

## Математическое моделирование задачи структурных флюидов фильтрации в трехпластовых пористых средах

Каюмов Ш., Зиядуллаева Ш.С, Бекчанов Ш.Э., Хусанов Э.

Ташкентский государственный технический университет

**Аннотация.** Статья рассматривается математической модель задачи нелинейной фильтрации в трехпластовых связанных системах.

Разработан вычислительный алгоритм решения и апробирован на тестовых данных. Предполагается что данную модель можно использовать для конкретных месторождений флюидов.

Изучения фильтрации в многослойных пористых средах, имеет определенную историю, и они в основном посвящены к процессам движение ньютоновских флюидов для однофазных, и многофазных случаях в одно-пластовых и многопластовых средах. Естественная пористая среда, представляются как многослойные структуры и моделировать их можно различными способами. Когда строятся математические модели этих сред, сначала изучает на наличие гидродинамической связи между слоями или если их нет то их считает несвязанными (изолированными) пластами. Существует различные методы моделирование, предполагающие проницаемости и пористости этих слоев по отношению к другим слоям, резко различными и как следствие, движения флюидов в них происходит по различными направлениями [1,2]. В данной работе рассмотрен многослойный (в частности трехслойный) пласт состоящей из хорошо проницаемого (область  $D_2$ ) соседствующей (снизу и сверху) плохо проницаемыми пластами (область  $D_1$  и  $D_3$ ). При этом области  $D_2$  содержит в себе структурированный или аномально структурированный флюид. При фильтрации этих флюидов в пласте образуется три зоны: зона ползучести, зона аномальности и зоны сильных подвижностей с подвижными границами между ними. Верхний ( $D_1$ ) и нижний ( $D_3$ ) область заполнено флюидами имеющие нелинейные вязкопластические характеристики, основанной на криволинейной аппроксимации функциональной связи между градиентом давления и скоростью фильтрации [3,4].

Математическая модель этой физической задачи следующие: необходимо найти непрерывные функции  $U_i(x, z, t)$  ( $i=1,3$ ) и  $U_2(x, t)$ , а также границы подвижных зон  $R_1(x, t)$  и  $R_2(x, t)$  а также границы возмущений  $G_1(z, t)$  и  $G_3(z, t)$  из следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left( \Phi_e (|\nabla U_2|, \beta_e) \frac{\partial U_2}{\partial x} \right) + A_1 \frac{\partial U_1}{\partial z} \Big|_{z=h_1} - A_2 \frac{\partial U_3}{\partial z} \Big|_{z=h_2} = \\ = M_e \frac{\partial U_2}{\partial z}, \quad x \in D_2, \quad z \in (h_1; h_2), \quad t > 0, \quad e = \overline{1,3}. \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( A_{2\gamma-1} (|\nabla U_{2\gamma-1}|, \beta_\tau) \frac{\partial U_{2\gamma-1}}{\partial z} \right) = M_{2\gamma-1} \frac{\partial U_{2\gamma-1}}{\partial t}, \quad z \in (D_1; D_3); \quad \gamma = \overline{1,2}, \quad r = \overline{1,2} \quad t > 0. \quad (2)$$

с начальными

$$\begin{aligned} U_2(x, 0) = U_0(x), \quad U_{2\gamma-1}(x, z, 0) = U_0(x, z), \\ R_1(x, 0) = R_2(x, 0) = G_1(z, 0) = G_3(z, 0) = C_0, \quad (\gamma = \overline{1,2}) \end{aligned} \quad (3)$$

и граничными

$$a_1 \Phi_1 (|\nabla U_2|, \beta_1) \frac{\partial U_2}{\partial x} \Big|_{x=x_0} + b_1 U_2(x, t) \Big|_{x=x_0} = \psi_0(t), \quad a_2 \Phi_3 (|\nabla U_2|, \beta_3) \frac{\partial U_2}{\partial x} \Big|_{x=L} = \psi_1(t), \quad (4)$$

$$a_0 A_1 (|\nabla U_1|, \beta_1) \frac{\partial U_1}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad a_3 A_3 (|\nabla U_3|, \beta_3) \frac{\partial U_3}{\partial z} \Big|_{z=H_3} = 0 \quad (5)$$

а также условиями на границах различных зоны, а также на возмущенных границах:

$$\Phi_1 (|\nabla U_2|, \beta_1) \frac{\partial U_2}{\partial x} \Big|_{x=R_1-0} = \Phi_2 (|\nabla U_2|, \beta_2) \frac{\partial U_2}{\partial x} \Big|_{x=R_1+0}, \quad U_2(x, t) \Big|_{x=R_1-0} = U_2(x, t) \Big|_{x=R_1+0}, \quad (6)$$

$$\Phi_2(|\nabla U_2|, \beta_2) \frac{\partial U_2}{\partial x} \Big|_{x=R_2-0} = \Phi_3(|\nabla U_2|, \beta_3) \frac{\partial U_2}{\partial x} \Big|_{x=R_2+0}, \quad U_2(x, t) \Big|_{x=R_2-0} = U_2(x, t) \Big|_{x=R_2+0}, \quad (7)$$

$$A_{2\gamma-1}(|\nabla U_{2\gamma-1}|, \beta_{2\gamma-1}) \frac{\partial U_{2\gamma-1}}{\partial z} \Big|_{z=G_{2\gamma-1}-0} = A_{2\gamma-1}(|\nabla U_{2\gamma-1}|, \beta_{2\gamma-1}) \frac{\partial U_{2\gamma-1}}{\partial z} \Big|_{z=G_{2\gamma-1}+0} \quad (8)$$

$$U_{2\gamma-1}(z, t) \Big|_{z=G_{2\gamma-1}-0} = U_{2\gamma-1}(z, t) \Big|_{z=G_{2\gamma-1}+0} \quad (9)$$

В задаче (1) - (9) параметры те же как в [1,5,6] и функции имеет вид:

$$\Phi_e(|\nabla U_2|, \beta_e) = \{k_2 / \mu_2 (1 - \beta_2 \gamma_0 / |\nabla U_2|), \quad x \in (x_0; R_1 - 0);$$

$$(k_2 \cdot |\nabla U_2|) / (\mu_2 (\beta_2 + |\nabla U_2|)), \quad x \in (R_1 + 0; R_2 - 0); \quad k_3 / \mu_3, \quad x \in (R_2 + 0; L)\}, \quad e = \overline{1, 2}$$

$$A_{2\gamma-1}(|\nabla U_{2\gamma-1}|, \beta_{2\gamma-1}) = \{K_{2\gamma-1} / \mu_{2\gamma-1} (1 - \beta_{2\gamma-1} \bar{\gamma}_0 / |\nabla U_{2\gamma-1}|); \quad z \in (h_e; G_e - 0);$$

$$K_{2\gamma-1} / \mu_{2\gamma-1} |\nabla U_{2\gamma-1}| / (\beta_{2\gamma-1} + |\nabla U_{2\gamma-1}|); \quad z \in (G_e + 0; H_e)\}, \quad e = \overline{1, 2}$$

$$a_1 = \{1; 0\}, \quad b_1 = \{0; 1\}. \quad |a_1| + |b_1| \neq 0, \quad a_2, a_3 \text{ константы.}$$

Задача (1) – (9) нелинейно. Для построения вычислительных алгоритмов решения задачи (1) – (9) проводится сначала линеаризация по нелинейным коэффициентом дифференциальных уравнений.

Применяя метод прямых по переменному  $t(t_k = k\tau)$  получим систему дифференциальных уравнений для фиксированных значений временного слоя  $t_k$ .

Далее вводится поток и задаче примет потоковой краевой задачей. Проводится интегрировании этой системы по переменному  $x$  и  $z$  на интервалах  $[x_i; x_{i+1}], [z_i; z_{i+1}]$ .

Полученная разностно – сеточная задача решается потоковым вариантом сеточной прогонки [6-9].

Ввиду того что в начале при  $t_1 = \tau$ , величины перетока из  $D_1$  и  $D_3$  в область  $D_2$  неизвестно то принимаем его как нулевыми и далее решается задача в области  $D_2$ . После перераспределение давления среднего пласта решается задачи в  $D_1$  и  $D_3$ . Дальнейшем при каждом  $t_k$  величины перетоков уточняется. Алгоритм задачи апробирован на тестовых данных. Ниже проводится частичный фрагмент численного решения.

В таблице приведена давления в области  $D_2$  и величины перетока из  $D_1$  в  $D_2$  при различных законах фильтрации.

Расчеты проведена для данных:

$$\Delta x = 0,02; \Delta t = 0,3; k_2 = 1, k_1 = k_3 = 0,001, h = 1, u_0 = 1, x_0 = 0, q_0 = 0,0868, \beta = 10^{-3}.$$

Таблица

t \ закон	Дарси	Аномальный	Гипербола	Хеер-Хефнера
0,01	0,9812	0,9782	0,9794	0,9789
0,1	0,9803	0,9144	0,9195	0,9211
0,2	0,8916	0,8697	0,8769	0,8802
0,5	0,7806	0,6368	0,7606	0,7582
0,7	0,7212	0,5964	0,7203	0,5963

t	Переток жидкости			
0,01	0,1554	0,1031	0,1074	0,1145
0,1	0,2584	0,2513	0,2572	0,2595
0,2	0,2763	0,2676	0,2725	0,2748
0,5	0,2765	0,2692	0,2748	0,2775
0,7	0,2765	0,2692	0,2749	0,2775

Анализ данного фиксированного момента процесса фильтрации показывает применимости математические модели к определению параметров разработки трехслойного пласта.

Результаты позволяют сделать вывод что предложенные модели и алгоритмы можно использовать при определение технологических показателей разработки многослойных месторождений флюидов.

## Список литературы

- [1] Гусейнзаде М. А., Колосовская А. К. Упругий режим в одно пластовых и многопластовых системах. М. «Недра». 1972. 321 с.
- [2] Каюмов Ш., Марданов А.П., Хайтов Т.О., Каюмов А.Б. Математического моделирования структурированных флюидов в связанных пластах. Сборник трудов международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механике». Воронеж. 2020, с. 934-942.
- [3] Qayumov Sh., Mardanov A.P., Xaitov T.O., Qayumov A.B. Multiparameter mathematical models of the problem of problem of filtration of unstructured and structured fluids. E3S. Web of conferences 264. 01030(2021) <https://doi.org/10.1051/t3s/conf/2021/26401030>.
- [4] Qayumov Sh., Mardanov A.P., Xaitov T.O., Qayumov A.B. Construction of two – dimensional multiparameter mathematical models of the problem of the theory on nonlinear filtration of fluids. International conference on Actual problems of applied mechanics – APAM – 2021. AIP conf.prec. 2637, 040002 (2022); <https://doi.org/10.1063/5/0119121>. Published: oct 20.2022.
- [5] Филиппов А.И., Зеленова М.А., Некорректность задачи о поле давлений в слоисто неоднородной пласте при заданной отборе. Материалы международной научной конференции “ Современные проблемы математики и физики”. Стерлитимак. 2021 г. ст 163-171.
- [6] Каюмов Ш., Бекчанов Ш.Э., Зиядуллаева Ш.С. О фильтрации структурированных флюидов в гидродинамически связанных многослойных пластах. Материалы республиканской научной конференции “Современные проблемы анализа”. 2-3 июня г.Карши., 2023 г.,с.301-303.
- [7] Qayumov Sh., Arzikulov G., Bekchanov Sh., Ziyadullayeva Sh. A multiparameter mathematical model for the problem of nonlinear filtration of fluids in two-layer media. APITECH-V-2023. Journal of Physics: Conference Series 2697 (2024) 012042, doi: 10.1088/1742-6596/2697/1/012042. Pp 1-6.
- [8] Каюмов Ш. Математическое моделирование задач теории фильтрации со свободными границами. Ташкент, 2017 г.-274 с.
- [9] Samarski A.A. The theory of Difference shemes/A.A.Samarski-New York-Basel. Marcel Dekker. Inc, 2001. – 761 p.