в среднем от трех до пяти дней. Как только процесс завершен, скважина готова к добыче нефти. По мере развития технологии ГРП перед исследователями вста-

ют вопросы определения количественных характеристик гидроразрыва, геометрии трещин и изменения коллекторских характеристик пласта, в связи с чем перед ними встают новые задачи. Так, например, задача по определению параметров трещины ГРП необходима для расчета количества пропантов, моделирования процесса фильтрации жидкости, а также для установления связи между дебитом и расходом жидкости.

Сигналы давления, вызванные гидроударом, были смоделированы в работе [2] с использованием численной модели. Данная модель объединяет уравнения неразрывности и импульса для скважины с трещиной ГРП. В продолжении работы [3] модель в статье [2] была представлена в виде цепи с последовательно соединенными сопротивлением R , емкостью C и индуктивностью I с целью определения влияния R , C и I на сигнал гидроудара. Для этого две переменные оставались постоянными, а третья менялась в диапазоне допустимых значений. В работе показано, что изменения сопротивления разрушению, емкости или инерции изменяют сигнатуру моделируемого гидравлического удара. Изменение емкости влияет на период колебаний гидроудара и среднее давление, поддерживаемое гидравлическим ударом, изменение сопротивления — на начальную амплитуду гидроудара и скорость затухания колебаний, а вариации инерции — на период действия гидравлического удара. Авторы работы [2] пришли к следующему выводу. Диагностика трещины с гидроударом дает важную информацию о созданной трещине, такую как относительный размер, который получается из расчетной длины, ширины и высоты, и связность, которая указана значением сопротивления R , со стволом скважины.

Задача об отборе жидкости из пласта в скважину или закачке жидкости из скважины в пласт при наличии трещины ГРП, перпендикулярной стволу скважины в режиме постоянного расхода, рассматривалась в работе [4]. Для построения приближенных решений авторы использовали метод последовательной смены стационарных состояний (ПССС). В основе метода ПССС стоит предположение, что давление в пласте меняется по времени значительно медленнее, чем по координатам. Получены аналитические решения, описывающие эволюцию давления в трещине при постоянном расходе флюида из пласта в скважину; проведено сравнение результатов точного и приближенного решения; проанализировано влияние пористости, проницаемости и плотности пласта и трещины на эволюцию давления в трещине и скважине. Основной вывод работы: сравнение результатов точного и приближенного решения показало, что они практически совпадают.

В работе [5] представлена новая методика анализа данных о переходных процессах в скважине, пересеченной вертикальной трещиной с конечной проводимостью. Данная технология базируется на теории билинейных течений, что позволяет учитывать переходные линейные течения как в трещине, так и в пласте. Рассмотрена скважина с вертикальной трещиной ГРП с

постоянным дебитом в бесконечном горизонтальном изотропном пласте. По известным значениям проницаемости, пористости, толщины и начального давления пористой среды и полудлины, ширины, проницаемости и пористости трещины ГРП построены кривые нового типа, которые доступны для анализа давления в скважинах с трещиноватостью.

Хабибуллин И.Л. и Хисамов А.А. [6–8] в своих работах решали задачи нестационарной фильтрации в системе «пласт–трещина ГРП». Авторы пришли к выводу, что наличие трещины ГРП влияет на зависимость давления, скорости фильтрации от фильтрационных характеристик системы. Авторы построили и провели анализ аналитических решений данной задачи. Было изучено влияние длины трещины на количественные характеристики процесса.

Моделирование нестационарной фильтрации вокруг скважины с вертикальной трещиной гидроразрыва наиболее детально представлено в работе [9], где для описания фильтрации в трещине ГРП использована классическая модель радиальной фильтрации. Авторами получены точные решения, с их помощью был проведен анализ коллекторских свойств пласта и трещины ГРП. Также оценено влияние вязкости на эволюцию давления в трещине.

Решения для работы скважины с трещиной ГРП при постоянном дебите и давлении получены в работе [10], где были рассмотрены скважины как бесконечной, так и конечной длины. Авторы использовали метод изменения стационарных состояний. Получено, что в начальный момент фильтрации вдоль стенок трещины ГРП скорость фильтрации намного меньше, чем нормальная составляющая к стенке.

Задача о выходе процесса функционирования скважины на стационарный режим при постоянных перепадах давления и дебите рассмотрена в работе [11]. Получены точные и приближенные аналитические решения, а также формулы, определяющие дебит скважины, аналитические формулы Дюпюи ($Q = \frac{2\pi k}{\mu} \frac{p_k - p_c}{\ln(R_k/r_c)}$, где μ — динамическая вязкость, k — проницаемость, p_k — давление на внешней границе пласта, p_c — давление на забое скважины, r_c — радиус скважины, R_k — радиус цилиндрического пласта).

Большое внимание в настоящее время уделяется трещинам многозонного гидроразрыва пласта (МГРП). МГРП позволяет в одной пробуренной горизонтальной скважине провести несколько равноценных ГРП. Благодаря МГРП можно ввести в разработку ранее нерентабельные запасы и увеличить темпы выработки и коэффициент нефтеотдачи. Так в работе [12] представлены теоретические основы и выполнена апробация способа понижения размерности задачи о притоке пластового флюида к трещинам МГРП за счет моделирования пространственной фильтрации в пласте с помощью одномерных трубок тока. Две постановки модельных задач, рассмотренные в работе, позволили отразить две принципиально различные структуры фильтрационных по-

токов: в крайнем сегменте области дренирования МГРП с эллиптическим контуром питания и во внутреннем сегменте в форме прямоугольника между двумя соседними трещинами МГРП. Получены аналитические выражения функций свойств для трубок тока с различием внутренних и внешних берегов трещин.

В настоящей работе предлагается метод определения качества ГРП, используя возбуждение собственных колебаний столба жидкости как в вертикальной скважине с одной трещиной, так и в горизонтальной скважине с множественным ГРП, с целью получения характеристических уравнений для определения собственных частот колебаний. Построены теоретические модели возникновения колебаний жидкости, образующихся при гидроударе в результате остановки насоса или перекрытия скважины.

2. Исследование собственных колебаний в вертикальной скважине

Проведем исследование собственных колебаний в вертикальной скважине с использованием метода акустической спектроскопии. Этот метод позволяет исследовать состояние скважины и призабойной зоны путем возбуждения собственных колебаний жидкости. Рассматриваемая в настоящей работе система «вертикальная скважина–трещина ГРП–пласт» приведена на рис. 1. Данная система предполагает, что

- трещина ГРП вертикальная и симметричная;
- скважина радиуса a через перфорированный участок длины l_p сообщается с трещиной и окружающим трещину и скважину пористым проницаемым пластом;
- жидкость растекается сначала по трещине и потом перпендикулярно в пласт, а также от открытого участка скважины радиально;
- в начальный момент времени при $t = 0$ система находится в состоянии покоя;

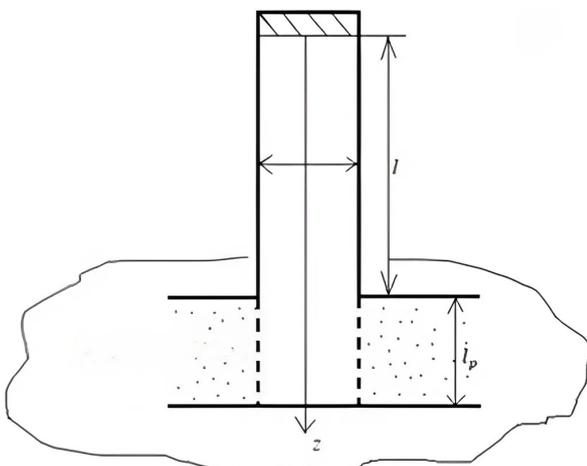


Рис. 1. Схема обсаженной скважины, сообщающейся с пластом

- протяженность столба жидкости в закрытом участке скважины l значительно превышает открытый ее участок протяженностью l_p ;
- ось Oz направлена вертикально вниз и начало координат находится на верхней границе скважины.

Для изучения колебаний столба жидкости требуется описать фильтрацию жидкости в окрестности скважины и в трещине ГРП.

Уравнения, выражающие законы сохранения масс и импульсов для жидкости, движущейся в скважине, в линеаризованном приближении имеют следующий вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{2\sigma}{a_c}, \quad (0 < z < l),$$

$$\sigma = \mu \int_{-\infty}^t \frac{\partial w / \partial \tau}{\sqrt{\pi \nu (t - \tau)}} d\tau, \quad \nu = \frac{\mu}{\rho_0}, \quad \rho = \frac{P}{C^2}, \quad (1)$$

где ρ — плотность жидкости; P — давление в скважине; w — линейная скорость жидкости; C — скорость звука в жидкости; σ — касательное напряжение в жидкости на поверхности стенки скважины; μ и ν — коэффициенты динамической и кинематической вязкости жидкости. Нижний индекс «0», p или f показывает, что параметр относится к невозмущенному состоянию, пласту или трещине.

Запишем граничные условия для (1):

$$z = 0 : w(0, t) = 0,$$

$$z = l : P(l, t) = P^{(l)}(t), \quad w(l, t) = w^{(l)}(t).$$

Уравнение сохранения масс для открытого участка скважины сохранения масс имеет вид:

$$\pi a^2 l_p \frac{\partial \rho_p}{\partial t} = \pi a^2 \rho_0 w^{(l)} - 2\pi a l_p \rho_0 u_{pa} - 2d_f l_p \rho_0 u_{f0}. \quad (2)$$

Здесь u_{pa} — скорость фильтрации жидкости в окружающую проницаемую горную породу через стенку открытого участка скважины; u_{f0} — скорость фильтрации жидкости в трещину ГРП шириной d_f .

Для определения скорости фильтрации жидкости в пласте решается внешняя (от открытого участка скважины) фильтрационная задача в пласте и трещине. Основное уравнение упругого режима фильтрации в пласте вокруг скважины записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial P_p}{\partial t} = \kappa_p \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P_p}{\partial r} \right),$$

$$(l < z < l + l_p, \quad a < r < \infty), \quad (3)$$

$$\kappa_p = \frac{k_p \rho_0 C^2}{m_p \mu},$$

где r — радиальная координата (расстояние от оси скважины); k_p — проницаемость пласта. Отметим, что проницаемость пласта является важным параметром, который показывает способность горной породы пропускать жидкость при перепаде давлений.

Граничные условия на границе «скважина–пласт» и на большом удалении от скважины для давления в пласте выглядят следующим образом:

$$P_{p|r=a} = P^{(l)}, \quad P_{p|r \rightarrow \infty} = 0.$$

Закон Дарси для описания скорости фильтрации через стенку скважины и в трещину выглядит следующим образом:

$$u_{pa} = u_{p|r=a} = -\frac{k_p}{\mu} \left(\frac{\partial P_p}{\partial r} \right)_{|r=a}, \quad (4)$$

$$u_{f0} = u_{p|x=0} = -\frac{k_f}{\mu} \left(\frac{\partial P_f}{\partial x} \right)_{|x=0}. \quad (5)$$

Фильтрация флюида по трещине и в пласте описывается системой уравнений:

$$\frac{\partial P_f}{\partial t} = \kappa_f \frac{\partial P_f^2}{\partial x^2} + \frac{2m_p \kappa_p}{m_f d_f} \left(\frac{\partial P_p}{\partial y} \right)_{y=0}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial t} = \kappa_p \frac{\partial P_p^2}{\partial y^2}. \quad (7)$$

Здесь $P_f = P_f(x, t)$ — давление в трещине; $P_p = P_p(x, y, t)$ — давление в пласте, где координата y отсчитывается от стенки трещины; $\kappa_i = \frac{k_i \rho_0 C^2}{m_i \mu}$ ($i = p, f$) — коэффициент пьезопроводности. Этот коэффициент дает характеристику скорости перераспределений давлений в упругом пласте из-за изменения проницаемости.

Система уравнений (6)–(7) может быть сведена к интегро-дифференциальному уравнению, описывающему динамику давления в трещине. Для данной задачи, рассматриваемой в настоящей работе, подходит упрощенное уравнение, которое получено в работе [9]:

$$\frac{\partial^2 P_f}{\partial x^2} = A_f \int_{-\infty}^t \frac{\partial P_f / \partial \tau}{\sqrt{\pi(t-\tau)}} d\tau, \quad (8)$$

$$A_f = \frac{2 m_p \sqrt{\kappa_p}}{d_f m_f \kappa_f}$$

$(l < z < l + l_p, \quad 0 < x < \infty).$

Учитывая закон Дарси (4), (5) и уравнения (1) из уравнения (2) следует:

$$\frac{1}{\rho_0 C^2} \frac{\partial^{(l)}}{\partial t} = \frac{w^{(l)}}{l_p} + \frac{2k_p}{a\mu} \left(\frac{\partial P_p}{\partial r} \right)_{|r=a} + \frac{2d_f k_f}{\pi a^2 \mu} \left(\frac{\partial P_f}{\partial x} \right)_{|x=0}. \quad (9)$$

Решение уравнений (1) ищется в комплексном виде:

$$P = A^{(P)}(z) e^{i\omega t}, \quad w = A^{(w)}(z) e^{i\omega t}, \quad (10)$$

где $\omega = \Omega + i\delta$ — комплексная частота собственных колебаний. Отметим, что действительная часть Ω отвечает за период колебаний $T = 2\pi/\Omega$, а мнимая часть δ — за интенсивность затухания.

Используя граничное условие, при $z = l$ находим решение системы (1) для $P^{(l)}$ и $w^{(l)}$:

$$P^{(l)} = c_1 \cos(Kl) e^{i\omega t} w^{(l)} = i \frac{c_1}{\rho_0 \omega} \frac{K \sin(Kl)}{\left(1 + \frac{2}{y}\right)} e^{i\omega t}, \quad (11)$$

$$\text{где } K^2 = \frac{\left(1 + \frac{2}{y}\right) \omega^2}{C^2}; \quad y = \left(\frac{i\omega a^2}{\nu}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Решения уравнений (3) и (8) запишутся как

$$\begin{aligned} A_p^{(p)}(r) &= A_p^{(p)}(l) \frac{K_0(rq)}{K_0(aq)}, \\ A_f^{(p)} &= A_p^{(p)}(l) e^{iK_f x}, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$A_p^{(p)}(l) = c_1 \cos(Kl), \quad K_f = A_f \sqrt{i\omega},$$

$$K_0 = \int_0^{\infty} e^{x \cosh \psi} d\psi.$$

Подставляя выражения для определения давления и скорости (11) и решения (12) в (9), получим следующее характеристическое уравнение для определения ω :

$$\tan(Kl) = \left(-\frac{2m_p K_1(z_p)}{z_p K_0(z_p)} - \frac{2m_f d_f i K_f}{z_f^2} - 1 \right) Kl_p,$$

$$\text{где } q = \sqrt{\frac{i\omega}{\kappa_p}}, \quad z_p = a \sqrt{\frac{i\omega}{\kappa_p}}, \quad z_f = a \sqrt{\frac{i\omega}{\kappa_f}}.$$

Зависимости собственной частоты ω , коэффициента затухания δ , а также декремента затухания, определяемого как $\Delta = \left(\frac{2\pi}{\omega}\right) \delta$, от проницаемости пласта представлены на рис. 2. Показаны кривые, соответствующие случаю отсутствия трещины ГРП (пунктирные линии), т.е. жидкость от скважины растекается радиально, и наличия трещины ГРП (сплошные линии), т.е. жидкость течет в трещину. Видно, что

- увеличение проницаемости пласта приводит к монотонному снижению собственных частот колебаний;
- коэффициент затухания δ и декремент затухания Δ немонотонно зависят от проницаемости пласта;
- переход к низким частотам происходит при значениях параметров пласта и трещины, когда достигаются максимальные значения коэффициента и декремента затухания;
- затухание колебаний значительно усиливается при наличии трещины.

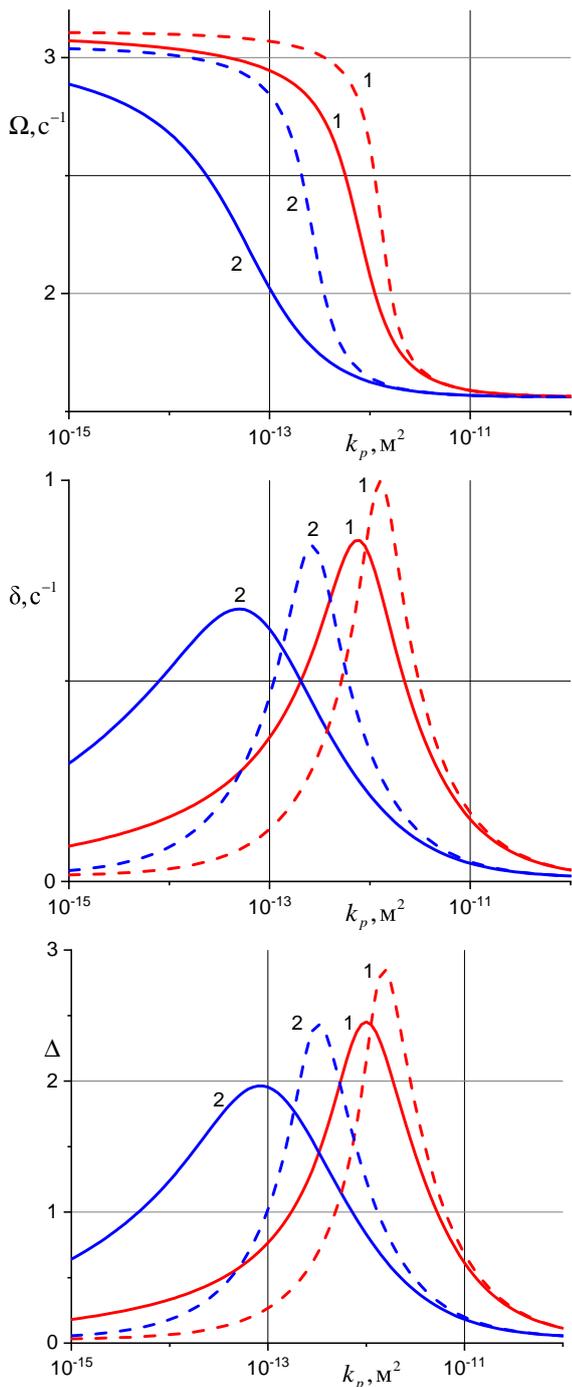


Рис. 2. Зависимости собственной частоты (а), коэффициента затухания (б), декремента затухания (в) от проницаемости пласта при протяженности открытого участка скважины $l_p = 10$ метров (линии 1) и $l_p = 40$ метров (линии 2). Пунктирные линии – без трещины ГРП; сплошные линии – с трещиной ГРП

3. Исследование собственных колебаний в горизонтальной скважине

Теперь рассмотрим случай, когда скважина горизонтальная. У горизонтальных скважин более значительная протяженная зона и поэтому они увеличивает эффективность разработки запасов. В этом случае исследование собственных колебаний предполагает изу-

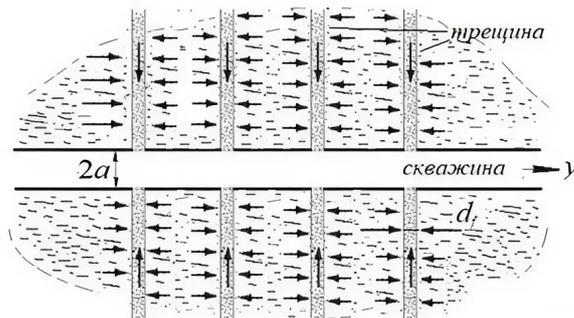


Рис. 3. Схема системы «скважина–трещины ГРП–пласт»

чение движения жидкости в скважине с равномерно расположенными радиальными трещинами ГРП.

Для решения задачи в данной постановке рассмотрим обсаженную горизонтальную скважину длиной l , которая сообщается с пластом посредством n радиальных трещин ГРП, расположенных равномерно вдоль скважины, число которых, приходящееся на единицу длины скважины, равно $n = N/l$. Схема задачи представлена на рис. 3.

Уравнения сохранения масс и импульсов, описывающие движение жидкости в скважине для малых возмущений давления, плотности и скорости, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{2}{a} \rho_0 n d_f u_{f(w)}, \\ \rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial z} &= -\frac{2\sigma}{a_c} \quad (0 < z < l), \end{aligned} \tag{13}$$

где $\sigma = \mu \int_{-\infty}^t \frac{\partial w / \partial \tau}{\sqrt{\pi v(t-\tau)}} d\tau$; $v = \frac{\mu}{\rho_0}$; $\rho = \frac{P}{C^2}$; $p = p(t, z)$ – давление в скважине на расстоянии z от начала горизонтального участка; σ – касательное напряжение в жидкости на поверхности стенки скважины; r – радиус скважины; $u_{f(w)}$ – скорость фильтрации на выходе из скважины в трещину.

Далее необходимо найти скорость фильтрации. Для определения $u_{f(w)}$ решим фильтрационную задачу в трещине. Запишем уравнение фильтрации в трещине:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P_f}{\partial r} \right) = A_f \int_{-\infty}^t \frac{\partial P_f / \partial \tau}{\sqrt{\pi(t-\tau)}} d\tau,$$

где

$$\begin{aligned} u_f &= -\frac{k_f}{\mu} \left(\frac{\partial P_f}{\partial r} \right) \quad (a < r < \infty), \\ A_f &= \frac{2}{d_f} \frac{m_p \sqrt{\kappa_p}}{m_f \kappa_f}, \quad \kappa_i = \frac{k_i \rho_0 C^2}{m_i \mu}. \end{aligned}$$

Граничные условия для давления в трещине задаются как:

$$P_{|r=a} = P(t, z), \quad P_{f|r \rightarrow \infty} = 0.$$

Нижний индекс $i = p$ или f определяет, что значение параметра относится к пласту или трещине.

Для определения $u_{f(w)}$ решаем уравнение (13) в виде: $p_f(t, z, r) = A_f^{(p)}(z, r)e^{i\omega t}$. Получим, что $A_f^{(p)}(z, r) = A^{(p)}(z) \frac{K_0(xr)}{K_0(xa)}$.

Следовательно, для скорости фильтрации получим:

$$u_{f(w)} = \frac{k_f x}{\mu} A^{(p)}(z) \frac{K_1(xa)}{K_0(xa)} e^{i\omega t}, \tag{14}$$

где $\frac{dK_0(s)}{ds} = -K_1(s)$, $K_0(xr)$ и $K_1(xr)$ — функции Макдональда нулевого и первого порядков.

Решение уравнений (13), учитывая (14), будем искать в виде: $P = A^{(p)}(z)e^{i\omega t}$, $w = A^{(w)}(z)e^{i\omega t}$. После преобразований сведем (13) к обыкновенному дифференциальному уравнению:

$$\frac{d^2 A^{(p)}(z)}{dz^2} + K^2 A^{(p)}(z) = 0,$$

где $K^2 = \frac{\omega^2}{C^2} \left(1 + \frac{2}{y}\right) \left(1 + \frac{2nd_f k_f x C^2}{iav\omega}\right) \left(\frac{K_1(xa)}{K_0(xa)}\right),$

$$x^2 = A_f \sqrt{-i\omega}, y = \left(\frac{i\omega a^2}{v}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

При $z = l$ получается, что

$$\sin(Kl) = 0.$$

Данное уравнение представляет собой характеристическое уравнение для определения комплексной частоты $\omega = \Omega + i\delta$.

На рис. 4 представлены зависимости собственной частоты ω , коэффициента затухания δ и декремента затухания $\Delta = (2\pi/\omega)\delta$ от проницаемости пласта для различных значений ширины трещины d_f и их количества N . Из рисунка видно, что

- с ростом проницаемости пласта частота собственных колебаний монотонно снижается;
- чем больше ширина трещин и их количество, тем быстрее снижается частота;
- коэффициент затухания δ и декремента затухания Δ возрастают при увеличении проницаемости пласта;
- при $N = 13$ и $d_f = 7$ мм коэффициент и декремент затухания монотонно возрастают, достигают максимального значения при $k_p = 10^{-13} \text{ м}^2$ и далее с ростом проницаемости снижаются.

4. Заключение

В настоящей работе решены две задачи о собственных затухающих колебаниях жидкости в вертикальной скважине с одной трещиной ГРП и в горизонтальной скважине с множественным ГРП. Получены математические модели, описывающие движение столба жидкости в таких скважинах. Выведены характеристические

уравнение для определения собственных частот колебаний. Проведены численные исследования зависимости собственной частоты, коэффициента затухания и декремента затухания от проницаемости пласта.

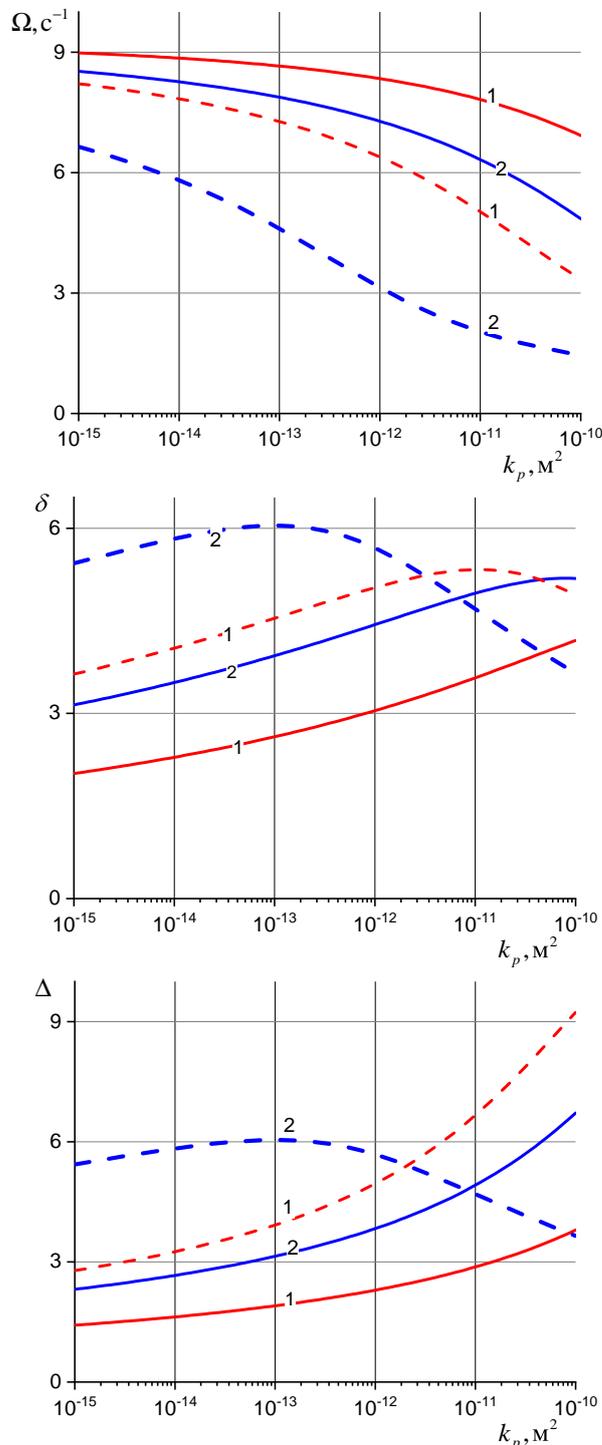


Рис. 4. Зависимости собственной частоты (а), коэффициента затухания (б), декремента затухания (в) от проницаемости пласта при различных значениях ширины трещины d_f : линии 1 – 3 мм, линии 2 – 5 мм. Сплошная линия – количество трещин $N = 7$, точечная – $N = 13$.

Список литературы / References

- [1] Экономидес М., Олини Р., Валько П. Унифицированный дизайн гидроразрыва пласта: от теории к практике. Москва-Ижевск: Институт компьютерных технологий, 2007. 237 с.
Economides M., Olini R., Valko P. Unified Hydraulic fracturing design: from theory to practice. Moscow-Izhevsk: Institute of Computer Technologies, 2007. 237 p. (in Russian)
- [2] Carey M., Mondal S., Sharma M. Analysis of Water Hammer Signatures for Fracture Diagnostics // SPE Annual Technical Conference and Exhibition. Texas, USA, 28–30 September 2015. SPE-174866-MS.
DOI: [10.2118/174866-MS](https://doi.org/10.2118/174866-MS)
- [3] Patzek T., De A. Lossy Transmission Line Model of Hydrofractured Well Dynamics // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2000. V. 25 (1-2). P. 59–77.
DOI: [10.2118/46195-MS](https://doi.org/10.2118/46195-MS)
- [4] Аносова Е.П., Нагаева З.М., Шагапов В.Ш. Фильтрация флюида к скважине через радиальную трещину ГРП при постоянном расходе // Изв. РАН. МЖГ. 2023. № 2. С. 90–101.
Anosova E.P., Nagaeva Z.M., Shagapov V.Sh. Filtration of fluid to a well through a radial fracture of hydraulic fracturing at constant flow // Izv. RAS. MZHG. 2023. No. 2. Pp. 90–101. (in Russian)
DOI: [10.31857/S0568528122600692](https://doi.org/10.31857/S0568528122600692)
- [5] Cinco-Ley H., Samaniego-V. Transient Pressure Analysis for Fractured Wells // JPT. 1981. P. 1749–1766. SPE 7490.
DOI: [10.2118/7490-PA](https://doi.org/10.2118/7490-PA)
- [6] Хабибуллин И.Л., Хисамов А.А. К теории билинейного режима фильтрации в пластах с трещинами гидроразрыва // Вестник Башкирского университета. 2018. Т. 23, № 4. С. 958–963.
Khabibullin I.L., Khisamov A.A. On the theory of bilinear flow regime in the layers with hydraulic fracturing cracks // Bulletin of Bashkir University. 2018. Vol. 23, No. 4. Pp. 958–963. (in Russian)
EDN: [yuxnqt](https://www.edn.ru/yuxnqt)
- [7] Хабибуллин И.Л., Хисамов А.А. Нестационарная фильтрация в пласте с трещиной гидроразрыва // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2019. № 5. С. 6–14.
DOI: [10.1134/S0568528119050050](https://doi.org/10.1134/S0568528119050050)
Khabibullin I.L., Khisamov A.A. Unsteady Flow through a Porous Stratum with Hydraulic Fracture // Fluid Dynamics. 2019. V. 54, No. 5. P. 594–602.
DOI: [10.1134/S0015462819050057](https://doi.org/10.1134/S0015462819050057)
- [8] Хабибуллин И.Л., Хисамов А.А. Моделирование нестационарной фильтрации в системе пласт-трещина гидроразрыва // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2022. № 77. С. 158–168.
Khabibullin I.L., Khisamov A.A. Modeling of unsteady filtration in a formation - hydraulic fracture system // Bulletin of Tomsk State University. Mathematics and mechanics. 2022. No. 77. Pp. 158–168. (in Russian)
DOI: [10.17223/19988621/77/12](https://doi.org/10.17223/19988621/77/12)
- [9] Нагаева З.М., Шагапов В.Ш. Об упругом режиме фильтрации в трещине, расположенной в нефтяном или газовом пласте // Прикладная математика и механика. 2017. Т. 81, № 3. С. 319–329.
EDN: [yspcjl](https://www.edn.ru/yspcjl)
Nagaeva Z.M., Shagapov V.Sh. Elastic seepage in a fracture located in an oil or gas reservoir // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2017. V. 81, No. 3. P. 214–222.
DOI: [10.1016/j.jappmathmech.2017.08.013](https://doi.org/10.1016/j.jappmathmech.2017.08.013)
- [10] Шагапов В.Ш., Нагаева З.М. Приближенное решение задачи об упругом режиме фильтрации в трещине, находящейся в нефтяном пласте // Инженерно-физический журнал. 2020. Т. 93, № 1. С. 206–215.
EDN: [rvckr](https://www.edn.ru/rvgckr)
Shagapov V.Sh., Nagaeva Z.M. Approximate Solution of the Problem on Elastic-Liquid Filtration in a Fracture Formed in an Oil Stratum // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2020. V. 93, No. 1. P. 201–209.
DOI: [10.1007/s10891-020-02109-4](https://doi.org/10.1007/s10891-020-02109-4)
- [11] Шагапов В.Ш., Хамидуллин И.Р., Нагаева З.М. Фильтрация к вертикальной скважине из пласта, подверженного ГРП, в случае коротких трещин // Инженерно-физический журнал. 2020. Т. 93, № 6. С. 1414–1423.
EDN: [ntvjuc](https://www.edn.ru/ntvjuc)
Shagapov V.Sh., Khamidullin I.R., Nagaeva Z.M. Filtration to a Vertical Well from a Broken-Down Formation in the Case of Short Fractures // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2020. V. 93, No. 6. P. 1363–1372.
DOI: [10.1007/s10891-020-02241-1](https://doi.org/10.1007/s10891-020-02241-1)
- [12] Поташев К.А., Мазо А.Б., Мухина М.В. и др. Моделирование притока пластового флюида к трещинам бесконечной проницаемости многозонного гидроразрыва пласта с помощью трубок тока // Ученые записки Казанского университета. Серия: Физико-математические науки. 2022. Т. 164, № 1. С. 101–121.
Potashev K.A., Mazo A.B., Mukhina M.V. et al. Modeling of fluid inflow towards multistage hydraulic fractures of infinite permeability using stream tubes // Scientific Notes of Kazan University. Series: Physical and Mathematical Sciences. 2022. Vol. 164, No. 1. Pp. 101–121. (in Russian)
DOI: [10.26907/2541-7746.2022.1.101-121](https://doi.org/10.26907/2541-7746.2022.1.101-121)
- [13] Башмаков Р.А., Насырова Д.А., Шагапов В.Ш. Собственные колебания жидкости в скважине, сообщаемой с пластом, при наличии трещины ГРП // Прикладная математика и механика. 2022. Т. 86, № 1. С. 88–104.
Bashmakov R.A., Nasyrova D.A., Shagapov V.Sh. Natural vibrations of fluid in a well connected to the formation, in the presence of a hydraulic fracture // Applied Mathematics and Mechanics. 2022. Vol. 86, No. 1. Pp. 88–104. (in Russian)
DOI: [10.31857/S0032823522010027](https://doi.org/10.31857/S0032823522010027)
- [14] Шагапов В.Ш., Башмаков Р.А., Хакимова З.Р., Насырова Д.А. Колебания столба жидкости в открытой скважине и сообщаемой с пластом, подверженным ГРП // Вестник Башкирского университета. 2022. Т. 27, № 4. С. 872–880.
Shagapov V.Sh., Bashmakov R.A., Khakimova Z.R., Nasyrova D.A. Fluid column oscillations in an open hole and communicating with a reservoir exposed to hydraulic fracturing // Bulletin of Bashkir University. 2022. Vol. 27, No. 4. Pp. 872–880. (in Russian)
DOI: [10.35184/bulletin-bsu-2022.4.10](https://doi.org/10.35184/bulletin-bsu-2022.4.10)
- [15] Bashmakov R.A., Nasyrova D.A., Khakimova D.A. Natural Vibrations of Fluid in a Well Connected with the Reservoir by a System of Radial Fractures // Fluid Dynamics. 2024. Vol. 59, No. 2. P. 291–299.
DOI: [10.1134/S001546282460024X](https://doi.org/10.1134/S001546282460024X)

Сведения об авторах / Information about the Authors

Дина Ахметовна Насырова

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа, Россия

Dina A. Nasyrova

Mavlyutov Institute of Mechanics, UFRS RAS, Ufa, Russia

dinasyrova@mail.ru

ORCID: [0000-0002-3191-7466](https://orcid.org/0000-0002-3191-7466)