

Критерии конвективной устойчивости течения примеси при разных углах наклона слоисто-неоднородной пористой среды со слабой закупоркой

Колчанова Е.А., Колчанов Н.В.

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

В работе рассматривается пористая среда, состоящая из двух подслоев разной проницаемости K_1 и K_2 (рис. 1). Среда ориентирована под произвольным углом α к горизонтали, что в поле силы тяжести вызывает плоскопараллельное течение примеси, насыщающей поры. Примесь может адсорбироваться скелетом среды, вызывая частичную закупорку пор. На внешних непроницаемых границах среды имеется постоянный перепад концентрации. В таких условиях при определенном значении этого перепада течение теряет устойчивость и возникает концентрационная конвекция. Изучается совместное влияние разного коэффициента засорения пор и угла наклона двухслойной пористой среды на порог возбуждения конвекции в двухслойных конфигурациях трех типов: I с высокопроницаемым тонким верхним подслоем ($\delta = 0.8$, $K_2/K_1 = 40$), II с высокопроницаемым тонким нижним подслоем ($\delta = 0.2$, $K_2/K_1 = 0.035$) и III с подслоями одинаковой толщины ($\delta = 0.5$, $K_2/K_1 = 0.1$ или $K_2/K_1 = 10$).

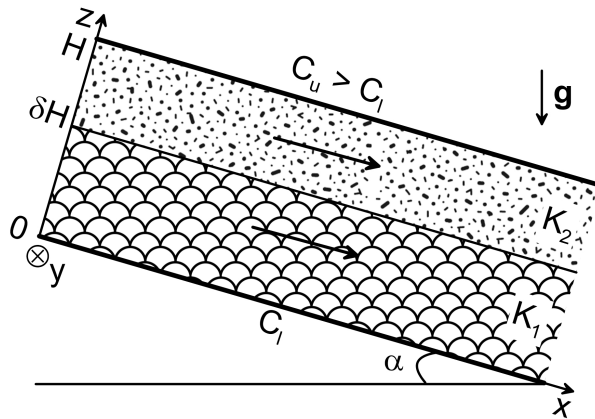


Рис. 1: Конфигурация двухслойной пористой среды, насыщенной примесью и ориентированной под углом α к горизонтали при наличии перепада концентрации на внешних границах

Уравнения конвекции, записанные в приближении Буссинеска с применением модели Дарси [1, 2, 3] в каждом i -ом пористом подслое имеют вид:

$$\frac{\eta}{K(\phi_i)} \mathbf{U}_i = -\nabla P_i + \rho_f \beta_{CG} (C_i - C_l) (\mathbf{i} \sin \alpha - \gamma \cos \alpha), \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{U}_i = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi_i C_i + Q_i) + (\mathbf{U}_i \nabla) C_i = \operatorname{div} (D \phi_i \nabla C_i), \quad (3)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial t} = \bar{\alpha} \{ K_d (Q_0 - Q_i) C_i - Q_i \}, \quad (4)$$

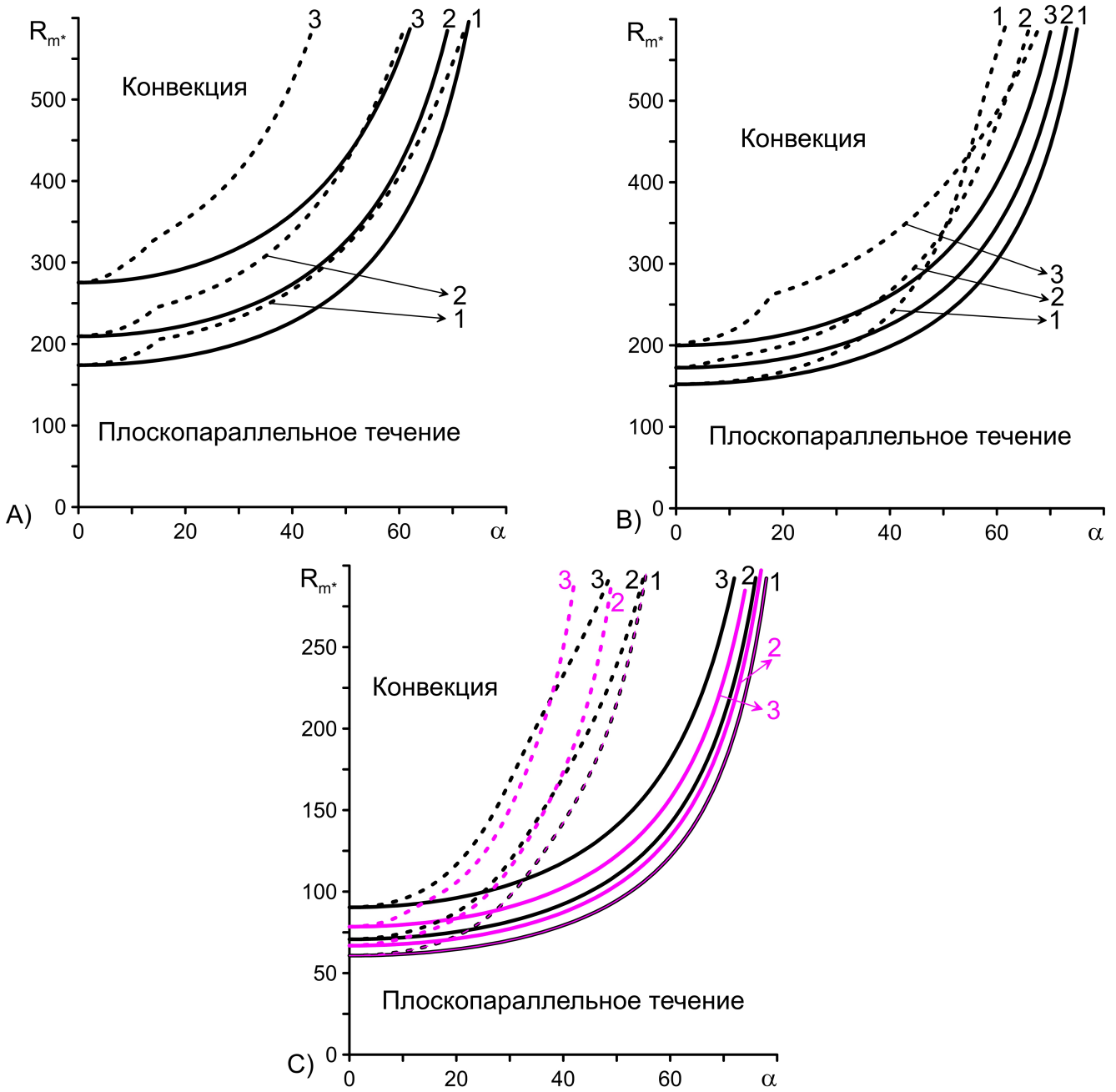


Рис. 2: Влияние коэффициента засорения ζ на критическое концентрационное число Рейля-Дарси в системах: А) типа I; В) типа II; С) типа III (черные линии – $K_2/K_1 = 10$, фиолетовые линии – $K_2/K_1 = 0.1$). Сплошные линии – границы устойчивости относительно продольных стационарных валов, штриховые линии – границы устойчивости относительно поперечных колебательных валов. Линии 1 – $\zeta = 0$; 2 – $\zeta = 0.1$; 3 – $\zeta = 0.3$

с граничными условиями:

$$z = 0 : \quad C_1 = C_l, \quad U_{1z} = 0, \tag{5}$$

$$z = \delta H : \quad U_1 = U_2, \quad P_1 = P_2, \quad C_1 = C_2, \quad D\phi_1 \frac{\partial C_1}{\partial z} = D\phi_2 \frac{\partial C_2}{\partial z}, \tag{6}$$

$$z = H : \quad C_2 = C_u, \quad U_{2z} = 0. \tag{7}$$

Здесь U – скорость фильтрации; P – давление без учета гидростатической добавки; C – объемная концентрация мобильной фазы (части примеси, которая движется вместе с течением несущей жидкости); Q – объемная концентрация немобильной фазы (части примеси, которая захватывается скелетом среды); D – коэффициент диффузии; g – ускорение свободного падения; i – орт оси x ; γ – орт оси z ; η – динамическая вязкость смеси; $\rho = \rho_f \{1 + \beta_C (C - C_1)\}$ – плотность смеси; ρ_f – плотность несущей жидкости при $C = C_1$; β_C – концентрационный коэффициент объемного расширения примеси; $\bar{\alpha}$ – коэффициент переноса; K_d – коэффициент, пропорциональный отношению скоростей адсорбции и десорбции примеси; Q_0 – максимально возможная концентрация немобильной фазы, которая может быть захвачена скелетом пористой среды [4]. Фильтрационные характеристики пористой среды: текущая пористость $\phi = (\phi_0 - Q)$, где ϕ_0 – исходная пористость незагрязненной среды, и проницаемость, которая зависит от пористости согласно формуле Кармана-Козени [3]: $K(\phi) = \frac{D_p^2 \phi^3}{180(1-\phi)^2}$, где D_p – средний размер неоднородности скелета среды.

Для решения уравнений (1)–(4) с граничными условиями (5)–(6) применяется линейная теория устойчивости. Получаются уравнения малых возмущений плоскопараллельного базового течения примеси, которое формируется вследствие наклона среды относительно горизонтали в поле силы тяжести. Далее численно, методом построения фундаментальной системы векторов частных решений исследуется совместное влияние коэффициента засорения пор ζ и угла наклона среды α на конвективную устойчивость этого базового течения в двухслойных пористых системах указанных трех типов. Анализируется смена характера конвективной неустойчивости и структуры длинноволновых и коротковолновых валов, возникающих на фоне данного течения при разных значениях ζ и α , в том числе для случая подслоев с сильно различающимися значениями проницаемостей K_1 и K_2 . Строятся зависимости критических параметров, которые являются критериями устойчивости базового течения относительно малых возмущений. Это концентрационное число Релея-Дарси R_{m*} , волновое число конвективных валов k_* и частота колебаний ω_* . На рис. 2 показаны зависимости первого из этих критериев от ζ и α для всех трех типов двухслойных систем.

Рассматриваются возмущения базового течения двух видов:

1. Продольные валы с осями, параллельными оси x и вытянутыми в направлении базового течения. Эти валы являются спиральными возмущениями и содержат все три компоненты скорости фильтрации. Они возникают монотонным образом, приводя к стационарной конвекции.
2. Поперечные валы с осями, параллельными оси y и расположенными перпендикулярно базовому течению. Эти валы являются плоскими возмущениями. Они возникают колебательным образом, вызывая колебательную конвекцию.

В качестве основного вывода отметим, что увеличение угла наклона пористой системы относительно горизонтали и закупорка пор подавляет локальную и крупномасштабную конвекцию, как в виде продольных, так и в виде поперечных валиковых структур в системах всех трех типов. Базовое плоскопараллельное течение с ростом параметров ζ и α стабилизируется. Резкое изменение критического волнового числа, приводящее к смене вида неустойчивости – с локальной на крупномасштабную, – наблюдается в системах I и II с сильно отличающимися проницаемостями и тонкими высокопроницаемыми подслоями. В системе III с одинаковой толщиной подслоев волновое число меняется плавно с ростом ζ и α .

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-11-20125).

Список литературы

- [1] Maryshev B.S., Khabin M.R., Evgrafova A.V. Identification of transport parameters for the solute filtration through porous media with clogging // Journal of Porous Media. 2022. Vol. 26, No. 6. P. 31-53.
- [2] Kolchanova E.A., Kolchanov N.V. Onset of solutal convection in layered sorbing porous media with clogging // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2022. Vol. 183, Part A. 122110.
- [3] Nield D.A., Bejan A. Convection in Porous Media. Switzerland: Springer, 2017.
- [4] Selim H.M., Amacher M.C. Reactivity and transport of heavy metals in soils. Boca Raton: CRC, 1997.