

Номер 2

ISSN: 2658-5782

2024

# МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

mfs.uimech.org



ISSN 2658-5782

Том 19 (2024), №, 2, с. 49-<mark>58</mark>



Многофазные системы



Получена / Received: 3.06.2024 Принята / Accepted: 1.07.2024

## Математическое моделирование процесса закачки диоксида углерода в содержащий метан и его гидрат пласт

#### Н.Г. Мусакаев, С.Л. Бородин, Д.С. Бельских

Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Тюмень

#### E-mail: musakaev68@yandex.ru

В последнее время проблематике разработки залежей природных газогидратов уделяется особое внимание в связи с их широким распространением в природе и большими запасами углеводородов, содержащихся в месторождениях. В статье рассматривается инновационный метод отбора газа, основанный на закачке диоксида углерода в газогидратный пласт. Данная технология позволяет аккумулировать парниковые газы в твердой газогидратной форме при очень малых экономических затратах, а также решить проблему извлечения природного газа. Для получения прогнозных расчетов на основе методов и уравнений механики многофазных сред построена математическая модель неизотермической фильтрации диоксида углерода в газообразном состоянии, метана и воды с учетом замещения метана в составе газового гидрата углекислым газом. В модели дополнительно учитываются такие немаловажные факторы, как фильтрационное течение воды и газа, реальные свойства газа, эффекты Джоуля-Томсона и адиабатического сжатия; процесс замещения CH<sub>4</sub>-CO<sub>2</sub> в газогидрате предполагается равновесным. В одномерном радиальном осесимметричном приближении представлены уравнения, позволяющие рассчитать значения основных параметров процесса (давления, температуры, массовой доли компонент газовой фазы, насыщенностей фаз и др.). Записаны дискретные аналоги дифференциальных уравнений и приведена методика численного решения предложенной математической модели. Расчет распределений насыщенностей гидратов метана и углекислого газа производится с учетом их фазового равновесия при текущих значениях давления, температуры и водонасыщенности. Для задачи закачки углекислого газа в пласт, который изначально насыщен метаном и его гидратом, построены численные решения, описывающие распределения в пласте давления, температуры, массовых концентраций компонент газовой фазы и насыщенностей гидратами метана и углекислого газа.

**Ключевые слова:** математическая модель, фильтрация, замещение метана в газогидрате углекислым газом, алгоритм решения

Работа выполнена в рамках государственного задания (№ 124021500017-5).

## Mathematical modeling of the process of the injection of carbon dioxide into a formation containing methane and its hydrate

#### N.G. Musakaev, S.L. Borodin, D.S. Belskikh

Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS

#### E-mail: musakaev68@yandex.ru

Recently, special attention is paid to the development of deposits of natural gas hydrates due to their wide distribution in nature and the large reserves of hydrocarbons contained in such deposits. The article discusses an innovative gas extraction method based on the injection of carbon dioxide into a gas hydrate formation. This technology makes it possible to accumulate greenhouse gases in solid gas hydrate form at very low economic costs, as well as solve the problem of natural gas extraction. A mathematical model of non-isothermal filtration of carbon dioxide in the gaseous state, methane and water is constructed based on methods and equations of mechanics of multiphase media considering the replacement of methane in the gas hydrate with carbon dioxide to obtain predictive calculations. The model additionally takes into account such important factors as filtration flow of water and gas, real gas properties, Joule–Thomson and adiabatic compression effects; the process of  $CH_4-CO_2$  replacement in gas hydrate is assumed to be equilibrium. The equations are presented to calculate the values of the main process parameters (pressure, temperature, mass fraction of gas phase components, phase saturations, etc.) in one-dimensional radial axisymmetric approximation. Discrete analogues of differential equations are written down and an algorithm for numerical solution of the proposed mathematical model is given. Calculation of saturation distributions of methane and carbon dioxide hydrates is carried out considering their phase equilibrium at current values of pressure, temperature and water saturation. Numerical solutions are constructed that describe the distributions of pressure, temperature, mass concentrations of gas phase components and saturations of methane and carbon dioxide hydrates in the reservoir for the problem of injecting carbon dioxide into a reservoir initially saturated with methane and carbon dioxide that describe the distributions of pressure, temperature, mass concentrations of gas phase compo

Keywords: mathematical model, filtration, replacement of methane in gas hydrate with carbon dioxide, algorithm of solution

#### 1. Введение

По имеющимся научным работам отмечается неугасающий интерес к тематике, связанной с необходимостью добычи природного газа, и, в частности, метана, из имеющихся газогидратных месторождений. При этом исследования связаны как с «классическими» методами добычи газа из его гидратов (понижение давления, повышение температуры или использование ингибиторов), так и с инновационным методом замещения метана в его гидрате диоксидом углерода [1-3]. Последний метод считается более выгодным благодаря одновременной возможности как добычи природного газа, так и захоронения диоксида углерода в пласте [4-7]. Преимущество этого метода неоспоримо, поскольку до сих пор остро стоит проблема снижения выбросов парниковых газов, одним из которых и является диоксид углерода, а значит, и уменьшение антропогенного влияния на климат Земли [8]. При этом захоронение диоксида углерода может происходить и в уже отработанных нефтяных и газовых месторождениях [9]. Стоит отметить, что закачка диоксида углерода может производиться как в случае его нахождения в газообразном, так и в жидком состоянии, что позволяет использовать более широкий диапазон давлений закачиваемого диоксида углерода [10, 11]. На данный момент также имеются экспериментальные данные с тестовых скважин, где использовался метод замещения для добычи природного газа из подземных хранилищ, содержащих газовые гидраты [12].

Для исследования задач, связанных с закачкой углекислого газа в подземный пласт, и получения прогнозных расчетов необходимо провести математическое моделирование данного процесса [13]. Построенная математическая модель и методика решения позволят провести исследование влияния различных параметров на процесс закачки газообразного диоксида углерода, а затем и добычи замещенного природного газа, полученного из подземных хранилищ.

#### 2. Математическая модель

Рассмотрим следующую постановку задачи. Пусть пористый пласт в начальный момент времени насыщен метаном и его гидратом. Давление *p*<sub>0</sub> и температура То соответствуют условиям стабильного существования гидрата метана, т.е.  $p_0 > p_{emh}(T_0)$ , где  $p_{emh}(T_0)$  — равновесное давление образования гидрата метана, соответствующее начальной пластовой температуре *T*<sub>0</sub>. Задача рассматривается в одномерной радиальной осесимметричной постановке, внешний радиус пласта равен R, радиус скважины — *r*<sub>w</sub>. Через скважину производится закачка CO<sub>2</sub> с постоянными давлением *p*<sub>ini</sub> и температурой *T<sub>ini</sub>* (рис. 1). При этом параметры закачки (*p<sub>ini</sub>* и  $T_{ini}$ ) такие, чтобы, во-первых, СО<sub>2</sub> был в газообразном состоянии и, во-вторых, было возможным образование гидрата диоксида углерода (рис. 2). Метан и углекислый газ могут перемешиваться. В модели учитывается фильтрация как газовой, так и водной фазы. При фильтрации будет происходить замещение метана в составе газового гидрата углекислым газом.

При математическом моделировании примем следующие допущения: температуры всех фаз в некотором бесконечно малом объеме системы совпадают (рассматривается однотемпературная модель); капиллярные эффекты не учитываются, то есть давление всех фаз совпадает; не учитываются растворение метана и углекислого газа в воде, а также испарение воды в газовую фазу; пористость пласта не меняется со временем; скелет пористой среды несжимаем и неподвижен; газовые гидраты метана и углекислого газа несжимаемы и неподвижны; плотность, динамическая вязкость, теплоемкость, теплопроводность гидратов метана и углекислого газа постоянны; газовые гидраты метана и углекислого газа являются двухкомпонентными системами с постоянными массовыми долями компонент; плотность, динамическая вязкость, теплоемкость и теплопроводность воды постоянны; динамическая вязкость, теплоемкость и теплопроводность метана постоянны; динамическая вязкость, теплоемкость и теплопроводность углекислого газа постоянны.



Рис. 1. Схематичное представление рассматриваемой задачи



Рис. 2. Кривые фазового равновесия для систем «СH<sub>4</sub>-H<sub>2</sub>O  $\leftrightarrow$  гидрат CH<sub>4</sub>»  $p_{emh}(T)$ , «CO<sub>2</sub>-H<sub>2</sub>O  $\leftrightarrow$  гидрат CO<sub>2</sub>»  $p_{ecdh}(T)$ , а также «жидкий  $\leftrightarrow$  газообразный CO<sub>2</sub>»  $p_{ecd}(T)$ . Зеленым выделена область, в которой одновременно CO<sub>2</sub> находится в газообразном состоянии и возможно образование гидрата CO<sub>2</sub>

Для рассматриваемой постановки задачи в системе могут присутствовать следующие фазы (компоненты):

- газ g (может содержать метан (m) и углекислый газ (cd));
- вода w;
- гидрат метана *hm* (содержит воду (*w*) и метан (*m*));
- гидрат углекислого газа *hcd* (содержит воду (*w*) и углекислый газ (*cd*));
- скелет пористой среды *sk*.

Расчетные соотношения для рассматриваемой системы могут быть получены на основе методов и уравнений механики многофазных сред и теплофизики [14]. В одномерной радиальной постановке уравнение расчета давления принимает вид [13, 15, 16]:

$$\frac{S_g}{z_g \rho_g R_g T} \frac{\partial p}{\partial t} = S_g \left( \frac{1}{z_g} \frac{\partial z_g}{\partial t} + \frac{1}{R_g} \frac{\partial R_g}{\partial t} + \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial t} \right) + \frac{\partial S_{hm}}{\partial t} \left( 1 - \omega_{hm(m)} \frac{\rho_{hm}}{\rho_g} - \omega_{hm(w)} \frac{\rho_{hm}}{\rho_w} \right) + \frac{\partial S_{hcd}}{\partial t} \left( 1 - \omega_{hcd(cd)} \frac{\rho_{hcd}}{\rho_g} - \omega_{hcd(w)} \frac{\rho_{hcd}}{\rho_w} \right) + \frac{1}{r\varphi} \left[ \frac{1}{\rho_g} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\rho_g \frac{k_{rg}}{\mu_g} k \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{\mu_w} \frac{\partial}{\partial r} \left( rk_{rw} k \frac{\partial p}{\partial r} \right) \right].$$
(1)

Здесь t — время, с; r — радиальная координата, м; p — давление, Па; T — температура, К;  $\phi$  — пористость;  $S_j$  (j = g, w, hm, hcd) — насыщенность пористой среды j-ой фазой;  $\rho_j$  (j = g, w, hm, hcd) — плотность j-ой фазовы, кг/м<sup>3</sup>;  $k_{rg}$  и  $k_{rw}$  — относительные фазовые проницаемости для газа и воды, соответственно;  $\mu_g$  и  $\mu_w$  — динамические вязкости газа и воды, соответственно, Па·с; k — абсолютная проницаемость пористой среды, м<sup>2</sup>;

 $z_g$ — коэффициент сжимаемости газовой фазы;  $R_g = R/M_g$ — удельная газовая «постоянная», этот параметр может изменяться в зависимости от состава газовой фазы, Дж/(кг·К); R— универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К);  $M_g$ — молярная масса газовой фазы, кг/моль.

Уравнение для нахождения температуры в одномерной радиальной постановке можно записать в следующем виде [13, 15, 16]:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + k \frac{\partial p}{\partial r} \left( \rho_g c_g \frac{k_{rg}}{\mu_g} \left( \frac{\partial T}{\partial r} + \varepsilon_g \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \rho_w c_w \frac{k_{rw}}{\mu_w} \left( \frac{\partial T}{\partial r} + \varepsilon_w \frac{\partial p}{\partial r} \right) \right) + \\ + \rho_g c_g \eta_g \varphi S_g \frac{\partial p}{\partial t} + \varphi \rho_{hm} L_{hm} \frac{\partial S_{hm}}{\partial t} + \varphi \rho_{hcd} L_{hcd} \frac{\partial S_{hcd}}{\partial t},$$

$$\rho c = \varphi \left( S_g \rho_g c_g + S_w \rho_w c_w + S_{hm} \rho_{hm} c_{hm} + S_{hcd} \rho_{hcd} c_{hcd} \right) + (1 - \varphi) \rho_{sk} c_{sk},$$

$$\lambda = \varphi \left( S_g \lambda_g + S_w \lambda_w + S_{hm} \lambda_{hm} + S_{hcd} \lambda_{hcd} \right) + (1 - \varphi) \lambda_{sk},$$

$$\varepsilon_g = - \frac{0.4p}{\rho_g c_g z_g p_{cr} \ln 10} \left( 0.4lg \left( \frac{T}{T_{cr}} \right) + 0.73 \right)^{p/p_{cr} - 1},$$

$$\varepsilon_w = \frac{1}{\rho_w c_w}, \qquad \eta_g = \frac{1}{\rho_g c_g} - \varepsilon_g.$$
(2)

Здесь рс — объёмная теплоёмкость насыщенной пористой среды, Дж/(м<sup>3</sup>·К);  $c_j$  (j = g, w, hm, hcd) — изобарная удельная теплоёмкость j-ой фазы, Дж/(Кг·К);  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности насыщенной пористой среды, Вт/(м·К);  $\lambda_j$  (j = g, w, hm, hcd) — коэффициент теплопроводности j-ой фазы, Вт/(м·К);  $\varepsilon_j$  (j = g, w) — коэффициент Джоуля–Томсона для j-ой фазы, К/Па;  $T_{cr}$  и  $p_{cr}$  — критические температура и давление смеси газов;  $\eta_g$  — коэффициент адиабатического охлаждения для газовой фазы, К/Па;  $L_{hm}$  и  $L_{hcd}$  — удельная теплота образования/разложения гидратов метана и углекислого газа, соответственно, Дж/кг.

В одномерной радиальной постановке можно записать уравнение для расчета массовой доли метана в газовой фазе ω<sub>*g*(*m*)</sub>:

$$\varphi \frac{\partial}{\partial t} \left( \omega_{g(m)} \rho_{g} S_{g} \right) =$$

$$= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \omega_{g(m)} \rho_{g} \frac{k_{rg}}{\mu_{g}} k \frac{\partial p}{\partial r} \right) - \omega_{hm(m)} \rho_{hm} \varphi \frac{\partial S_{hm}}{\partial t}.$$

$$(3)$$

Далее можно рассчитать массовую долю углекислого го газа в газовой фазе  $\omega_{g(cd)}$ :

$$\omega_{g(cd)} = 1 - \omega_{g(m)}.$$
 (4)

Уравнение для расчета водонасыщенности в одно-

мерной радиальной постановке имеет следующий вид:

$$\rho_{w}\phi\frac{\partial S_{w}}{\partial t} = \frac{\rho_{w}}{\mu_{w}}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rk_{rw}k\frac{\partial p}{\partial r}\right) - \left(\omega_{hm(w)}\rho_{hm}\frac{\partial S_{hm}}{\partial t} + \omega_{hcd(w)}\rho_{hcd}\frac{\partial S_{hcd}}{\partial t}\right).$$
(5)

Для расчета газонасыщенности используется следующее выражение:

$$S_g = 1 - S_w - S_{hm} - S_{hcd}.$$
 (6)

Начальные и граничные условия для рассматриваемой задачи имеют следующий вид:

$$t = 0, r_w \leq r \leq R$$
:  
 $p = p_0, T = T_0, S_g = S_{g0}, S_{hm} = 1 - S_{g0}, \omega_{g(m)} = 1;$ 

$$t>0,\ r=r_w:$$
 
$$p=p_{inj},\ T=T_{inj},\ S_g=1,\ \omega_{g(cd)}=1;$$

$$t > 0, r = R :$$
  
$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0, \ \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \ \frac{\partial S_{j=g,w,hm,hcd}}{\partial r} = 0$$
  
$$\frac{\partial \omega_{g(m)}}{\partial r} = 0, \ \frac{\partial \omega_{g(cd)}}{\partial r} = 0.$$

Далее в разделе с алгоритмом подробно расписан порядок расчетов, дискретные аналоги уравнений (1), (2), (3) и (5), а также методика расчета насыщенностей гидратами метана и углекислого газа. Особенностью предложенной модели является отсутствие явных уравнений для нахождения гидратонасыщенностей, поэтому разработана итерационная процедура для их вычисления с использованием условия равновесности фазового перехода.

#### 3. Алгоритм решения и дискретные аналоги уравнений

На рис. 3 представлена блок-схема алгоритма решения вышеописанной системы уравнений математической модели. Для решения системы уравнений используется метод простой итерации. При этом параметры,



Рис. 3. Блок-схема алгоритма решения системы уравнений математической модели

которые рассчитаны на более ранних шагах алгоритма, используются в расчетах параметров на более поздних шагах. Например, давление, рассчитанное на шаге 2, используется в шагах 3–4 и 6–8.

Уравнения для расчета давления (1), температуры (2) и массовой доли метана в газовой фазе (3) решаются по неявной схеме методом прогонки. Водонасыщенность рассчитывается явно из уравнения (5) (IMPESметод), также явно рассчитываются массовая доля углекислого газа в газовой фазе (4) и газонасыщенность (6). Насыщенности гидратами метана и углекислого газа рассчитываются с использованием условия равновесности фазового перехода, подробный алгоритм их расчета представлен далее.

Далее нижний индекс *i* будет относиться к параметрам в *i*-ом узле пространственной сетки; верхними индексами *old*, *iter*, *new* отмечены параметры для предыдущего шага по времени, итерационные и для нового шага по времени, соответственно.

1. Расчет давления. Построим дискретный аналог уравнения (1), для удобства вывода введем дополнительные коэффициенты:

$$\begin{split} \mathbf{K1} &= \frac{\left(S_{g}\right)_{i}^{iter}}{\left(z_{g}\right)_{i}^{iter}\left(\rho_{g}\right)_{i}^{iter}\left(R_{g}\right)_{i}^{iter}T_{i}^{iter}\Delta t}, \\ &\mathbf{K2} = \frac{\left(S_{g}\right)_{i}^{iter}}{\Delta t} \times \\ &\times \left(3 - \frac{\left(z_{g}\right)_{i}^{old}}{\left(z_{g}\right)_{i}^{iter}} - \frac{\left(R_{g}\right)_{i}^{old}}{\left(R_{g}\right)_{i}^{iter}} - \frac{T_{i}^{old}}{T_{i}^{iter}}\right) + \\ &+ \frac{\left(S_{hm}\right)_{i}^{iter} - \left(S_{hm}\right)_{i}^{old}}{\Delta t} \times \\ &\times \left(1 - \omega_{hm(m)}\frac{\rho_{hm}}{\left(\rho_{g}\right)_{i}^{iter}} - \omega_{hm(w)}\frac{\rho_{hm}}{\rho_{w}}\right) + \\ &+ \frac{\left(S_{hcd}\right)_{i}^{iter} - \left(S_{hcd}\right)_{i}^{old}}{\Delta t} \times \\ &\times \left(1 - \omega_{hcd(cd)}\frac{\rho_{hcd}}{\left(\rho_{g}\right)_{i}^{iter}} - \omega_{hcd(w)}\frac{\rho_{hcd}}{\rho_{w}}\right), \\ &\mathbf{K3} = \frac{1}{\phi_{i}\left(\rho_{g}\right)_{i}^{iter}}\frac{1}{r_{i+0.5} - r_{i-0.5}}, \\ &\mathbf{K4} = r_{i+0.5}\left(\rho_{g}\right)_{i+0.5}^{iter}\frac{\left(k_{rg}\right)_{i+0.5}^{iter}}{\left(\mu_{g}\right)_{i+0.5}^{iter}}k_{i+0.5}^{iter}\frac{1}{r_{i+1} - r_{i}}, \\ &\mathbf{K5} = r_{i-0.5}\left(\rho_{g}\right)_{i-0.5}^{iter}\frac{\left(k_{rg}\right)_{i-0.5}^{iter}}{\left(\mu_{g}\right)_{i-0.5}^{iter}}k_{i-0.5}\frac{1}{r_{i} - r_{i-1}}, \\ &\mathbf{K6} = \frac{1}{\phi_{i}\mu_{w}r_{i}}\frac{1}{r_{i+0.5} - r_{i-0.5}}, \\ &\mathbf{K7} = r_{i+0.5}\left(k_{rw}\right)_{i+0.5}^{iter}k_{i+0.5}\frac{1}{r_{i+1} - r_{i}}, \\ &\mathbf{K8} = r_{i-0.5}\left(k_{rw}\right)_{i-0.5}^{iter}k_{i-0.5}\frac{1}{r_{i} - r_{i-1}}. \end{split}$$

С вышеприведенными коэффициентами дискретный аналог уравнения (1) можно записать в виде:

$$\begin{split} \mathbf{K1} & \left( p_i^{new} - p_i^{old} \right) = \mathbf{K2} + \\ & + \mathbf{K3} \left[ \mathbf{K4} \left( p_{i+1}^{new} - p_i^{new} \right) - \mathbf{K5} \left( p_i^{new} - p_{i-1}^{new} \right) \right] + \\ & + \mathbf{K6} \left[ \mathbf{K7} \left( p_{i+1}^{new} - p_i^{new} \right) - \mathbf{K8} \left( p_i^{new} - p_{i-1}^{new} \right) \right]. \end{split}$$

Тогда коэффициенты для метода прогонки:

$$\begin{split} \mathbf{A} &= -\mathbf{K3} \cdot \mathbf{K5} - \mathbf{K6} \cdot \mathbf{K8}, \\ \mathbf{B} &= \mathbf{K1} + \mathbf{K3} \cdot (\mathbf{K4} + \mathbf{K5}) + \mathbf{K6} \cdot (\mathbf{K7} + \mathbf{K8}), \\ \mathbf{C} &= -\mathbf{K3} \cdot \mathbf{K4} - \mathbf{K6} \cdot \mathbf{K7}, \\ \mathbf{F} &= \mathbf{K1} \cdot p_i^{old} + \mathbf{K2}. \end{split}$$

Значения координаты r, плотности газа  $\rho_g$  и динамической вязкости газа  $\mu_g$  в промежуточных узлах расчетной сетки (i + 0.5) и (i - 0.5) рассчитываются как среднее арифметическое:

$$\begin{aligned} r_{i+0.5} &= (r_i + r_{i+1}) / 2, \\ r_{i-0.5} &= (r_{i-1} + r_i) / 2, \\ (\rho_g)_{i+0.5}^{iter} &= \left( (\rho_g)_i^{iter} + (\rho_g)_{i+1}^{iter} \right) / 2, \\ (\rho_g)_{i-0.5}^{iter} &= \left( (\rho_g)_{i-1}^{iter} + (\rho_g)_i^{iter} \right) / 2, \\ (\mu_g)_{i+0.5}^{iter} &= \left( (\mu_g)_i^{iter} + (\mu_g)_{i+1}^{iter} \right) / 2, \\ (\mu_g)_{i-0.5}^{iter} &= \left( (\mu_g)_{i-1}^{iter} + (\mu_g)_{i+1}^{iter} \right) / 2. \end{aligned}$$

Значения проницаемости пористой среды k в промежуточных узлах рассчитываются как среднее гармоническое:

$$k_{i+0.5}^{iter} = \frac{2 \cdot k_{i+1}^{iter} \cdot k_i^{iter}}{k_{i+1}^{iter} + k_i^{iter}}, \quad k_{i-0.5}^{iter} = \frac{2 \cdot k_i^{iter} \cdot k_{i-1}^{iter}}{k_i^{iter} + k_{i-1}^{iter}}$$

Значения относительной фазовой проницаемости для газа  $k_{rg}$  и воды  $k_{rw}$  в промежуточных узлах определяются «вверх по потоку»:

$$\begin{split} \frac{p_{i+1}^{iter} - p_i^{iter}}{r_{i+1} - r_i} &> 0: \\ (k_{rg})_{i+0.5}^{iter} &= (k_{rg})_{i+1}^{iter}, (k_{rw})_{i+0.5}^{iter} &= (k_{rw})_{i+1}^{iter}; \\ \frac{p_{i+1}^{iter} - p_i^{iter}}{r_{i+1} - r_i} &\leqslant 0: \\ (k_{rg})_{i+0.5}^{iter} &= (k_{rg})_i^{iter}, (k_{rw})_{i+0.5}^{iter} &= (k_{rw})_i^{iter}; \\ \frac{p_i^{iter} - p_{i-1}^{iter}}{r_i - r_{i-1}} &> 0: \\ (k_{rg})_{i-0.5}^{iter} &= (k_{rg})_i^{iter}, (k_{rw})_{i-0.5}^{iter} &= (k_{rw})_i^{iter}; \\ \frac{p_i^{iter} - p_{i-1}^{iter}}{r_i - r_{i-1}} &\leqslant 0: \\ (k_{rg})_{i-0.5}^{iter} &= (k_{rg})_{i-1}^{iter}, (k_{rw})_{i-0.5}^{iter} &= (k_{rw})_{i-1}^{iter}. \end{split}$$

 Расчет температуры. Построим дискретный аналог уравнения (2), для удобства вывода введем дополнительные коэффициенты (при этом используется уже рассчитанное распределение давления):

$$\begin{split} \mathbf{K1} &= \frac{1}{r_{i}} \frac{1}{r_{i+0.5} - r_{i-0.5}}, \\ \mathbf{K2} &= \frac{p_{i+1}^{new} - p_{i-1}^{new}}{r_{i+1} - r_{i-1}}, \\ \mathbf{K3} &= (\rho_{g})_{i}^{iter} (c_{g})_{i}^{iter} \frac{(k_{rg})_{i}^{iter}}{(\mu_{g})_{i}^{iter}}, \\ \mathbf{K4} &= \rho_{w} c_{w} \frac{(k_{rw})_{i}^{iter}}{\mu_{w}}, \\ \mathbf{K5} &= \frac{\Phi_{i}}{\Delta t} \times \\ \mathbf{K5} &= \frac{\Phi_{i}}{\Delta t} \times \\ \mathbf{K5} &= (\rho_{g})_{i}^{iter} (c_{g})_{i}^{iter} (\eta_{g})_{i}^{iter} (S_{g})_{i}^{iter} (p_{i}^{new} - p_{i}^{old}) + \\ &+ \rho_{hm} L_{hm} \left( (S_{hm})_{i}^{iter} - (S_{hm})_{i}^{old} \right) + \\ &+ \rho_{hcd} L_{hcd} \left( (S_{hcd})_{i}^{iter} - (S_{hcd})_{i}^{old} \right) \right]. \end{split}$$

С вышеприведенными коэффициентами дискретный аналог уравнения (2) можно записать в виде:

$$(\rho c)_{i}^{iter} \frac{T_{i}^{new} - T_{i}^{old}}{\Delta t} =$$

$$= \mathbf{K1} \left( r_{i+0.5} \lambda_{i+0.5}^{iter} \frac{T_{i+1}^{new} - T_{i}^{new}}{r_{i+1} - r_{i}} - \frac{r_{i-0.5} \lambda_{i-0.5}^{iter}}{r_{i} - r_{i-1}} \right) +$$

$$+ k_{i}^{iter} \mathbf{K2} \left( \mathbf{K3} \left( \frac{T_{i+1}^{new} - T_{i-1}^{new}}{r_{i+1} - r_{i-1}} + (\varepsilon_{g})_{i}^{iter} \mathbf{K2} \right) +$$

$$+ \mathbf{K4} \left( \frac{T_{i+1}^{new} - T_{i-1}^{new}}{r_{i+1} - r_{i-1}} + \varepsilon_{w} \mathbf{K2} \right) \right) + \mathbf{K5}.$$

Тогда коэффициенты для метода прогонки следующие:

$$\begin{split} \mathbf{A} &= -\mathbf{K} \mathbf{1} \frac{r_{i-0.5} \lambda_{i-0.5}^{iter}}{r_i - r_{i-1}} + k_i^{iter} \frac{\mathbf{K} \mathbf{2}}{r_{i+1} - r_{i-1}} \left( \mathbf{K} \mathbf{3} + \mathbf{K} \mathbf{4} \right), \\ \mathbf{B} &= \frac{(\rho c)_i^{iter}}{\Delta t} + \mathbf{K} \mathbf{1} \cdot \left( \frac{r_{i+0.5} \lambda_{i+0.5}^{iter}}{r_{i+1} - r_i} + \frac{r_{i-0.5} \lambda_{i-0.5}^{iter}}{r_i - r_{i-1}} \right), \\ \mathbf{C} &= -\mathbf{K} \mathbf{1} \frac{r_{i+0.5} \lambda_{i+0.5}^{iter}}{r_{i+1} - r_i} - k_i^{iter} \frac{\mathbf{K} \mathbf{2}}{r_{i+1} - r_{i-1}} \left( \mathbf{K} \mathbf{3} + \mathbf{K} \mathbf{4} \right), \\ \mathbf{F} &= \frac{(\rho c)_i^{iter}}{\Delta t} T_i^{old} + \\ &+ k_i^{iter} \left( \mathbf{K} \mathbf{2} \right)^2 \left( \mathbf{K} \mathbf{3} \left( \varepsilon_g \right)_i^{iter} + \mathbf{K} \mathbf{4} \varepsilon_w \right) + \mathbf{K} \mathbf{5}. \end{split}$$

Значения теплопроводности  $\lambda$  в промежуточных узлах расчетной сетки (i+0.5) и (i-0.5) рассчитываются как среднее гармоническое:

$$\lambda_{i+0.5}^{iter} = rac{2 \cdot \lambda_{i+1}^{iter} \cdot \lambda_{i}^{iter}}{\lambda_{i+1}^{iter} + \lambda_{i}^{iter}}, \ \lambda_{i-0.5}^{iter} = rac{2 \cdot \lambda_{i}^{iter} \cdot \lambda_{i-1}^{iter}}{\lambda_{i}^{iter} + \lambda_{i-1}^{iter}}$$

Значение проницаемости пористой среды k между (i-1) и (i+1) узлами расчетной сетки рассчитывается как среднее гармоническое:

$$k_i^{iter} = \frac{2 \cdot k_{i+1}^{iter} \cdot k_{i-1}^{iter}}{k_{i+1}^{iter} + k_{i-1}^{iter}}.$$

Значения относительной фазовой проницаемости для газа  $k_{rg}$  и воды  $k_{rw}$  при расчете потока между (i-1) и (i+1) узлами расчетной сетки определяются «вверх по потоку»:

$$\frac{p_{i+1}^{new} - p_{i-1}^{new}}{r_{i+1} - r_{i-1}} > 0:$$

$$(k_{rg})_i^{iter} = (k_{rg})_{i+1}^{iter}, (k_{rw})_i^{iter} = (k_{rw})_{i+1}^{iter};$$

$$\frac{p_{i+1}^{new} - p_{i-1}^{new}}{r_{i+1} - r_{i-1}} \leqslant 0:$$

$$(k_{rg})_i^{iter} = (k_{rg})_{i-1}^{iter}, (k_{rw})_i^{iter} = (k_{rw})_{i-1}^{iter}.$$

Остальные параметры при расчете потока между (i-1) и (i+1) узлами расчетной сетки берутся непосредственно в узле *i*, а именно:  $(\rho_g)_i^{iter}, (c_g)_i^{iter}, (\mu_g)_i^{iter}, (\varepsilon_g)_i^{iter}$ .

3. Расчет массовой доли метана в газовой фазе. Построим дискретный аналог уравнения (3), для удобства вывода введем дополнительные коэффициенты:

$$\begin{split} \mathbf{K1} &= \frac{1}{r_i} \frac{1}{r_{i+0.5} - r_{i-0.5}}, \\ \mathbf{K2} &= r_{i+0.5} \left(\rho_g\right)_{i+0.5}^{iter} \frac{\left(k_{rg}\right)_{i+0.5}^{iter}}{\left(\mu_g\right)_{i+0.5}^{iter}} k_{i+0.5}^{iter} \frac{p_{i+1}^{new} - p_i^{new}}{r_{i+1} - r_i}, \\ \mathbf{K3} &= r_{i-0.5} \left(\rho_g\right)_{i-0.5}^{iter} \frac{\left(k_{rg}\right)_{i-0.5}^{iter}}{\left(\mu_g\right)_{i-0.5}^{iter}} k_{i-0.5}^{iter} \frac{p_i^{new} - p_{i-1}^{new}}{r_i - r_{i-1}}, \\ \mathbf{K4} &= -\omega_{hm(m)}\rho_{hm}\phi_i \frac{\left(S_{hm}\right)_i^{iter} - \left(S_{hm}\right)_i^{old}}{\Delta t}. \end{split}$$

Значения в промежуточных узлах расчетной сетки (i + 0.5) и (i - 0.5) рассчитываются так, как приведено выше для расчета давления. С данными коэффициентами дискретный аналог уравнения (3) можно записать в виде:

$$\phi_{i} \frac{\left(\omega_{g(m)}\right)_{i}^{new} \left(\rho_{g}\right)_{i}^{iter} \left(S_{g}\right)_{i}^{iter}}{\Delta t} - \phi_{i} \frac{\left(\omega_{g(m)}\right)_{i}^{old} \left(\rho_{g}\right)_{i}^{old} \left(S_{g}\right)_{i}^{old}}{\Delta t} = \mathbf{K1} \left(\mathbf{K2} \left(\omega_{g(m)}\right)_{i+0.5}^{new} - \mathbf{K3} \left(\omega_{g(m)}\right)_{i-0.5}^{new}\right) + \mathbf{K4}$$

При решении вышеприведенного уравнения значения для массовой доли метана в газовой фазе

×

$$\begin{aligned} \frac{p_{i+1}^{new} - p_i^{new}}{r_{i+1} - r_i} &> 0: \left(\omega_{g(m)}\right)_{i+0.5}^{new} = \left(\omega_{g(m)}\right)_{i+1}^{new}; \\ \frac{p_{i+1}^{new} - p_i^{new}}{r_{i+1} - r_i} &> 0: \left(\omega_{g(m)}\right)_{i+0.5}^{new} = \left(\omega_{g(m)}\right)_i^{new}; \\ \frac{p_i^{new} - p_{i-1}^{new}}{r_i - r_{i-1}} &> 0: \left(\omega_{g(m)}\right)_{i-0.5}^{new} = \left(\omega_{g(m)}\right)_i^{new}; \\ \frac{p_i^{new} - p_{i-1}^{new}}{r_i - r_{i-1}} &\leqslant 0: \left(\omega_{g(m)}\right)_{i-0.5}^{new} = \left(\omega_{g(m)}\right)_{i-1}^{new}. \end{aligned}$$

Соответственно, коэффициенты для метода прогонки определяются следующим образом:

- 1)  $\mathbf{A} := 0$ ,  $\mathbf{B} := 0$ ,  $\mathbf{C} := 0$ ,  $\mathbf{F} := 0$ .
- 2) Если  $\frac{p_i^{new} p_{i-1}^{new}}{r_i r_{i-1}} > 0$ , то **В** := **К1**·**К3**, иначе , **А** := **К1**·**К3**.
- 3) Если  $\frac{p_{i+1}^{new} p_i^{new}}{r_{i+1} r_i} > 0$ , то **С** := -**К1**·**К2**, иначе **В** := **В** - **К1**·**К2**.

4) 
$$\mathbf{B} := \mathbf{B} + \phi_i \left( \rho_g \right)_i^{iter} \left( S_g \right)_i^{iter} / \Delta t.$$

5) **F** :=  $\phi_i \left( \omega_{g(m)} \right)_i^{old} \left( \rho_g \right)_i^{old} \left( S_g \right)_i^{old} / \Delta t +$ **K4**. Здесь символ «:=» означает «присвоить», то есть заменяет предыдущее значение переменной, стоящей в левой части, на новое, которое находится в правой части.

#### 4. Расчет массовой доли углекислого газа в газовой фазе

$$\left(\omega_{g(cd)}\right)_{i}^{new} = 1 - \left(\omega_{g(m)}\right)_{i}^{new}$$

- 5. Расчет насыщенности гидратом метана. Для каждой точки пространственной сетки значение насыщенности гидратом метана рассчитывается по следующему алгоритму:
  - 1) Вычисляются парциальные давления метана  $(p_m)_i^{new}$  и углекислого газа  $(p_{cd})_i^{new}$  в газовой фазе:

$$(p_m)_i^{new} = \left(\chi_{g(m)}\right)_i^{new} p_i^{new},$$

$$(p_{cd})_i^{new} = \left(\chi_{g(cd)}\right)_i^{new} p_i^{new},$$

$$\left(\chi_{g(m)}\right)_i^{new} = \frac{\left(\omega_{g(m)}\right)_i^{new}}{M_{(m)}} \left(M_g\right)_i^{new},$$

$$\left(\chi_{g(cd)}\right)_i^{new} = \frac{\left(\omega_{g(cd)}\right)_i^{new}}{M_{(cd)}} \left(M_g\right)_i^{new},$$

$$\left(M_g\right)_i^{new} = \left(\frac{\left(\omega_{g(m)}\right)_i^{new}}{M_{(m)}} + \frac{\left(\omega_{g(cd)}\right)_i^{new}}{M_{(cd)}}\right)^{-1},$$

где  $\chi_{g(m)}$  и  $\chi_{g(cd)}$  — мольная доля метана и углекислого газа в газовой смеси;  $M_g$  — молярная масса газовой смеси, кг/моль;  $M_{(m)}$  и  $M_{(cd)}$  молярные массы метана и диоксида углерода, кг/моль.

- 2) С помощью эмпирических соотношений из [17] вычисляются равновесные параметры для гидрата метана: равновесная температура для парциального давления метана  $(T_{emh})_i^{new} = T_{emh} ((p_m)_i^{new})$  и равновесное давление для пластовой температуры  $(p_{emh})_i^{new} = p_{emh} (T_i^{new})$ .
- 3) Вычисляется сумма парциального давления углекислого газа и равновесного давления для гидрата метана. Таким образом мы находим пластовое давление, при котором гидрат метана будет в состоянии фазового равновесия для текущего количества углекислого газа в газовой смеси:

$$(p_{eq_{new}})_i^{new} = (p_{cd})_i^{new} + (p_{emh})_i^{new}$$

- 4) Если термодинамические условия допускают разложение гидрата метана, то есть парциальное давление метана меньше равновесного давления для гидрата метана  $(p_m)_i^{new} < (p_{emh})_i^{new}$ , и гидрат метана есть, то есть  $(S_{hm})_i^{iter} > 0$ , то переходим к пункту 5, иначе к пункту 7.
- 5) Рассчитывается, какое количество гидрата метана может разложиться при понижении пластовой температуры до  $(T_{emh})_i^{new}$  и при повышении пластового давления до  $(p_{eq_{new}})_i^{new}$ :

$$\Delta S^{T} = \left(T_{i}^{new} - (T_{emh})_{i}^{new}\right) \frac{(\rho c)_{i}^{iter}}{\phi_{i}\rho_{hm}L_{hm}},$$
$$\Delta S^{p} = \frac{\left(p_{i}^{new} - \left(p_{eq_{new}}\right)_{i}^{new}\right)\left(S_{g}\right)_{i}^{iter}}{p_{i}^{new}\left(1 - \omega_{hm(m)}\frac{\rho_{hm}}{\left(\rho_{g}\right)_{i}^{new}} - \omega_{hm(w)}\frac{\rho_{hm}}{\rho_{w}}\right)}.$$

 Определяем количество гидрата, которое может разложиться для текущей итерации, далее находим гидратонасыщенность для новой итерации:

$$\Delta S = \min\left(\left(S_{hm}\right)_{i}^{iter}, \Delta S^{T}, \Delta S^{p}\right),$$
$$\left(S_{hm}\right)_{i}^{new} = \left(S_{hm}\right)_{i}^{iter} - \Delta S.$$

Переходим к пункту 11.

7) Если термодинамические условия допускают образование гидрата метана, то есть парциальное давление метана выше равновесного давления для гидрата метана  $(p_m)_i^{new} >$ 

 $(p_{emh})_i^{new}$ , и присутствуют гидратообразователи, а именно, вода  $(S_w)_i^{iter} > 0$  и метан  $(p_m)_i^{new} > 0$ , то переходим к пункту 8, иначе — к пункту 10.

8) Рассчитывается, какое количество гидрата метана может образоваться при повышении пластовой температуры до  $(T_{emh})_i^{new}$  и при понижении пластового давления до  $(p_{eq_{new}})_i^{new}$ :

$$\Delta S^{T} = \left( (T_{emh})_{i}^{new} - T_{i}^{new} \right) \frac{(\rho c)_{i}^{iter}}{\phi_{i}\rho_{hm}L_{hm}},$$
$$\Delta S^{p} = \frac{\left( (p_{eq_{new}})_{i}^{new} - p_{i}^{new} \right) (S_{g})_{i}^{iter}}{p_{i}^{new} \left( 1 - \omega_{hm(m)} \frac{\rho_{hm}}{(\rho_{g})_{i}^{new}} - \omega_{hm(w)} \frac{\rho_{hm}}{\rho_{w}} \right)}$$
$$\Delta S^{w} = \frac{(S_{w})_{i}^{iter}}{\left( \omega_{hm(w)} \frac{\rho_{hm}}{\rho_{w}} \right)}.$$

 Определяем количество гидрата, которое может образоваться для текущей итерации, и находим гидратонасыщенность для новой итерации:

$$\Delta S = \min \left( \Delta S^T, \, \Delta S^p, \, \Delta S^w \right), \\ \left( S_{hm} \right)_i^{new} = \left( S_{hm} \right)_i^{iter} + \Delta S.$$

Переходим к пункту 11.

- 10) Насыщенность гидратом метана не изменяется на данной итерации  $(S_{hm})_i^{new} = (S_{hm})_i^{iter}$ .
- 11) Расчет насыщенности гидратом метана завершен.
- 6. Расчет насыщенности гидратом углекислого газа. Алгоритм расчета насыщенности гидратом углекислого газа аналогичен алгоритму расчета насыщенности гидратом метана (пункт 6).
- Расчет водонасыщенности. Построим дискретный аналог уравнения (5):

$$\begin{split} (S_w)_i^{new} &= (S_w)_i^{old} + \frac{1}{\phi_i \mu_w r_i} \frac{\Delta t}{r_{i+0.5} - r_{i-0.5}} \times \\ &\times \left( r_{i+0.5} \left( k_{rw} \right)_{i+0.5}^{iter} k_{i+0.5}^{iter} \frac{p_{i+1}^{iter} - p_i^{iter}}{r_{i+1} - r_i} - \right. \\ &- r_{i-0.5} \left( k_{rw} \right)_{i-0.5}^{iter} k_{i-0.5}^{iter} \frac{p_i^{iter} - p_{i-1}^{iter}}{r_i - r_{i-1}} \right) - \\ &- \frac{1}{\rho_w} \left[ \omega_{hm(w)} \rho_{hm} \left( (S_{hm})_i^{new} - (S_{hm})_i^{old} \right) + \right. \\ &+ \left. \omega_{hcd(w)} \rho_{hcd} \left( (S_{hcd})_i^{new} - (S_{hcd})_i^{old} \right) \right]. \end{split}$$

Значения параметров в промежуточных узлах рас-

четной сетки рассчитываются таким же образом, как и при расчете давления.

#### 8. Расчет газонасыщенности

$$(S_g)_i^{new} = 1 - (S_w)_i^{new} - (S_{hm})_i^{new} - (S_{hcd})_i^{new}.$$

На основе представленной методики численной реализации математической модели была разработана вычислительная программа и проведены расчеты. На рис. 4 представлены распределения давления, температуры, массовых долей метана и диоксида углерода в газовой фазе, а также насыщенностей пористой среды водой и гидратами СН<sub>4</sub> и CO<sub>2</sub>. Расчеты проводились при следующих значениях параметров [3, 18–21]:  $\Delta t = 60$  с;  $r_w = 0,1$  м; R = 100 м;  $\Delta r = 0,005$  м;  $p_0 = 3$  МПа;  $p_{inj} = 4$  МПа;  $T_0 = 1$  °C;  $T_{inj} = 7$  °C;  $k_0 = 10^{-15}$  м<sup>2</sup>;  $\phi = 0,2$ ;  $S_{g0} = 0,8$ ;  $\rho_{sk} = 2000$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_{w} = 1000$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_{hm} = 900$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_{hcd} = 1100$  кг/м<sup>3</sup>;  $c_{sk} = 1000$  Дж/кг·К;  $c_w = 4200$  Дж/кг·К;  $\lambda_{sk} = 1,5$  Вт/м·К;  $\lambda_{w} = 0,6$  Вт/м·К;  $\lambda_{hm} = 0,5$  Вт/м·К;  $\lambda_{hcd} = 0,5$  Вт/м·К;  $\lambda_{hcd} = 0,5$  Вт/м·К;  $\omega_{hm(m)} = 0,12$ ;  $\omega_{hcd(cd)} = 0,28$ ;  $\mu_w = 1,5 \cdot 10^{-3}$  Па·с;  $\mu_{g(m)} = 1 \cdot 10^{-5}$  Па·с;  $\mu_{g(cd)} = 1,5 \cdot 10^{-5}$  Па·с.

Из данных, представленных на рис. 4, видно, что при принятых в работе значениях параметров в пласте можно выделить три зоны: в первой зоне пласта, примыкающей к границе нагнетания углекислого газа, поры насыщены углекислым газом и его гидратом; далее (по координате r) в порах пласта присутствуют газовая фаза, вода и газогидрат; в третьей зоне поровый объем занят метаном и его гидратом. Таким образом, имеет место замещение в газогидрате метана углекислым газом и предложенная в работе математическая модель адекватно описывает изучаемый процесс. Стоит отметить, что размеры второй зоны, в которой присутствует вода в свободном состоянии, пренебрежимо малы (в расчетах протяженность составила величину порядка 1 см), поэтому можно констатировать фронтальный режим процесса замещения СО2-СН4 в газогидрате. Также незначительный размер второй зоны позволяет не учитывать в математической модели растворимость углекислого газа в воде.

Построенное распределение массовых содержаний  $CO_2$  и  $CH_4$  в газовой фазе (рис. 4) указывает на то, что на некотором участке пласта имеет место совместная фильтрация углекислого газа и метана. Эти расчеты отличаются от данных, представленных в работах [9, 22], в которых принят фронтальный режим вытеснения метана углекислым газом. Построенное распределение температуры свидетельствует об экзотермическом характере процесса замещения метана двуокисью углерода в метаногидрате, что отмечается и в других работах [22, 23].



Рис. 4. Распределения по координате *r* давления *p*, температуры *T*, массовых долей метана  $ω_{g(m)}$  и углекислого газа  $ω_{g(cd)}$  в газовой фазе, насыщенностей пористой среды водой *S*<sub>w</sub>, гидратом метана *S*<sub>hm</sub> и гидратом углекислого газа *S*<sub>hcd</sub>. Время закачки углекислого газа в пористый пласт *t* = 10 сут.

#### 4. Заключение

В работе выполнена постановка задачи о закачке углекислого газа в пористый пласт, заполненный в начальном состоянии метаном и его гидратом. Представлена математическая модель неизотермической фильтрации газа и воды с учетом образования/разложения гидратов метана и углекислого газа, построен алгоритм решения уравнений представленной математической модели. Для одномерного плоскорадиального случая получены распределения давления, температуры, массовых долей метана и диоксида углерода, насыщенностей гидратов метана и диоксида углерода, а также водонасыщенности в пористом пласте. Расчетным путем показано, что процесс замещения метана двуокисью углерода в метаногидрате для принятых расчетных параметров фактически происходит на фронтальной границе; протяженность зоны, в которой присутствуют вода в свободном состоянии, пренебрежимо мала. В области вблизи фронта замещения СО2-СН4 в газогидрате температура превышает исходную пластовую температуру, что вызвано экзотермическим характером процесса замещения.

#### Список литературы / References

- Konno Y., Masuda Y., Hariguchi Y., Kurihara M., Ouchi H. Key factors for depressurization-induced gas production from oceanic methane hydrates // Energy Fuels. 2010. V. 24, No. 3. Pp. 1736–1744. DOI: 10.1021/ef901115h
- [2] Попов В.В. Численное исследование разложения гидратов идеального газа в пласте при понижении давления и одновременном нагревании // Математические заметки СВФУ. 2019. Т. 26, № 4. С. 83–97.

Popov V.V. A mathematical model of ideal gas hydrate decomposition in a reservoir through decreasing pressure and simultaneous heating // Mathematical notes of NEFU. 2019. V. 26, No 4. Pp. 83–97. DOI: 10.25587/SVFU.2019.39.76.008

- [3] Бородин С.Л. Современное состояние исследований, связанных с извлечением метана из гидратосодержащей пористой среды // Вестник Тюменского государственного университета. Физикоматематическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2018. Т. 4, № 4. С. 131–147. Borodin S.L. The Current State of Researches Related to the Extraction of Methane from a Porous Medium Containing Hydrate // Tyumen State University Herald. Physical and Mathematical Modeling. Oil, Gas, Energy . 2018. V. 4, No 4. Pp. 131–147. DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-4-131-147
- [4] Jung J.W., Santamarina J.C. CH<sub>4</sub>-CO<sub>2</sub> replacement in hydrate-bearing sediments: A pore-scale study // Geochemistry, Geophysics, Geosystems. 2010. No. 11. Q0AA13. DOI: 10.2113/GSELEMENTS.4.5.325
- [5] Benson S.M., Cole D.R. CO<sub>2</sub> Sequestration in Deep Sedimentary Formations // Elements. 2008. No. 4. Pp. 325–331. DOI: 10.2113/GSELEMENTS.4.5.325
- [6] Zhang L., Yang L., Wang J., Zhao J., Dong H., Yang M., Liu Y., Song Y. Enhanced CH<sub>4</sub> Recovery and CO<sub>2</sub> Storage via Thermal Stimulation in the CH<sub>4</sub>/CO<sub>2</sub> Replacement of Methane Hydrate // Chemical Engineering Journal. 2017. No. 308. Pp. 40–49. DOI: 10.1016/j.cej.2016.09.047
- [7] Хасанов М.К. Математическое моделирование процесса образования газогидрата при закачке диоксида углерода в насыщенный метаном и льдом пласт // Криосфера Земли. 2016. Т. 20, № 3. С. 63–70. Khasanov M.K., Musakaev N.G. Mathematical modeling of the process of gas hydrate formation at the injection of carbon dioxide into the layer saturated with methane and ice // Earth's Cryosphere. 2016. V. 20, No 3. Pp. 63–70. DOI: 10.21782/KZ1560-7496-2016-3(63-70)
- [8] Алексеенко С.В. Изменение климата и энергетика // Углехимия и экология Кузбасса: Сборник тезисов докладов XI Международного Российско-Казахстанского Симпозиума, Кемерово, 04–06 июля 2022 года. Кемерово: Федеральный исследовательский центр угля и углехимии Сибирского отделения Российской академии наук. 2022. С. 16.

Alekseenko S.V. [Climate change and energy] Izmenenie klimata i jenergetika. [Coal chemistry and ecology of Kuzbass: Collection of abstracts of the XI International Russian-Kazakh Symposium, Kemerovo, July 04–06, 2022] Uglehimija i jekologija Kuzbassa: Sbornik tezisov dokladov XI Mezhdunarodnogo Rossijsko-Kazahstanskogo Simpoziuma, Kemerovo, 04–06 ijulja 2022 goda. Kemerovo: The Federal Research Center of Coal and Coal-Chemistry of Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences. 2022. P. 16 (in Russian).

#### DOI: 10.53650/9785902305651 16

[9] Цыпкин Г.Г. Образование гидрата углекислого газа при его инжекции в истощенное месторождение углеводородов // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2014. № 6. C. 101-108. EDN: TEFOOD

Tsypkin G.G. Formation of carbon dioxide hydrate at the injection of carbon dioxide into a depleted hydrocarbon field // Fluid Dynamics. 2014. V. 49, No 6. Pp. 789-795. DOI: 10.1134/S0015462814060106

- [10] Khasanov M.K., Stolpovsky M.V., Kildibaeva S.R., Musakaev N.G. Mathematical model of decomposition of methane hydrate during the injection of liquid carbon dioxide into a reservoir saturated with methane and its hydrate // Mathematics. 2020. V. 8, No. 9. P. 1482. DOI: 10.3390/math8091482
- [11] Khasanov M.K., Stolpovsky M.V., Gimaltdinov I.K. Mathematical model of injection of liquid carbon dioxide in a reservoir saturated with methane and its hydrate // Int. J. of Heat and Mass Transfer. 2019. V. 132. Pp. 529–538. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.12.033
- [12] Schoderbek D., Boswell R. Ignik Sikumi #1, Gas Hydrate Test Well, Successfully Installed on the Alaska North Slope // Fire in the Ice, NETL Methane Hydrate Newsletter. 2011. V. 11, No. 1. Pp. 1–5.
- [13] Басниев К.С. Подземная гидромеханика. М.: Недра, 1993. 416 с. Basniev K.S., Kochina I.N., Maksimov V.M. [Underground Hydrodynamics] *Podzemnaja gidromehanika*. M.: Nedra, 1993. 416 p. (in Russian).
- [14] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1,2. М.: Наука, 1987. 464 c. Nigmatulin R.I. Dynamics of Multiphase Media. Hemisphere Publ. Corp., New York, 1991. 464 p.

#### Наиль Габсалямович Мусакаев

доктор физ.-мат. наук, профессор Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН

#### Станислав Леонидович Бородин

кандидат физ.-мат. наук Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН

#### Денис Сергеевич Бельских

кандидат физ.-мат. наук Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН

- [15] Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Недра, 1972. 288 с. Barenblatt G.I., Entov V.M., Ryzhik V.M. [Theory of non-stationary filtration of liquid and gas] Teorija nestacionarnoj fil'tracii zhidkosti *i gaza*. M.: Nedra, 1972. 288 p. (in Russian). EDN: WOVOAO
- [16] Borodin S.L., Musakaev N.G., Belskikh D.S. Mathematical Modeling of a Non-Isothermal Flow in a Porous Medium Considering Gas Hydrate Decomposition: A Review // Mathematics. 2022. V. 10, No. 24. P. 4674. DOI: 10.3390/math10244674
- [17] Musakaev N.G., Borodin S.L. To the question of the interpolation of the phase equilibrium curves for the hydrates of methane and carbon dioxide // MATEC Web Conf. 2017. V. 115. 05002. DOI: 10.1051/matecconf/20171150500
- [18] Misyura S.Y., Donskoy I.G. Dissociation kinetics of methane hydrate and CO<sub>2</sub> hydrate for different granular composition // Fuel. 2020. V. 262. 116614. DOI: 10.1016/j.fuel.2019.116614
- [19] Hu T., Xu T., Tian H., Zhou B., Yang Y. A study of  $CO_2$  injection well selection in the naturally fractured undulating formation in the Jurong Oilfield, China // Int. J. of Greenhouse Gas Control. 2021. No. 109. 103377. DOI: 10.1016/j.ijggc.2021.103377
- [20] Sloan E.D., Koh C.A. Clathrate Hydrates of Natural Gases (3rd ed.). Boca Raton: CRC Press, 2007. 752 p.
- [21] Anderson G.K. Enthalpy of dissociation and hydration number of carbon dioxide from the Clapeyron equation // Journal of Chemical Thermodynamics. 2003. V. 35, No. 7. Pp. 1171-1183. DOI: 10.1016/S0021-9614(03)00093-4
- [22] Shagapov V.Sh., Khasanov M.K., Musakaev N.G., Duong N.H. Theoretical research of the gas hydrate deposits development using the injection of carbon dioxide // Int. J. of Heat and Mass Transfer. 2017. V. 107. Pp. 347-357. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.11.034
- [23] Zhao J., Xu K., Song Y., Liu W., Lam W., Liu Y., Xue K., Zhu Y., Yu X., Li O. A Review on Research on Replacement of CH4 in Natural Gas Hydrates by Use of CO<sub>2</sub> // Energies. 2012. V. 5, No. 2. Pp. 399-419. DOI: 10.3390/en5020399

### Сведения об авторах / Information about the Authors

#### Nail Gabsalyamovich Musakaev

Sc.D. (physics & mathematics), Prof. Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS musakaev68@yandex.ru ORCID: 0000-0002-8589-9793

#### Stanislav Leonidovich Borodin

Ph.D. (physics & mathematics) Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS S.L.Borodin@yandex.ru ORCID: 0000-0002-2850-5989

#### **Denis Sergeyevich Belskikh**

Ph.D. (physics & mathematics) Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS denisbelskikh@gmail.com ORCID: 0000-0002-0813-5765