

## Условия левитации капли над гладкой поверхностью за счет избыточного давления при парообразовании

Демин В.А., Демин Ф.В.

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь

Изучение физических процессов, связанных с поведением капельных объектов, имеет колоссально большое прикладное значение. Особенно часто приходится иметь дело с капельными системами в теплофизике [1]. Процессы горения различных видов топлива (включая многофазные), работа систем охлаждения, физико-химические процессы перемешивания и, наоборот, разделения смесей на компоненты: в каждой из этих областей, так или иначе, приходится сталкиваться с капельными системами. Ансамбли капель образуются при искусственном диспергировании жидкости. Также их появление практически всегда сопутствует процессам кипения. В этом случае капли могут появляться в результате гидродинамической неустойчивости больших объемов жидкости и их разрушения на многочисленные фрагменты.

Пусть рассматривается капля жидкости, лежащая на твердой поверхности. По мере приближения к критической точке, когда парообразование на границе раздела становится достаточно интенсивным, между каплей и подложкой пороговым образом появляется тонкий слой пара, который приводит к возникновению подъемной силы (рис. 1). Наличие стационарной прослойки пара между каплей и подложкой связано с тем, что нагрев капли становится настолько сильным, что этот пар не успевает покинуть пространство из под капли. Избыточное давление за счет пара поддерживает каплю в состоянии левитации. В результате того, что капля отрывается от подложки, происходит кризис теплопередачи, т.к. слой пара обладает значительно меньшей теплопроводностью, нежели жидкость. Этот эффект называется в литературе кризисом кипения.

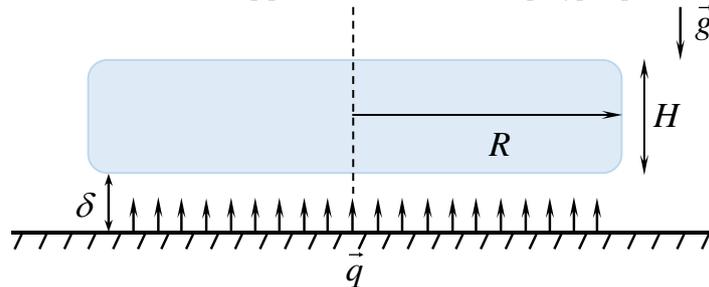


Рис. 1. Левитация капли за счет избыточного давления пара под ней;  $R$  – радиус капли,  $H$  – высота,  $\delta$  – высота, на которой парит капля,  $q$  – тепловой поток

Проведем описание состояния, когда капля за счет парообразования находится в подвешенном положении над гладкой поверхностью [2,3]. Рассчитаем общее давление под каплей, которое состоит из двух частей: парциальных давлений воздуха  $p_0$  и пара  $p'$ . Условие равновесия, проистекающее из равенства сил тяжести и избыточного давления, имеет вид:

$$mg = \frac{4}{3} \pi abc \rho_w g = p' \pi R^2. \quad (1)$$

Здесь объем капли вычисляется как для двухосного эллипсоида. В этом случае полуоси  $a = b = R$ , а  $2c = H$ ,  $\rho_w$  – плотность воды. В результате получаем давление пара под каплей, уравновешивающее силу тяжести:

$$p' = \frac{2}{3} H \rho_w g. \quad (2)$$

Теперь получим выражение для высоты  $\delta$ , на которой находится капля. Испарение с поверхности жидкости определяется формулой для плотности потока пара  $J$ , известной как закон Герца – Кнудсена. По определению плотность потока – это масса вещества, переносимая через единицу площади за единицу времени:

$$J = \frac{1}{S} \frac{dm}{dt}. \quad (3)$$

Здесь  $dm$  – это масса, переносимая через поверхность нижней части капли площадью  $S$  за время  $dt$ . В стационарных условиях количество пара, рождающееся в процессе испарения на нижней поверхности капли, и выходящее из под нее за единицу времени, должны быть равны. Выход пара происходит через боковую поверхность площадью  $2\pi R\delta$ , где  $\delta$  – высота этого ободка, а  $2\pi R$  – его длина. Скорость представим себе как расход некоторого флюида в результате просачивания пара через воздух как пористую среду под действием сформировавшегося

гося градиента давления. Иными словами, будем использовать закон Дарси, чтобы связать скорость истечения пара с градиентом давления. Значение динамической вязкости можно оценить с хорошей степенью точности из законов молекулярно-кинетической теории. Пусть для простоты при выходе пара из под капли у вектора скорости имеется только одна радиальная компонента. Тогда закон Дарси для радиальной компоненты скорости дает

$$v_r = -\frac{\kappa}{\eta} \frac{\partial p'}{\partial r}. \quad (4)$$

Здесь  $\kappa$  – проницаемость воздуха,  $\eta$  – динамическая вязкость пара. Домножим это равенство слева и справа на площадь ободка

$$2\pi R\delta \frac{dr}{dt} = -2\pi R\delta \frac{\kappa}{\eta} \frac{\partial p'}{\partial r}. \quad (5)$$

Слева имеем объем газа проходящий через боковую границу цилиндра высотой  $\delta$  за единицу времени. Отбросим знак минус в правой части равенства (5) и далее это соотношение будем рассматривать в контексте сравнения модулей входящих туда величин. Умножим левую и правую часть на плотность пара

$$\rho_v \frac{dV}{dt} = 2\pi R\delta \rho_v \frac{\kappa}{\eta} \frac{\partial p'}{\partial r}. \quad (6)$$

В результате получим выражение для переноса массы пара за единицу времени

$$\frac{dm}{dt} = 2\pi R\delta \rho_v \frac{\kappa}{\eta} \frac{\partial p'}{\partial r}. \quad (7)$$

Подставляя (7) в определение (3) получим равенство

$$J = \frac{2\pi\kappa R\delta \rho_v}{\eta S} \frac{\partial p'}{\partial r}. \quad (8)$$

Как известно, поток пара с поверхности жидкости зависит однозначно от ее температуры и описывается законом Герца – Кнудсена. А именно, в нашем случае  $J$  – это параметр задачи, являющийся функцией температуры и зависящий также от характеристик сред: испаряющейся жидкости и окружающего газа. Отсюда можно выразить искомую высоту на которой будет парить капля:

$$\delta = \frac{J\eta S}{2\pi\kappa R\rho_v} \frac{\partial p'}{\partial r}. \quad (9)$$

Производная  $\partial p'/\partial r$  вычисляется на поверхности ободка и для нее можно сделать оценку снизу как  $p'/R$ . Принимая во внимание, что площадь соприкосновения капли с подложкой равна  $S = \pi R^2$ , окончательно с учетом (2) получаем:

$$\delta = \frac{J\eta R^2}{2\kappa\rho_v p'} = \frac{3J\eta R^2}{4\kappa\rho_v H\rho_w g}. \quad (10)$$

Вполне закономерно толщина паровой прослойки  $\delta$  пропорциональна плотности потока пара  $J$  и обратно пропорциональна толщине капли  $H$ .

Формула (9) и ее упрощенный вариант (10) не позволяют напрямую вычислить искомую величину  $\delta$ . Дело в том, что плотность потока пара с поверхности жидкости сильно зависит от плотности несущего газа, в который происходит испарение, и концентрации пара в приповерхностном слое. В том числе распределение паров воды под каплей зависит от высоты, на которой капля находится.

В результате имеется фильтрация водяного пара через несущий газ, роль которого играет воздух. Будем предполагать, что в рассматриваемых условиях помимо диффузионного присутствует дополнительный конвективный механизм переноса. Общее уравнение транспорта примеси и несущего газа как сплошной среды с учетом этого фактора записывается в виде:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{V}\nabla)C = D\Delta C, \quad (11)$$

где  $\vec{V}$  – макроскопическая (массовая) скорость физически малого элемента газа,  $C$  – массовая концентрация. Вычислив распределение концентрации водяного пара, несложно восстановить поле давления [4].

Как уже отмечалось ранее, система самосогласована в том смысле, что чем сильнее парообразование, тем выше капля должна находиться и это должно отражаться на распределении давления. Однако это в свою очередь должно иметь ответное влияние на процесс испарения. Иными словами, в системе имеется обратная связь. Проведем итерационную задачу, которая включает следующие этапы: 1) задание  $\delta$  (начальной высоты); 2) вычисление методом конечных разностей поля давления под каплей; 3) вычисление плотности потока  $J$  с поверхности капли и производной от давления на открытой границе расчетной области; 4) определение нового значения  $\delta$  для имеющихся  $J$  и  $\partial p'/\partial r$ . А именно, фактически находятся корни неявной функциональной зависимости

$$f(\delta) = \frac{J\eta S}{2\pi\kappa R\rho_{\text{п}} \frac{\partial p'}{\partial r}} - \delta. \quad (12)$$

В нашем случае нет необходимости во временной оптимизации процедуры, поэтому корни вычисляются простейшим и надежным методом половинного деления.

Расчет поля давления (второй этап) производится на основе эволюционного уравнения при выставленных граничных условиях. Численное моделирование производится методом конечных разностей в соответствии с явной схемой [5]. Стационарный режим испарения находится методом установления. Использовалась разностная схема первого порядка точности по времени с шагом “вперед”. Диффузионное слагаемое в уравнение расписывалось в соответствии с формулами второго порядка точности. Конвективное (квадратичное по градиенту давления) слагаемое аппроксимировалось конечными разностями первого порядка точности “против потока”. Шаг по времени подбирался из соображений устойчивости численной схемы в соответствии с оценочной формулой [5] (критерий Куранта). Количество узлов по радиальной и аксиальной координатам выбирался равным  $N_1 = 141$ ,  $N_2 = 35$ .

### Результаты численного моделирования и обсуждение

Расчеты показывают, что установление давления под каплей происходит за время порядка 0.1 мс. За это же время имеет место выход на стационарный режим испарения, интенсивность которого характеризуется плотностью потока пара (рис. 2).

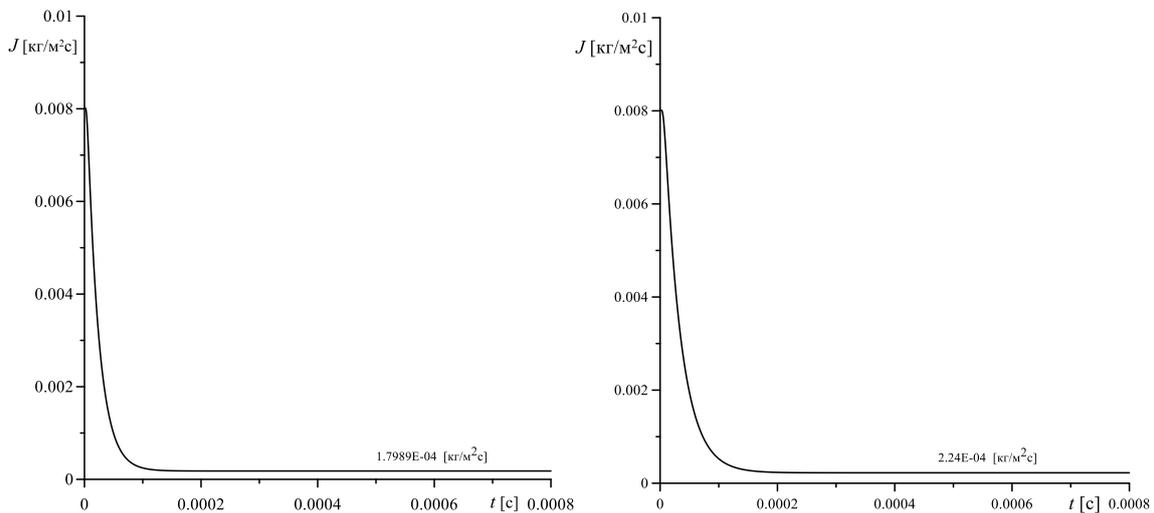


Рис. 2. Плотность потока пара для разных значений параметра  $D_c$ ; слева –  $0.53 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{Па}\cdot\text{с}$ , справа –  $0.63 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{Па}\cdot\text{с}$

Результаты численного моделирования получены для следующих значений параметров: радиус капли  $R = 1.36 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ , коэффициент диффузии  $D = 4.9 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ . Расчет дает высоту, на которой должна находиться капля  $\delta = 6 \cdot 10^{-5} \text{ м}$ . Характерное распределение давления пара под каплей представлено на рис. 3.

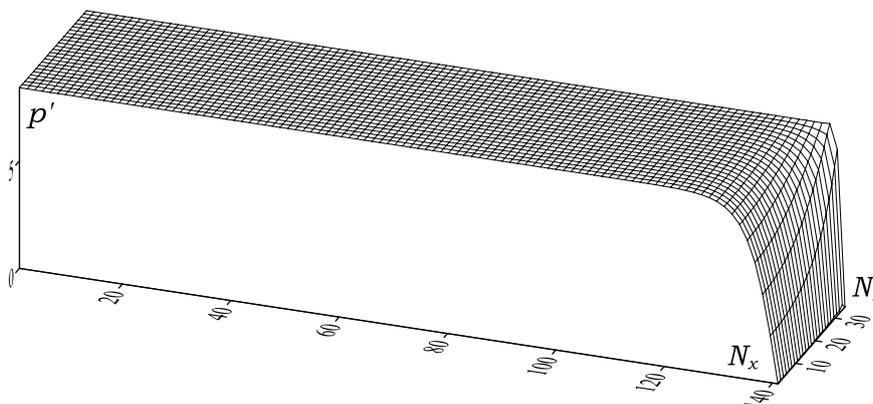


Рис. 3. Поле давления под каплей для  $D_c = 0.53 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{Па}\cdot\text{с}$

Как видно из рис. 3 пар занимает практически равномерно все пространство под каплей. И давление резко понижается до атмосферного только на выходе из под капли. С другой стороны, необходимо отметить, что хотя визуально это незаметно, но, тем не менее, имеется количественная разница в давлении строго под каплей и на подложке. Как и должно быть на поверхности капли давление чуть больше, чем вблизи подложки.

В заключение заметим, что представленная физико-математическая модель справедлива для испарения капли чуть ниже точки кипения. Взрывное парообразование в результате фазового перехода первого рода остается за рамками рассматриваемой модели.

### Список литературы

- [1] Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат. 1979. – 416 с.
- [2] Ajaev V.S., Kabov O.A. Levitation and self-organization of droplets // *Annual Review of Fluid Mechanics*. 2021.53:203-25. <https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-030620-094158>.
- [3] Vakarelski I.U., Patankar N.A., Marston J.O., Chan D.Y.C., Thoroddsen S.T. Stabilization of Leidenfrost- vapour layer by textured superhydrophobic surfaces // *Nature*. 2012.489:274-77.
- [4] Демин В.А., Демина Т.В., Марышев Б.С. Физико-математическая модель переноса газообразного кремния в ходе высокотемпературного силицирования углеродных композитных материалов // *Вестник Пермского университета. Физика*. 2022. № 3, с. 48-55.
- [5] Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989. – 616 с.