

Численный анализ рассеяния акустической волны на системе звукопроницаемых сфер в трехмерном пространстве

Насибуллова Э.Ш.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Исследование акустического рассеяния на множестве препятствий малых размеров имеет важное значение как для изучения фундаментальной природы данного явления, так и с практической точки зрения, поскольку на явлении рассеяния основываются многие применения акустических волн, такие как гидролокация, зондирование атмосферы и океана, приборы неразрушающего контроля, создание позиционируемого 3D звука, управление звуковыми волнами, переносимыми водой с помощью мегаповерхностей, и организация микроструктуры в случайных средах.

В рамках данного исследования представлены результаты по изучению рассеяния сферической волны от монопольного источника излучения на системе звукопроницаемых сфер, расположенных в трехмерном пространстве. Основные цели работы: оценка чувствительности отклика системы на изменение исходных данных (радиуса сфер и декартовых координат их центров) при различных соотношениях физических параметров сферы и окружающей среды (плотность и скорость звука), а также определение параметров системы, при которых эффекты многократного рассеяния являются существенными.

Задача рассеяния звука на системе звукопроницаемых сфер сводится к решению уравнений Гельмгольца для комплексных потенциалов $\Psi(\mathbf{r})$ в произвольной точке \mathbf{r} вне сфер и $\Psi_{\text{int}}^{(v)}$ внутри v -й сферы:

$$\nabla^2 \Psi + k_0^2 \Psi = 0, \quad \nabla^2 \Psi_{\text{int}}^{(v)} + k_v^2 \Psi_{\text{int}}^{(v)} = 0$$

с граничными условиями, выражающими равенства потенциала и нормальных составляющих скорости частиц на поверхности препятствия, сквозь которую проходит волна:

$$\left(\Psi(\mathbf{r}) - \Psi_{\text{int}}^{(v)} \right) \Big|_{r=a_v} = 0, \quad \left(\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \Psi}{\partial r} - \frac{1}{\rho_v} \frac{\partial \Psi_{\text{int}}^{(v)}}{\partial r} \right) \Big|_{r=a_v} = 0, \quad v = 1, 2, \dots, N.$$

Здесь k_0, k_v – волновые числа для внешней среды и среды внутри v -й сферы; a_v – радиус v -й сферы; ρ_0, ρ_v – плотности внешней среды и среды внутри v -й сферы; N – число сфер в конфигурации.

При решении данной задачи потенциал внешнего поля представляется в следующем виде:

$$\Psi(\mathbf{r}) = \Psi_{\text{in}}(\mathbf{r}) + \Psi_{\text{scat}}(\mathbf{r}),$$

где $\Psi_{\text{in}}(\mathbf{r})$ – потенциал падающего поля; $\Psi_{\text{scat}}(\mathbf{r})$ – потенциал поля рассеяния, удовлетворяющий условию излучения Зоммерфельда [1], соответствующему затуханию волны на бесконечности.

При решении задачи численная техника [2], разработанная для множества звукопроницаемых сфер с произвольным акустическим импедансом на основе быстрого метода мультиполей, обобщена на случай звукопроницаемых сфер [3]. Выбор данной методики расчета обусловлен тем, что она позволяет достичь высокой точности получаемых результатов при минимальных затратах процессорного времени.

Проведена верификация обобщенной численной техники, которая показала, что результаты вычислительных экспериментов, представленных в настоящей работе, хорошо согласуются как с экспериментальными данными работы [4], так и с результатами расчетов других исследователей – для слоя капель воды в воздухе в пределах небольшой погрешности с аналогичными результатами для случая малых жестких сфер [2] и для случая звукопроницаемых сфер, центры которых расположены на одной оси, с расчетами по осесимметричному численному алгоритму [5].

На рис. 1 представлен пример расчета для следующей конфигурации. Сферы одного радиуса a_1 расположены равномерно в плоскости Oyz в узлах $y = 0, \pm 3a_1$ и $z = 0, \pm 3a_1$, то есть расстояние между центрами сфер по каждой оси равно $\delta l_x = 0, \delta l_y = \delta l_z = 3a_1$ и общее число сфер – $1 \times 3 \times 3 = 9$. Основные физические параметры: $\rho_0 = 1100 \text{ кг/м}^3$ и $c_0 = 950 \text{ м/с}$ для внешней среды, $\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3$ и $c_v = 1500 \text{ м/с}$ для среды внутри сфер, волновой радиус $ka_1 = 1$. Данные значения позволяют исследовать случай сильного взаимодействия в системе, где основные параметры внутренней и внешней сред сопоставимы. Монопольный источник излучения расположен на оси Ox в точке $(10a_1, 0, 0)$. Из рис. 1, a очевидно, что картина является симметричной

относительно осей Oy и Oz , поэтому на рис. 1, б представлены кривые только для IV четверти. На диаграмме видны зоны повышения (максимальное значение нормированного давления достигается в точках $(0, \pm 4/3, \pm 4/3)$) и понижения (минимальное значение – в центре сфер $(0, \pm 3, \pm 3)$) давления.

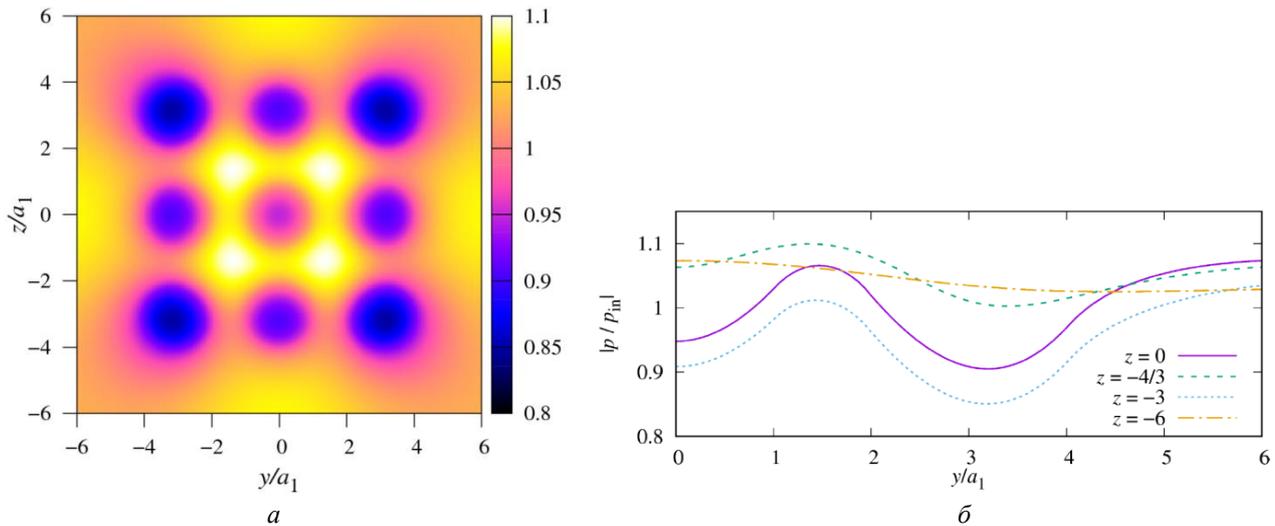


Рис. 1. Распределение модуля нормированного давления вокруг и внутри 9-ти сфер одного радиуса с центрами в узлах $y = 0, \pm 3a_1$ и $z = 0, \pm 3a_1$ на плоскости Oyz при воздействии монополюсного источника излучения, расположенного на оси Ox : а – фазовая диаграмма в плоскости Oyz ; б – изменение вдоль оси Oy при фиксированных значениях z , приведенных на графике

Для анализа многократного рассеяния акустической волны на множестве звукопроницаемых сфер впервые получена явная формула для основной характеристики данного явления — полного сечения рассеяния, учитывающая взаимодействие между сферами в системе [6]. Формула применима для любого числа сфер различных радиусов, произвольным образом расположенных в трехмерном пространстве, и при произвольном внешнем воздействии в границах применимости алгоритмов, используемых для общего [3] или осесимметричного [5] случаев.

Показано, что в случае изменения на случайную малую величину только одного параметра – радиуса сфер – система, состоящая из капель и имеющая плоскую конфигурацию, наиболее чувствительна к изменению радиуса в случае, когда упругость вещества внутри капли меньше, чем у внешней среды, а при увеличении числа сфер в плотных конфигурация, – когда упругость вещества внутри капли много больше, чем у внешней среды.

При одновременном изменении радиуса сфер и их центров на некоторую малую случайную величину обнаружено, что система является чувствительной для всех рассмотренных случаев соотношений физических параметров для внешней среды и среды внутри сфер, а также двух типов конфигурации системы (плоской и объемной). Расчеты проводились для двух искомых функций: нормированного давления за системой сфер в точке, симметричной монополюсному источнику излучения, и для полного сечения рассеяния.

Для численного анализа эффектов многократного рассеяния проведены вычислительные эксперименты по определению полного сечения рассеяния на системах сфер, расположенных в двух различных конфигурациях, вид которых представлена на рис. 2 сверху (при $N_y = N_z = 5$). Исследовались три различных случая отношений упругости жидкости внутри ($\chi_{in} = \rho_v c_v^2$) и вне $\chi_{out} = \rho_0 c_0^2$ сфер и плотностей внутренней и внешней сред:

– $\chi_{out}/\chi_{in} \gg 1$, $\rho_0/\rho_v \gg 1$ – в этом случае среды можно взять с физическими параметрами, соответствующими воде для внешней среды и воздуха для среды внутри сфер, т.е. проводить вычисления для системы воздушных пузырьков в воде;

– $\chi_{out}/\chi_{in} \ll 1$, $\rho_0/\rho_v \ll 1$ – соответствует случаю системы капель воды в воздухе;

– $\chi_{out}/\chi_{in} \approx 1$, $\rho_0/\rho_v \approx 1$ – соответствует, например, случаю системы капель дихлорэтана в воде.

Результаты расчетов для случаев $N_y = N_z = 5$ и 7 представлены на рис. 2 (внизу) при расстоянии между центрами сфер вдоль каждой из координатных осей равно $\delta l = a$ и расстоянием между монополюсным источником излучения и геометрическим центром системы сфер (в рассматриваемых случаях совпадающим с началом декартовой системы координат) равным $10a$.

В результате получено, что для воздушных пузырьков в воде существенным фактором является тип конфигурации системы; для капель воды в воздухе существенными являются как тип конфигурации, так и число сфер в ней; а для капель дихлорэтана в воде тип конфигурации и число сфер в ней являются несущественными факторами.

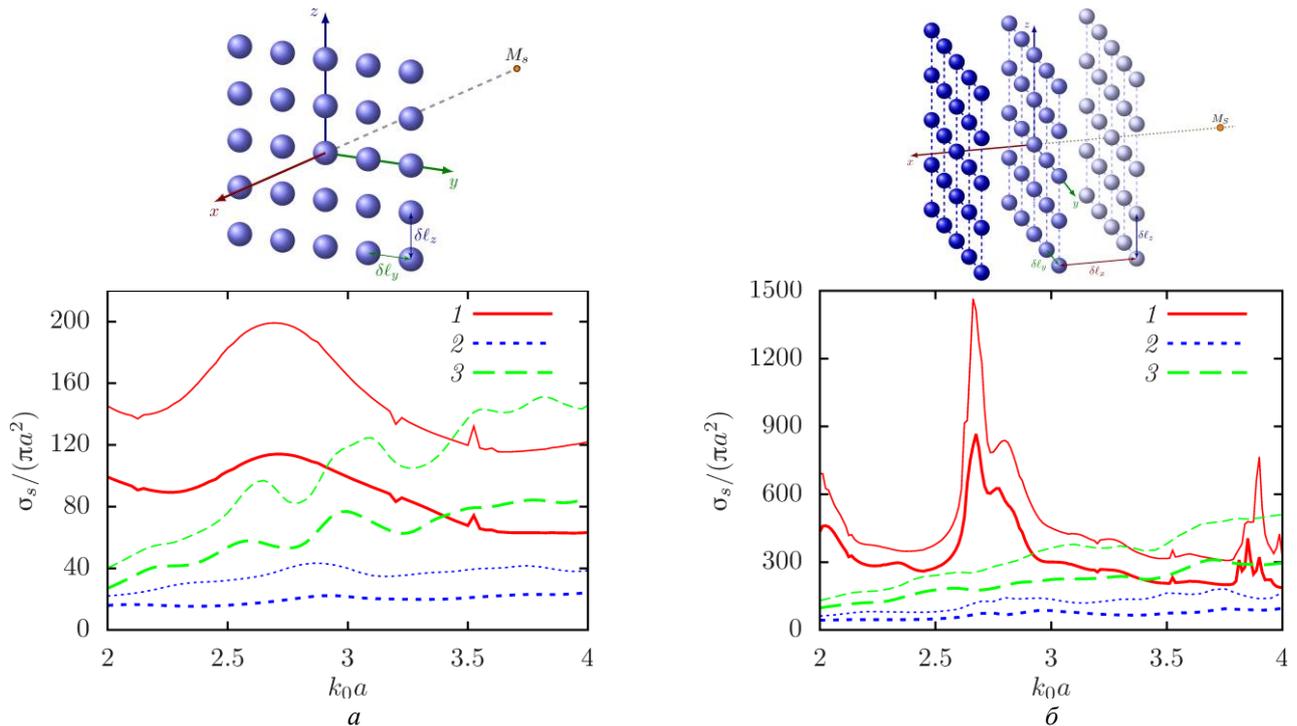


Рис. 2. Зависимость нормированного полного сечения рассеяния $\sigma_s/(\pi a^2)$ от волнового радиуса $k_0 a$ для равномерных регулярных конфигураций (представлены сверху) с числом сфер: $a - N = 1 \times N_y \times N_z$ и $b - N = 3 \times N_y \times N_z$. Толстые линии – $N_y = N_z = 5$, тонкие линии – $N_y = N_z = 7$. Обозначения: 1 – воздушные пузырьки в воде; 2 – капли воды в воздухе; 3 – капли дихлорэтана в воде

Работа выполнена при поддержке средствами госбюджета по госзаданию 124030400064-2.

Список литературы

- [1] Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981. 512 с.
- [2] Gumerov N.A., Duraiswami R. Computation of scattering from N spheres using multipole reexpansion // J. Acoust. Soc. Am. 2002. V. 112. № 6. P. 2688–2701.
- [3] Насибуллаева Э.Ш. Моделирование акустического рассеяния от множества звукопроницаемых сфер в трехмерном пространстве // Вычислительные технологии. 2022. Т. 27, № 2. С. 19–36.
- [4] Kapodistrias G., Dahl P.H. Effects of interaction between two bubble scatterers // J. Acoust. Soc. Am. 2000. V. 107. P. 3006–3017.
- [5] Насибуллаева Э.Ш. Численный анализ акустического рассеяния от звукопроницаемых сфер при внешнем воздействии // Вестник УГАТУ. 2021. Т. 25, № 2 (92). С. 93–101.
- [6] Насибуллаева Э.Ш. Численный анализ многократного рассеяния акустической волны на множестве звукопроницаемых сфер в трехмерном пространстве // Вычислительная механика сплошных сред. 2022. Т. 15, № 4. С. 383–398.