



ISSN: 2658–5782

Номер 1

2024

МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

mfs.uimech.org





Research of numerical indicators for the development of the Asselskaya area of Orenburg oil and gas condensate field using the material balance method

A.E. Fetisov, R.S. Khatmullina

Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russia

E-mail: andreyfetisov200026@mail.ru

The purpose of this work is to analyze and forecast the development indicators of the Assel deposit of Orenburg oil and gas condensate field. To complete this task, a large amount of data is required, which was obtained from the technological development project. The calculation is performed using a program written in the Python programming language. The variables for the material balance equation are given, some of them are calculated using intermediate formulas. The average values of the parameters over the last 15 years of development were chosen as the optimized parameters, since small amounts of cumulative production in the first years of development can lead to a significant error in the calculation of the material balance equation. Also, a comparison was made of the estimated forecast for the development of the Assel deposit with the forecast, according to the state plan, presented in the field development project. The comparison was made on the main parameters: cumulative oil production, annual oil production, oil recovery factor and water cut. For a visual comparison of the calculated parameters, dependency graphs are presented that reflect the forecast made by the material balance method, as well as the forecast based on the data of the state plan. The difference in the behavior of the curves shown on the graphs can be explained by the inaccuracy of the parameters describing the reservoir, as well as the inaccuracy of determining the initial recoverable reserves. This is also affected by the difference in reservoir drawdowns for injection and production wells, proposed in the state plan and in the forecast. Of course, the inaccuracy of the injectivity and productivity coefficients of wells, which were selected based on the estimated volumes of water injection and oil production, also affects. Based on the calculation performed, it can be concluded that it is expedient to further exploit the Asselskaya area of Orenburg oil and gas condensate field with the introduction of a reservoir pressure maintenance system until 2079. According to the forecasts, the water cut equal to 96% will be achieved in 2079, while the oil recovery factor will be 0.427.

Keywords: production analysis, material balance, production and injection forecast, reservation pressure dynamics, displacement characteristics

1. Introduction

Currently, Orenburg oil and gas condensate field is in the stage of declining oil and gas production, which is due to the extremely intensive rates of fluid withdrawal in the early stages of development. In this regard, the problem of forecasting further production is more relevant than ever. Due to the long history of field operation, we have a large amount of data [1–3], that allows us to adapt the mathematical model to real conditions, as well as to build a forecast for further operation, including using modern methods of maintaining reservoir pressure [4–6].

The purpose of this work is to analyze and forecast the development indicators of the Assel deposit of Orenburg oil and gas condensate field. To complete this task, a large amount of data is required, it was obtained from the Technological Development Project [1]. The calculation is performed using a program written in the Python programming language [7]. The variables for the material balance equation are given in Table 1, some of them are calculated using intermediate formulas.

2. The material balance method and numerical results

The coefficient m , which is the ratio of the volumes of gas and oil in the reservoir, was found as the quotient of the initial oil and gas grades multiplied by the average oil and gas saturation coefficients.

The coefficients S_{wio} and S_{wig} are found as the difference between unity and the average coefficient of initial oil and gas saturations, respectively.

First of all, to create a material balance model, it is necessary to calculate the coefficients that depend on pressure, such coefficients are: B_o , B_g , B_w , R_{so} .

After calculating the model coefficients, the remaining coefficients B_t , $B_{gc} = B_g$, B_w , B_{tw} .

The values of the coefficients B_{oi} , B_{gi} , B_{wi} , R_{soi} , respectively, are the knowledge of the coefficients B_o , B_g , B_w , R_{so} for the zero year of operation (the letter "i" means initial conditions).

Having calculated all the necessary coefficients for

Table 1. Limits of adaptable parameters

Adaptable Parameter	Border (Multiplier)	
	Lower limit (in. units)	Upper limit (in units)
Reservoir pressure (P_r)	0.99	1.01
Initial recoverable reserves (N_{calc})	0.9	1.2
Reservoir compressibility factor (cf)	0.001	100
The ratio of the volume of gas to the volume of oil in the reservoir (m)	0.5	1.1

each of the years of operation of the field (1984–2011), we can make the final equation of the material balance, solved with respect to the N numbers of initial reserves. Thus, when comparing the obtained values of the equation and the actual values of N given in the development project, we can verify the correctness of our reservoir model.

In order to run the model, the program needs input data that includes years of production, reservoir pressure, and oil, associated gas, and water production. A table is compiled in Excel from these values and connected to the material balance model [8].

Having received a table for the initial reserves N , we can observe the deviation from the indicators presented in the Technological Development Design. These deviations can be explained by the inaccuracy in determining the coefficients m , cf , as well as inaccurate measurements of reservoir pressures. To solve this problem and correctly adapt the model, the following method is proposed.

We obtained in [9] the values of the above parameters, which allow us to minimize the error, thereby adapting the model under consideration to real conditions. The following limits of adaptable parameters were used in the work (Table 1).

To minimize the material balance error, the optimize.minimize function of the SciPy library was used, using the L-BFGS-B method (The BFGS-B method, an iterative numerical optimization method, is named after its researchers: Broyden, Fletcher, Goldfarb, Shanno. It is the so-called quasi-Newtonian method. Unlike Newtonian methods, the quasi-Newtonian methods do not directly calculate the Hessian of the function, i.e. there is no need to find second-order partial derivatives. So, the Hessian is calculated approximately from the steps taken so far), because this method allows you to optimize the function in the presence of boundary conditions for the adapted parameters.

As a result of optimization the following values of the considered parameters were obtained (Table 2).

The dependence of recoverable reserves on the year of operation as well as the graph of the decline in calculated and actual reservoir pressures are shown in Fig. 1 and Fig. 2, respectively.

The average values of the parameters over the last 15 years of development were chosen as the optimized parameters, since small amounts of cumulative production in the first years of development can lead to a significant error in the calculation of the material balance equation.

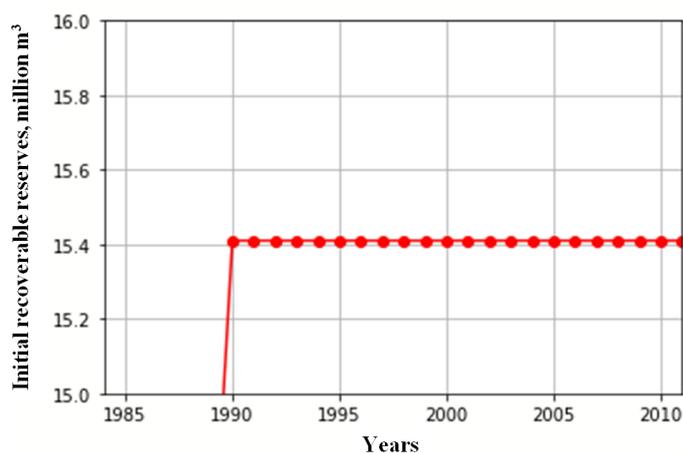


Figure 1. Dependence of recoverable reserves on the year of operation

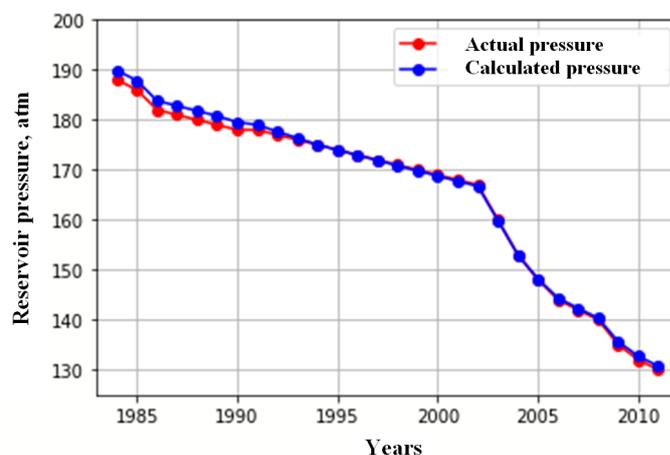


Figure 2. Graph of the drop in calculated and actual reservoir pressures

Based on the foregoing, the material balance model can be considered tuned, since it describes the development history and the formation fluid displacement mechanism with satisfactory accuracy. The next stage of the calculation part of the work is the forecasting of the field development.

For a more correct and accurate development forecast, it is necessary to set parameters that would fully reflect the process of fluid displacement from the reservoir. To do this, it is necessary to calculate the oil recovery factor from the reservoir. By comparing the calculated and actual coefficients, we will be able to adjust the mathematical model of

Table 2. A result of optimization of the parameters

Reservoir pressure (atm)	Initial recoverable reserves (million m ³)	Compressibility factor (1/atm), ×10 ⁵	The ratio of the volume of gas to the volume of oil in the reservoir (units)
189.8	13.9	0.5	0.143526
187.8	13.9	0.5	0.143526
183.8	13.9	0.5	0.143526
182.8	13.9	0.5	0.143526
181.	13.9	0.5	0.143526
180.7	14.4	0.5	0.143526
179.5	15.4	0.434	0.163165
178.9	15.4	1.399732	0.206502
177.6	15.4	2.549454	0.233183
176.3	15.4	4.020333	0.258903
175.1	15.4	4.791520	0.281062
173.9	15.4	14.68	0.287615
172.9	15.4	27.2	0.288339
171.9	15.4	38.94	0.289020
170.9	15.4	50.9	0.289716
169.8	15.4	60.95	0.290296
168.8	15.	71.54	0.290910
167.7	15.4	80.1	0.291406
166.7	15.4	87.64	0.291844
159.9	15.4	46.92	0.289477
152.9	15.4	13.52	0.287545
148.2	15.4	4.43	0.270583
144.4	15.4	3.76	0.251325
142.3	15.4	3.85	0.254087
140.3	15.4	3.79	0.252464
135.6	15.4	2.67	0.220127
132.7	15.4	2.24	0.208423
130.7	15.4	2.15	0.205257

the reservoir to the historical development data [10, 11].

To calculate the recovery factor, it is necessary to know the characteristics of oil displacement by water. An extremely important parameter in the construction of displacement characteristics is the relative phase permeability. To find it, a calculation was performed based on the data presented in the development project [1] (Table 3).

We obtained the best approximation of the model curves to the experimental data obtained by the Corey power model [9] (Fig. 3).

Having got the values of the relative phase permeabilities, we find the values of the Buckley-Leverett function, as well as the theoretical oil recovery factor.

Now let's find the actual oil recovery factor using field production data. Comparing the actual and theoretical oil recovery factor, we find an unsatisfactory convergence of the results. In order to optimize the actual and theoretical oil recovery factors, we will adapt the parameters *nw* and *no* to the watering history. As a result, we get the following plot of water cut versus oil recovery factor (ORF) (Fig. 4). The convergence of the results is satisfactory.

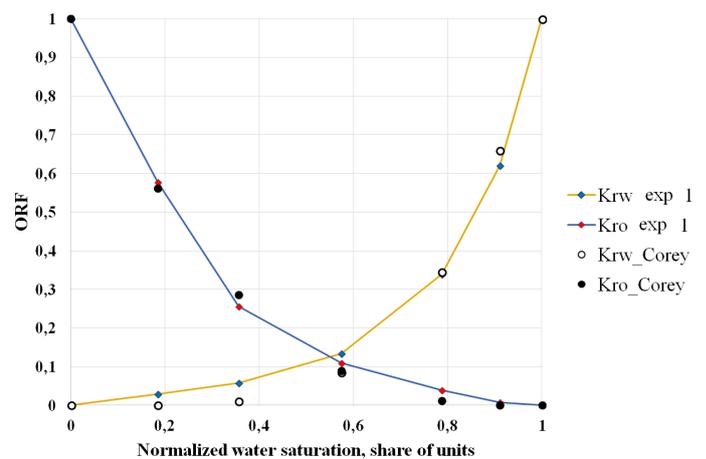


Figure 3. Relative phase permeability curves

The calculation of the field development forecast will be carried out based on the first (basic) forecasting option presented in the technological development project. This option provides for the drilling of 10 additional production

Table 3. Relative phase permeabilities for oil and water

Pore space water saturation, S_w	Relative phase permeability for water, K_w	Relative phase permeability for oil, K_{oil}
0.178	0.000	1.000
0.26	0.008	0.577
0.337	0.016	0.256
0.434	0.037	0.11
0.529	0.094	0.039
0.584	0.172	0.008
0.624	0.277	0.000

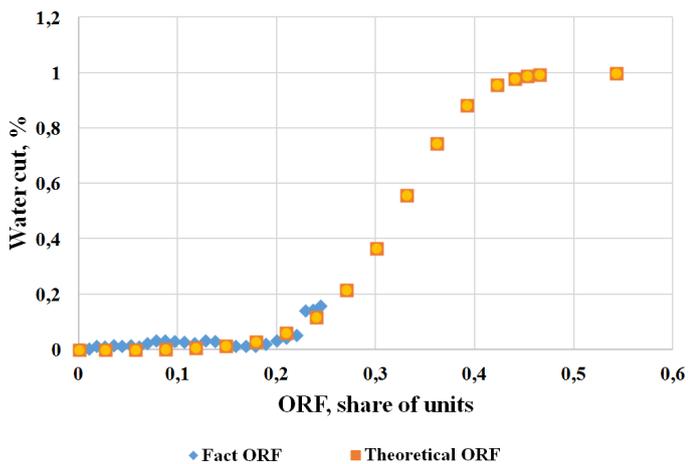


Figure 4. Graph of dependence of water cut on oil recovery factor

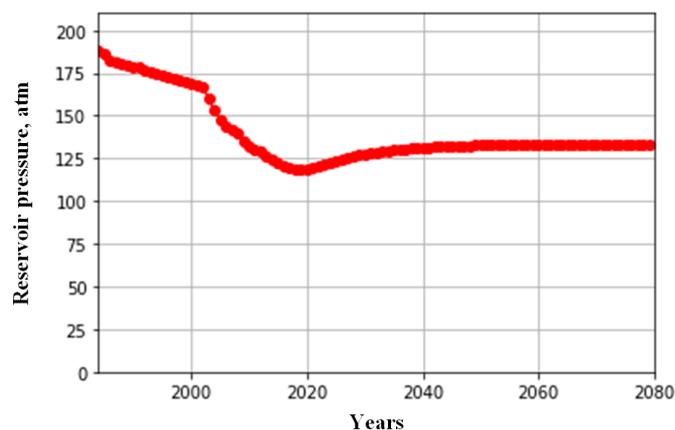


Figure 5. Reservoir values

wells, as well as the transfer of 15 previously producing wells for injection, the maximum oil production is 160 thousand tons, the volume of water injection ranges from 21 to 388 thousand m^3 per year, the average daily injection is from 56 to 1063 m^3 , the average injectivity of wells varies from 28 to 91 m^3 per day. The forecast is carried out until the production water cut reaches 98%.

Calculation of relative permeability for oil and water was carried out based on the adapted parameters n_o and n_w for the development history.

The number of production and injection wells corresponds to the first development option. Productivity and injectivity coefficients are accepted as corresponding to the dynamics of annual withdrawals and fluid injection.

Since wells are operated using the periodic gas lift method, for predictive calculations, a constant fluid flow rate was taken as a boundary condition for production wells, and a constant bottom hole pressure for injection wells.

The values of reservoir pressures, cumulative oil production, and annual oil production are presented in Fig. 5–7 respectively.

Also, a comparison was made of the estimated forecast for the development of the Assel deposit with the forecast, according to the state plan, presented in the field development project. The comparison was made on the main parameters: cumulative oil production, annual oil production, oil recovery factor and water cut.

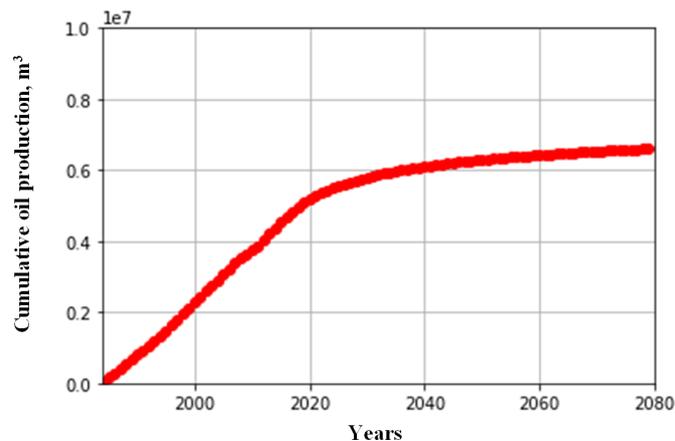


Figure 6. Cumulative oil production values

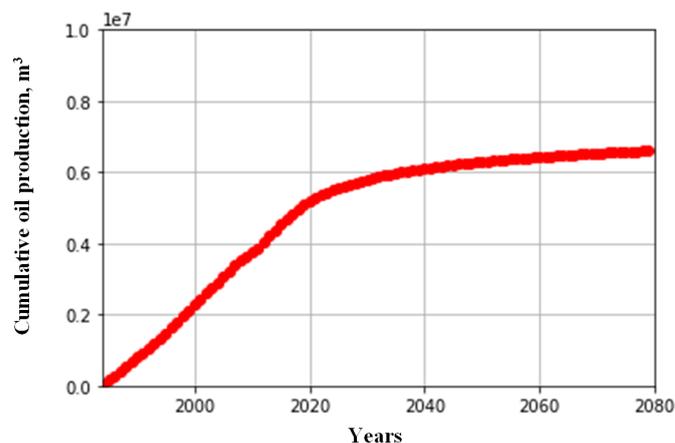


Figure 7. Values of annual oil production

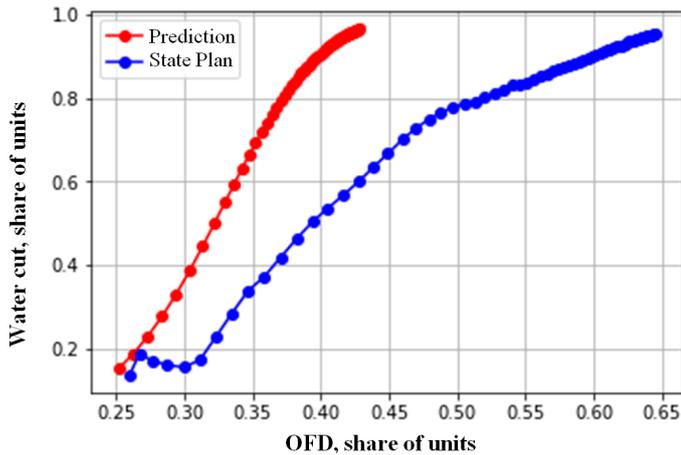


Figure 8. Water cut

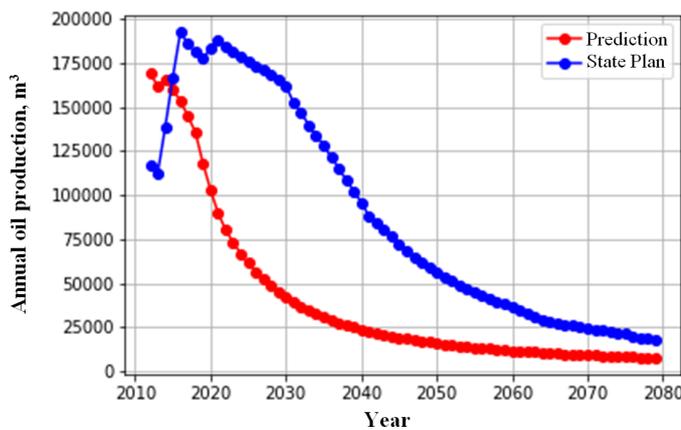


Figure 9. Annual oil production

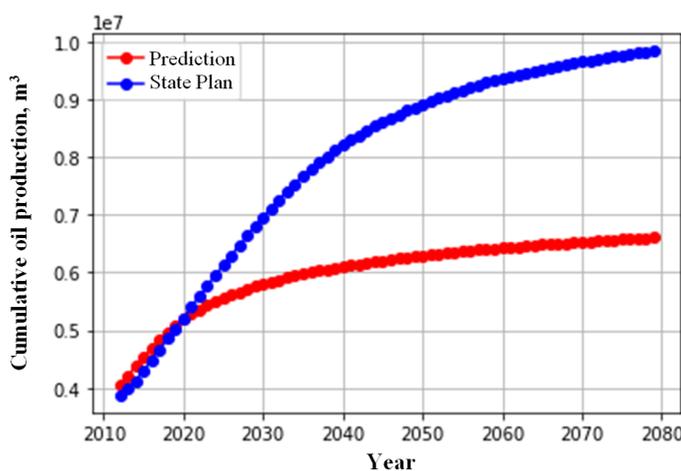


Figure 10. Cumulative oil production

For a visual comparison of the calculated parameters, we will present dependence graphs that reflect the forecast made by the material balance method, as well as the forecast based on data from the state plan (Fig. 8–10).

The difference in the behavior of the curves depicted in the graphs can be explained by the inaccuracy of the parameters describing the reservoir, such as cf , m , as well as the inaccuracy of determining the initial recoverable reserves.

This is also influenced by the difference in drawdown for the reservoir for injection and production wells, proposed in the state plan and in the forecast. Of course, the inaccuracy of the injectivity and productivity coefficients of wells, which were selected based on the estimated volumes of water injection and oil production, respectively, also has an impact.

It should be noted that the development forecast made in accordance with the state plan takes into account additional oil reserves below the oil-water contact and above the gas-water contact, which are not listed on the state balance sheet. In the author’s calculation, performed by the material balance method, when adapting the model from 1984 to 2011, additional reserves are not confirmed. For this reason, the recovery factor achieved in the calculation (0.428 with a water cut of 96.6%) corresponds to the design recovery factor equal to 0.439, in contrast to the recovery factor according to the state plan (0.645).

3. Conclusions

Based on the calculation performed, it can be concluded that it is expedient to further exploit the Asselskaya area of Orenburg oil and gas condensate field with the introduction of a reservoir pressure maintenance system until 2079.

According to the forecasts, the water cut equal to 96% will be achieved in 2079, while the oil recovery factor will be 0.427.

The development forecast, made in accordance with the state plan, takes into account additional oil reserves below the oil-water contact and above the gas-water contact, which are not listed on the state balance sheet. Our calculation, performed by the material balance method, when adapting the model from 1984 to 2011, additional reserves are not confirmed. For this reason, the recovery factor achieved in the calculation (0.428 with a water cut of 96.6%) corresponds to the design recovery factor equal to 0.439, in contrast to the recovery factor according to the state plan (0.645).

References

- [1] [Technological project for the development of ONGCM] Tekhnologicheskii proyekt razrabotki ONGKM. Orenburg: LLC VolgoUralNIPIgaz, LLC Gazprom dobycha Orenburg. 2012. (in Russian)
- [2] Bulygin D.V., Engels A.A. [Analysis of the structure of residual oil reserves for carrying out geological and technical measures]. Interval [Interval]. 2007. No. 11(106). Pp. 6–11. (in Russian)
- [3] Gray Forest. Petroleum Production in Nontechnical Language. PennWell Books. 1995. 288 p.
- [4] Abidov D.G., Kamartdinov M.R. [The material balance method as a primary tool for assessing the indicators of the development of a field site during waterflooding] // Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering [Izvestiya tomskogo politekhnicheskogo universiteta. Inzhiniring georesursov]. 2013. Vol. 322, No. 1. Pp. 91–96. (in Russian)
EDN: pvlhvt
- [5] Fanci J.R., Christiansen R.L. Introduction to oil production technology. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons. 2009. 290 p.
- [6] Aziz K., Settari A. Petroleum Reservoir Simulation. Springer Netherlands. 1979. 476 p.

- [7] Geron A. Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn, Keras, and TensorFlow. Concepts, Tools, and Techniques to Build Intelligent Systems. O'Reilly Media, Inc. 2019. 510 p.
- [8] Lutz M. Learning Python, 4th edition. O'Reilly Media, Inc. 2009. 1214 p.
- [9] Fetisov A.E. [Development analysis, material balance, production and injection forecast, reservoir pressure dynamics, PVT correlations, displacement characteristics] Analiz razrabotki, material'nyj balans, prognoz dobychi i zakachki, dinamika plastovogo davleniya, PVT korrelyatsii, kharakteristika vytesneniya. Bachelor's Thes. Ufa. 2022. 73 p. (in Russian).
- [10] Mishchenko I.T. [Calculations in the production of oil and gas] Raschety pri dobyche nefti i gaza. Moscow: Izd-vo «NEFT' i GAZ» RGU nefti i gaza im. I.M. Gubkina. 2008. 296 p. (in Russian).
- [11] Dake L.P. Fundamentals reservoir engineering. Amsterdam-London-New York-Tokyo: ELSEVIER, 1978. 498 p.

Information about the Authors

Andrey Eduardovich Fetisov

Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russia
andreyfetisov200026@mail.ru

Rimma Salavatovna Khatmullina

Ph.D. (Phylology)
Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russia
rimma_h@bk.ru



<http://mfs.uimech.org/mfs2024.1.002>

DOI: 10.21662/mfs2024.1.002

УДК / UDC: 532.5, 51-72

Получена / Received: 16.02.2024

Принята / Accepted: 26.03.2024



Теоретический анализ линейных колебаний пузырьков в полидисперсном кластере

Э.Ш. Насибуллаева

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Динамика одиночного пузырька в безграничной жидкости существенно отличается от динамики индивидуального пузырька в скоплениях из-за гидродинамического взаимодействия между пузырьками. Изучение механизма данного взаимодействия является одним из важных аспектов в исследовании фундаментальной природы акустической и гидродинамической кавитации. В настоящей работе для анализа малых колебаний пузырьков в сферическом кластере около устойчивого положения равновесия применена математическая теория линейной консервативной системы с несколькими степенями свободы с целью объяснения механизма взаимодействия между пузырьками разных размеров. С помощью данной теории в общем случае доказано, что число резонансных частот в полидисперсном кластере совпадает с числом фракций. Показано, что области главного резонанса (при низких частотах) пузырьки разных фракций колеблются в фазе, а в областях вторичных резонансов (при высоких частотах) фазы последовательно меняются на противоположные, начиная с фракции, содержащей пузырьки самого большого радиуса, и далее – в порядке его убывания. На примере двухфракционного кластера получено, что между пузырьками имеет место инерциальная связь, а силовая связь отсутствует; при малом числе пузырьков одной из фракций связь между ними и пузырьками другой фракции является слабой, при этом взаимодействие между ними может быть сильным. Анализ передачи энергии между пузырьками разных фракций показал, что изменение характера колебания пузырьков во фракции с малым радиусом, в то время как характер колебания пузырьков в другой фракции не меняется, является результатом динамического демпфирования.

Ключевые слова: пузырьковый кластер, амплитудно–частотные характеристики, линейная консервативная система с несколькими степенями свободы, собственная частота колебаний, резонанс, парциальная система, динамическое демпфирование

Работа выполнена при поддержке средствами госбюджета по госзаданию 124030400064-2 (FMRS-2024-0001)

Theoretical analysis of linear oscillations of bubbles in a polydisperse cluster

E.Sh. Nasibullaeva

Mavlyutov Institute of Mechanics UFRC RAS, Ufa, Russia

The dynamics of a single air bubble in an unbounded liquid are significantly different from the dynamics of an individual bubble in clusters due to the hydrodynamic interaction between the bubbles. Studying the mechanism of this interaction is one of the important aspects in the study of the fundamental nature of acoustic and hydrodynamic cavitation. In this work, to analyze small oscillations of bubbles in a spherical cluster near a stable equilibrium position, the mathematical theory of a linear conservative system with several degrees of freedom is applied to explain the mechanism of interaction between bubbles of different sizes. Using this theory, in the general case, it has been proven that the number of resonance frequencies in a polydisperse cluster coincides with the number of fractions. It is shown that in the regions of the main resonance (at low frequencies) bubbles of different fractions oscillate in phase, and in the regions of secondary resonances (at high frequencies) the phases successively change to the opposite, starting with the fraction containing bubbles of the largest radius, and further changing in order of decreasing. Using the example of a two-fraction cluster, it was found that there is an inertial connection between the bubbles, but there is no force connection; when the number of bubbles of one of the fractions is small, the connection between them and the bubbles of the other fraction is weak, while the interaction between them can be strong. An analysis of the energy transfer between bubbles of different fractions showed that the change in the nature of bubbles oscillations in the fraction with a small radius, while the nature of vibration of bubbles in the other fraction does not change, is the result of dynamic damping.

Keywords: bubble cluster, amplitude-frequency characteristics, linear conservative system with several degrees of freedom, natural frequency of oscillations, resonance, partial system, dynamic damping

1. Введение

Динамика одиночного пузырька в безграничной жидкости существенно отличается от динамики отдельного пузырька в скоплениях (называемых в литературе облаком пузырьков или пузырьковым кластером) из-за гидродинамического взаимодействия между пузырьками. Исследование механизма данного взаимодействия является одним из важных аспектов в изучении фундаментальной природы акустической и гидродинамической кавитации.

Все теоретические работы, основанные на предположении тепловой природы кавитации, можно разделить на две группы по применяемым в их исследованиях подходам (см., например, [1]):

- анализ макроскопического движения пузырькового кластера путем осреднения уравнений сохранения импульса и массы жидкости и газа, когда смесь жидкости и газовых пузырьков рассматривается как сплошная среда;
- анализ микроскопических движений индивидуальных пузырьков в кластере.

В рамках первого подхода одними из первых были разработаны теории [2, 3], аналогичные теориям для однофазных сжимаемых жидкостей, в которых эффекты динамики индивидуального пузырька не включены, что не позволяло изучить механизм коллективного взаимодействия пузырьков в кластере. Поэтому позднее были разработаны более общие модели течения дисперсионной двухфазной смеси [4–7], включающие эффекты динамики пузырька, сжимаемости жидкости и относительное движение с помощью осреднения уравнений сохранения по объему или по времени для каждой отдельной фазы. Одной из первых работ, где основное внимание было сфокусировано не на пузырьковых жидкостях, а непосредственно на динамике пузырьковых кластеров (то есть когда пузырьки сосредоточены в конечном объеме жидкости, а не находятся по всему ее объему), была работа [8]. В данной работе уравнения осреднялись по пространству и система замыкалась уравнением Рэлея–Плессета, описывающего динамику индивидуальных пузырьков. Проведен анализ коллапса большого числа пузырьков близких к гладкой стенке, и установлено, что возрастание давления около стенки является результатом эффекта взаимодействия. В работах [9–11] была предложена идея совместного коллапса кавитационных пузырьков: коллапс облака пузырьков вызывает образование ударной волны, которая распространяется внутрь скопления. В работе [12] предложено новое уравнение типа Рэлея–Плессета, учитывающее наличие других пузырьков, для прогнозирования динамики пузырьков кластера в сжимаемой жидкости. Линеаризованная или слабо-нелинейная динамика сферического пузырькового облака была исследована в работах [13–17].

При втором подходе основным объектом исследования являлось взаимодействие пузырьков в скопле-

ниях и, как правило, численные исследования ограничивались рассмотрением небольшого числа пузырьков, расположенных в конкретных конфигурациях [18–26]. Модели большого количества взаимодействующих пузырьков, произвольно расположенных в кластере, представлены в работах [1, 27–31]. В исследованиях [27, 28] взаимодействия пузырьков рассматривались с точностью до первого порядка по расстоянию между пузырьками. В [29, 30] изучалось взаимодействие между пузырьками при гидродинамической кавитации. В работах [1, 31, 32] была предложена математическая модель сферического пузырькового кластера при акустическом воздействии. Моделирование осуществлялось при следующих предположениях: размер кластера мал по сравнению с длиной акустической волны (давление внутри кластера является однородным); газовые пузырьки подвергаются адиабатическому сжатию и совершают сферически-симметричные радиальные движения; в системе газовые пузырьки-жидкость отсутствуют процессы тепло- и массопереноса. Тогда в соответствии с данной моделью полидисперсный кластер рассматривался как большая капля, содержащая жидкость и большое количество микропузырьков разных размеров, а пузырьки в кластере условно разбивались на конечное число фракций, где каждая фракция характеризовалась начальным радиусом пузырька. Обоснование математической модели, а также ее границы применимости представлены в работе [1].

В общем виде система уравнений, описывающая колебания индивидуальных пузырьков в полидисперсном (многофракционном) кластере и самого кластера, имеет вид [31]:

$$\begin{aligned} R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 &= \frac{p_c - p_I}{\rho_l} + \frac{R}{\rho_l C_l} [\dot{p}_c - \dot{p}_I], \\ a_i\ddot{a}_i + \frac{3}{2}\dot{a}_i^2 &= \frac{p_{ai} - p_c}{\rho_l}, \\ \sum_{i=1}^n N_i a_i^2 \dot{a}_i &= R^2 \dot{R}, \\ p_{ai} &= \left(p_0 + \frac{2\sigma}{a_{0i}} \right) \left(\frac{a_i}{a_{0i}} \right)^{-3\gamma} - \frac{2\sigma}{a_i} - \frac{4\mu\dot{a}_i}{a_i}, \\ p_I &= p_0 - \Delta P \sin(\omega t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $i = 1, 2, \dots, n$; n — число фракций с различными начальными радиусами пузырьков a_{0i} ; $R = R(t)$ — радиус кластера; $a_i = a_i(t)$ — радиус пузырька в i -й фракции; $p_c = p_c(t)$ — давление жидкости в кластере; p_I — внешнее давление; p_{ai} — давление газа около стенки пузырька i -й фракции; ρ_l — плотность жидкости; C_l — скорость звука в жидкости; N_i — число пузырьков в i -й фракции; p_0 — начальное давление в жидкости; σ — коэффициент поверхностного натяжения; γ — показатель адиабаты; μ — коэффициент динамической вязкости жидкости; ΔP — амплитуда внешнего давления; ω — угловая частота и t — время. Точка над переменной обозначает производную по времени.

В настоящей работе аналитически изучается динамика сферических пузырьков в полидисперсном кластере в случае малых колебаний пузырьков на основе математической модели, представленной в работах [1, 31, 32]. Математическая теория линейной консервативной системы с несколькими степенями свободы [33] применяется к анализу колебаний пузырьков в кластере около устойчивого положения равновесия с целью объяснения механизма взаимодействия между пузырьками разных размеров.

2. Амплитудно-частотные характеристики

Амплитудно-частотные характеристики для случая монодисперсного кластера ($n = 1$) представлены в работе [34], а для полидисперсного кластера ($n > 1$) — в [31]. В настоящей работе приведем основные формулы.

При линеаризации системы уравнений (1) предполагается, что параметры a_i ($i = 1, 2, \dots, n$), R , p_c , p_l мало отклоняются от своих начальных значений [1, 31]:

$$\begin{aligned} a_i &= a_{0i} + \tilde{a}_i \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad R = R_0 + \tilde{R}, \\ p_c &= p_0 + \tilde{p}_c, \quad p_l = p_0 + \tilde{p}_l, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\tilde{a}_i = \tilde{a}_i(t)$, $\tilde{R} = \tilde{R}(t)$, $\tilde{p}_c = \tilde{p}_c(t)$, $\tilde{p}_l = \tilde{p}_l(t)$ — функции малых отклонений от равновесных значений. Подставляя (2) в систему уравнений (1), получим линеаризованную систему:

$$\begin{aligned} \ddot{\tilde{a}}_i + \frac{4\mu}{\rho_l a_{0i}^2} \dot{\tilde{a}}_i + \frac{1}{\rho_l a_{0i}^2} \left[3\gamma p_0 + \frac{2\sigma}{a_{0i}} (3\gamma - 1) \right] \tilde{a}_i = \\ = -\frac{\tilde{p}_c}{\rho_l a_{0i}}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} R_0 \ddot{\tilde{R}} &= \frac{1}{\rho_l} [\tilde{p}_c - \tilde{p}_l] + \frac{R_0}{\rho_l C_l} [\tilde{p}_c - \tilde{p}_l], \\ \sum_{i=1}^n N_i a_{0i}^2 \ddot{\tilde{a}}_i &= R_0^2 \ddot{\tilde{R}}. \end{aligned} \quad (4)$$

Амплитудно-частотные характеристики для каждой фракции пузырьков в общем случае определяются по формуле

$$\left| \frac{\tilde{A}_{a_i}}{\tilde{A}_{p_l}} \right| = \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (5)$$

где $\tilde{A}_{a_i} = A_{a_i}/a_{0i}$, $\tilde{A}_{p_l} = A_{p_l}/p_0$ — безразмерные параметры; A_{a_i} , A_{p_l} — амплитуды отклонения от равновесных значений функций \tilde{a}_i , \tilde{p}_l ; x_i , y_i — неизвестные, являющиеся решениями системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} d_i x_i - e_i y_i + \sum_{j=1, j \neq i}^n (f_j x_j - g_j y_j) = -(1 + \theta^2), \\ e_i x_i + d_i y_i + \sum_{j=1, j \neq i}^n (g_j x_j + f_j y_j) = 0 \end{cases}$$

($i = 1, 2, \dots, n$) с действительными коэффициентами, определяемыми следующими выражениями:

$$\begin{aligned} d_k &= \Gamma_k - \theta^2 ((\alpha_{1k} + \alpha_{2k})\tilde{C}^2 - \Gamma_k) - \theta^4 \alpha_{1k} \tilde{C}^2, \\ e_k &= \theta (\tilde{C}\tilde{\mu} + \theta^2 (\tilde{C}\tilde{\mu} + \alpha_{2k} \tilde{C}^2)), \\ f_k &= -\theta^2 \alpha_{2k} \tilde{C}^2, \\ g_k &= \theta^3 \alpha_{2k} \tilde{C}^2. \end{aligned}$$

Здесь введены безразмерные величины:

$$\begin{aligned} \Gamma_i &= 3\gamma + 2\sigma(3\gamma - 1)/(a_{0i} p_0), \quad \theta = \omega R_0 / C_l, \\ \alpha_{1i} &= a_{0i}^2 / R_0^2, \quad \alpha_{2i} = N_i a_{0i}^3 / R_0^3, \quad \tilde{C} = C_l / \sqrt{p_0 / \rho_l}, \\ \tilde{\mu} &= 4\mu / (p_0 t_0), \quad t_0 = R_0 / \sqrt{p_0 / \rho_l}, \end{aligned}$$

где $i = 1, 2, \dots, n$. Параметр α_{1i} выражает отношение площадей поверхности пузырька в i -й фракции и кластера, а α_{2i} — концентрацию пузырьков i -й фракции в кластере соответственно.

На рис. 1 представлены амплитудно-частотные функции, рассчитанные по формуле (5) для двухфракционного кластера (слева внизу) с $N_1 = 5000$ пузырьками начального радиуса $a_{01} = 5$ мкм (сплошная линия) и с $N_2 = 5000$ пузырьками начального радиуса $a_{02} = 10$ мкм (пунктирная линия). Вертикальной пунктирной линией показаны значения частот Миннаерта $\omega_M^{(5)}$ и $\omega_M^{(10)}$ для одиночных пузырьков начального радиуса 5 и 10 мкм, которые определяются по формуле

$$\omega_M^2 = \frac{3\gamma p_0 + \frac{2\sigma}{a_0} (3\gamma - 1)}{\rho_l a_0^2}.$$

В случае свободных колебаний в идеальной жидкости ($\mu = 0$) при отсутствии акустического излучения ($C_l \rightarrow \infty$) собственная частота колебаний пузырька в монодисперсном кластере выражается следующей формулой [1]:

$$\omega_c^2 = \frac{3\gamma p_0 + \frac{2\sigma}{a_0} (3\gamma - 1)}{\rho_l a_0^2 (1 + \alpha_2 / \alpha_1 - \alpha_2^{1/3})} < \omega_M^2, \quad (6)$$

Отметим, что амплитудно-частотные функции (рис. 1, слева направо) рассчитаны с учетом диссипации энергии, связанной с вязкостью и акустическим излучением, и для них также выполняется неравенство (6).

Из рис. 1 (слева внизу) видно, что в двухфракционном кластере помимо главного (кластерного) резонанса, имеющего место при низкой частоте, появляется вторичный резонанс при более высоких частотах. На рис. 1 (справа) показаны характеры нелинейных колебаний пузырьков в окрестности этих двух резонансов. В области главного резонанса пузырьки в обеих фракциях колеблются в фазе (рис. 1, справа вверху). В области вторичного резонанса пузырьки в обеих фракциях колеблются в противофазе (рис. 1, справа внизу). В данной

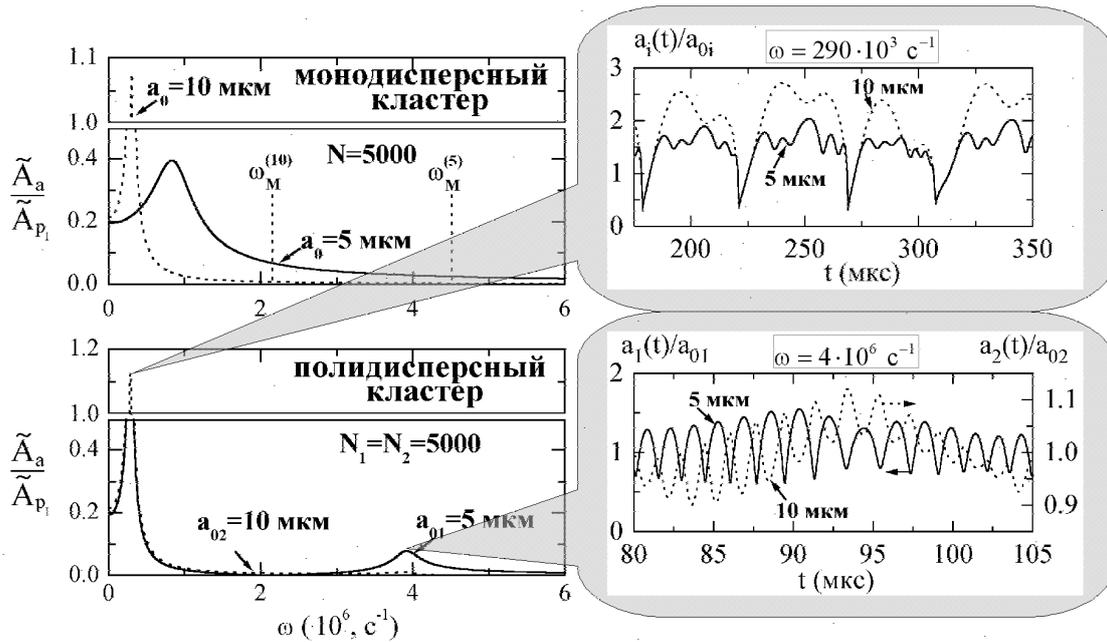


Рис. 1. Амплитудно-частотные характеристики для двух монодисперсных и двухфракционного кластеров (слева) и характеры колебаний пузырьков в двухфракционном кластере в областях главного (справа сверху) и вторичного (справа внизу) резонансов для $R_0 = 1$ мм, $\Delta P = 5$ атм. Сплошная линия соответствует пузырькам первой фракции с $a_{01} = 5$ мкм, пунктирная — пузырькам второй фракции с $a_{02} = 10$ мкм

резонансной области во время роста пузырька в одной фракции, пузырьки в другой фракции сжимаются, и наоборот. Для большей наглядности шкала слева соответствует пузырькам первой фракции ($a_{01} = 5$ мкм), а справа — второй фракции ($a_{02} = 10$ мкм).

На рис. 2 (слева внизу) показаны амплитудно-частотные функции для трехфракционного кластера, для которого $N_1 = N_2 = N_3 = N$ и $a_{01} = 5$ мкм, $a_{02} = 10$ мкм, $a_{03} = 15$ мкм. Вертикальной пунктирной линией показаны значения частот Миннаерта $\omega_M^{(5)}$, $\omega_M^{(10)}$ и $\omega_M^{(15)}$ для одиночных пузырьков начального радиуса 5, 10 и 15 мкм соответственно, для которых также выполняется неравенство (6). В этом случае помимо главного резонанса появляются уже два вторичных резонанса. В области главного резонанса пузырьки в трех фракциях также колеблются в фазе (рис. 2, справа сверху). Заметим, что хотя колебания здесь хаотические, однако максимальное сжатие пузырьков во всех фракциях происходит в один и тот же момент времени. Первый вторичный резонанс характеризуется сменой фазы колебания на противофазу пузырьков третьей фракции (рис. 2, справа в центре). В то время, как пузырьки в первых двух фракциях сжимаются, пузырьки в третьей фракции растут, и наоборот. Слева шкала соответствует пузырькам первой и второй фракций, а справа — пузырькам в третьей фракции (рис. 2, справа внизу). В области второго вторичного резонанса меняют характер колебаний уже пузырьки второй фракции. Теперь рост пузырьков в первой фракции происходит во время сжатия пузырьков во второй и третьей фракциях, и наоборот. Слева шкала соответствует пузырькам в первой

фракции, а справа — во второй и третьей. Заметим, что фазы меняются последовательно, начиная с фракции, содержащей самые большие по размеру пузырьки, и далее — по убыванию радиуса.

3. Двухфракционный кластер как линейная консервативная система с двумя степенями свободы

Проведем аналитическое исследование линеаризованной системы (3)–(4) для случая двухфракционного кластера ($n = 2$). При подстановке соотношения (4) в последнее уравнение (3) в случае свободных колебаний ($\tilde{p}_l = 0$) при отсутствии вязкости ($\mu = 0$) и акустического излучения ($C_l \rightarrow \infty$), получим следующую линеаризованную систему:

$$\begin{aligned} \ddot{\tilde{a}}_1 + \frac{1}{\rho_l a_{01}^2} \left[3\gamma p_0 + \frac{2\sigma}{a_{01}} (3\gamma - 1) \right] \tilde{a}_1 &= -\frac{\tilde{p}_c}{\rho_l a_{01}}, \\ \ddot{\tilde{a}}_2 + \frac{1}{\rho_l a_{02}^2} \left[3\gamma p_0 + \frac{2\sigma}{a_{02}} (3\gamma - 1) \right] \tilde{a}_2 &= -\frac{\tilde{p}_c}{\rho_l a_{02}}, \\ N_1 a_{01}^2 \ddot{\tilde{a}}_1 + N_2 a_{02}^2 \ddot{\tilde{a}}_2 &= \frac{R_0 \tilde{p}_c}{\rho_l}. \end{aligned}$$

Исключив неизвестную функцию \tilde{p}_c из данной системы, придем к системе дифференциальных уравнений

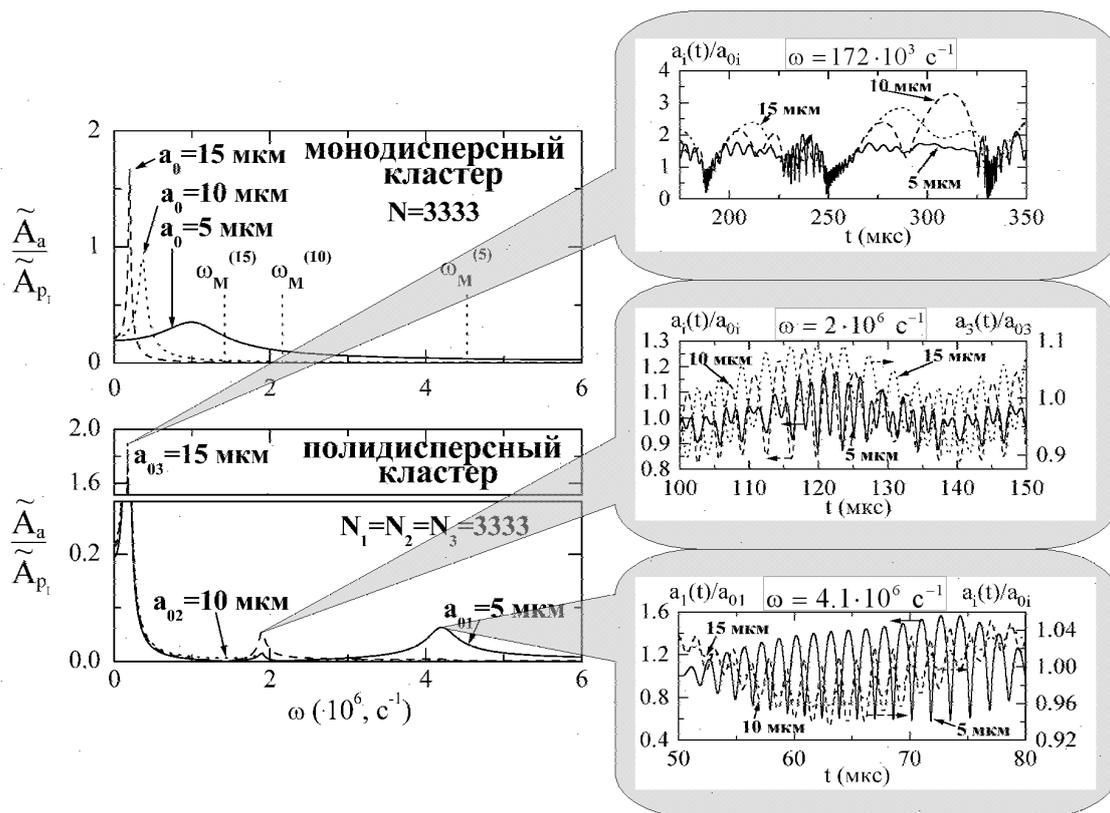


Рис. 2. Амплитудно-частотные характеристики для трех монодисперсных и трехфракционного кластеров (слева) и характеры колебаний пузырьков в трехфракционном кластере в области главного резонанса (справа сверху) и двух вторичных резонансов (справа в центре и снизу) для $R_0 = 1$ мм, $\Delta P = 5$ атм. Сплошная линия соответствует пузырькам первой фракции с $a_{01} = 5$ мкм, штриховая – пузырькам второй фракции с $a_{02} = 10$ мкм, пунктирная – пузырькам третьей фракции с $a_{03} = 15$ мкм

относительно двух неизвестных \tilde{a}_1 и \tilde{a}_2 :

$$\begin{aligned} & \left(1 + N_1 \frac{a_{01}}{R_0}\right) \frac{N_1 a_{01}^3}{R_0} \tilde{a}_1 + \frac{N_1 N_2 a_{01}^2 a_{02}^2}{R_0^2} \tilde{a}_2 + \\ & + \frac{N_1 a_{01}}{\rho_l R_0} \left(3\gamma p_0 + \frac{2\sigma}{a_{01}}(3\gamma - 1)\right) \tilde{a}_1 = 0, \\ & \frac{N_1 N_2 a_{01}^2 a_{02}^2}{R_0^2} \tilde{a}_1 + \left(1 + N_2 \frac{a_{02}}{R_0}\right) \frac{N_2 a_{02}^3}{R_0} \tilde{a}_2 + \\ & + \frac{N_2 a_{02}}{\rho_l R_0} \left(3\gamma p_0 + \frac{2\sigma}{a_{02}}(3\gamma - 1)\right) \tilde{a}_2 = 0. \end{aligned}$$

Данная система является частным случаем системы уравнений, описывающей малые колебания консервативной системы с двумя степенями свободы около устойчивого положения равновесия [33], которая в общем случае имеет следующий вид:

$$\begin{cases} A\ddot{x} + H\dot{y} + ax + hy = 0, \\ H\ddot{x} + B\dot{y} + hx + by = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Для рассматриваемой системы уравнений имеем:

$$\begin{aligned} x &= \tilde{a}_1, \quad y = \tilde{a}_2, \quad A = \left(1 + N_1 \frac{a_{01}}{R_0}\right) \frac{N_1 a_{01}^3}{R_0}, \\ B &= \left(1 + N_2 \frac{a_{02}}{R_0}\right) \frac{N_2 a_{02}^3}{R_0}, \quad H = \frac{N_1 N_2 a_{01}^2 a_{02}^2}{R_0^2}, \\ a &= \frac{N_1 a_{01}}{\rho_l R_0} \left(3\gamma p_0 + \frac{2\sigma}{a_{01}}(3\gamma - 1)\right), \\ b &= \frac{N_2 a_{02}}{\rho_l R_0} \left(3\gamma p_0 + \frac{2\sigma}{a_{02}}(3\gamma - 1)\right), \quad h = 0. \end{aligned}$$

Поскольку выполняются условия

$$\begin{cases} A > 0, \quad B > 0, \quad AB - H^2 > 0, \\ a > 0, \quad b > 0, \quad ab - h^2 > 0, \end{cases} \quad (8)$$

то потенциальная и кинетическая энергии данной системы являются положительно определенными квадратичными формами от координат и скоростей соответственно:

$$\begin{cases} U = ax^2 + 2hxy + by^2, \\ T = A\dot{x}^2 + 2H\dot{x}\dot{y} + B\dot{y}^2. \end{cases} \quad (9)$$

В рассматриваемом случае $H \neq 0$, значит имеем место инерциальная связь (H называется коэффициентом

том инерциальной связи), и, поскольку $h = 0$, то силовая связь отсутствует. Отметим, что, например, в случае системы двух связанных маятников, которая также является системой с двумя степенями свободы, где в качестве x и y берутся углы отклонения маятников от вертикальной оси, имеет место силовая и отсутствует инерциальная связь.

Проведем анализ системы с помощью математической теории линейной консервативной системы с двумя степенями свободы, подробно изложенной в [33]. Сначала система с двумя степенями свободы рассматривается как результат связи двух систем, каждая из которых имеет одну степень свободы. Для этого исходная система разделяется на две, определенным образом выделяемые частичные (парциальные) системы, которые связаны между собой. Парциальные системы получаются из данной системы с двумя степенями свободы при «закреплении» одной из координат и имеют одну степень свободы. Одну парциальную систему получим, положив в (9) $y = 0$, а другую — положив в (9) $x = 0$.

Для первой парциальной системы имеем:

$$T = Ax^2, \quad U = ax^2.$$

Данная система имеет собственную (парциальную) частоту n_1 , такую, что

$$n_1^2 = \frac{a}{A} = \frac{3\gamma p_0 + \frac{2\sigma}{a_{01}}(3\gamma - 1)}{\rho_1 a_{01}^2 \left(1 + N_1 \frac{a_{01}}{R_0}\right)}. \quad (10)$$

Для второй парциальной системы имеем:

$$T = By^2, \quad U = by^2$$

и вторую парциальную частоту n_2 , такую, что

$$n_2^2 = \frac{b}{B} = \frac{3\gamma p_0 + \frac{2\sigma}{a_{02}}(3\gamma - 1)}{\rho_1 a_{02}^2 \left(1 + N_2 \frac{a_{02}}{R_0}\right)}. \quad (11)$$

Заметим, что (10) и (11) есть формулы для собственных частот в монодисперсном кластере

$$\omega_c^2 = \frac{3\gamma p_0 + \frac{2\sigma}{a_0}(3\gamma - 1)}{\rho_1 a_0^2 (1 + \alpha_2/\alpha_1)}$$

для пузырьков начального радиуса $a \equiv a_{01}$ и $a \equiv a_{02}$ соответственно. Однако, по определению парциальных систем в данном случае кластер не монодисперсный, а двухфракционный, в котором пузырьки в одной из фракции совершают свободные колебания, в то время как пузырьки в другой фракции остаются в состоянии покоя.

Решение уравнения (7) ищется в виде:

$$\begin{aligned} x &= C \cos(\omega t + \alpha), \\ y &= kC \cos(\omega t + \alpha), \end{aligned} \quad (12)$$

где C, k, ω, α — постоянные. Частота ω называется нормальной частотой.

Подставляя (12) в (7) и сокращая на общий множитель $\cos(\omega t + \alpha)$, получим следующую систему алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} (\omega^2 A - a) + (\omega^2 H - h)k = 0, \\ (\omega^2 H - h) + (\omega^2 B - b)k = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Будем рассматривать эти уравнения как систему двух линейных уравнений относительно неизвестной k , тогда условие их совместности примет вид

$$\begin{vmatrix} \omega^2 A - a & \omega^2 H - h \\ \omega^2 H - h & \omega^2 B - b \end{vmatrix} = 0. \quad (14)$$

Характеристическое уравнение, определяющее неизвестную величину ω^2 , запишется как

$$(AB - H^2)\omega^4 + (2hH - aB - bA)\omega^2 + ab - h^2 = 0.$$

Для рассматриваемого случая, поскольку $h = 0$, с учетом выражений (10) и (11), данное уравнение примет следующий вид:

$$\left(1 - \frac{H^2}{AB}\right)\omega^4 - (n_1^2 + n_2^2)\omega^2 + n_1^2 n_2^2 = 0.$$

Положим $\chi = 1 - H^2/AB$ и $\omega^2 = \xi$, тогда получим уравнение параболы

$$\eta = \chi \xi^2 - (n_1^2 + n_2^2)\xi + n_1^2 n_2^2. \quad (15)$$

Абсциссы точек, в которых она пересекает ось ξ , равны квадратам частот искомым колебаний вида (12). Так как по условиям (8) $\chi > 0$, то ветви параболы направлены вверх. При $\xi = 0$ имеем $\eta > 0$; при $\xi \rightarrow +\infty - \eta > 0$; при $\xi = n_1^2 > 0 - \eta < 0$ и при $\xi = n_2^2 > 0 - \eta < 0$, тогда парабола пересекает ось абсцисс и имеет вид, представленный на рис. 3.

Нормальные частоты выражаются формулой

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{n_1^2 + n_2^2 \pm \sqrt{(n_1^2 + n_2^2)^2 - 4\chi n_1^2 n_2^2}}{2\chi}. \quad (16)$$

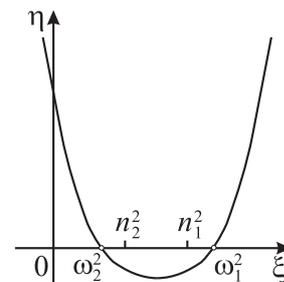


Рис. 3. Парабола, заданная уравнением (15): ω_1, ω_2 — нормальные частоты; n_1, n_2 — парциальные частоты

Для рассматриваемого случая имеем $n_1^2 > n_2^2$, поскольку $a_{01} < a_{02}$, и $\chi < 1$, поскольку $H \neq 0$. Тогда $\omega_2^2 < n_2^2 < n_1^2 < \omega_1^2$, то есть парциальные частоты лежат между нормальными частотами, что можно наблюдать на рис. 1 (слева).

После того, как нашли нормальные частоты, можно определить из (13) соответствующие значения амплитуд k_1 и k_2 :

$$k_{1,2} = -\frac{\omega_{1,2}^2 A - a}{\omega_{1,2}^2 H - h}. \quad (17)$$

Общее решение уравнений (7) как сумма двух частных решений вида (12) имеет вид:

$$\begin{cases} x = C_1 \cos(\omega_1 t + \alpha_1) + C_2 \cos(\omega_2 t + \alpha_2), \\ y = k_1 C_1 \cos(\omega_1 t + \alpha_1) + k_2 C_2 \cos(\omega_2 t + \alpha_2). \end{cases} \quad (18)$$

Физический смысл данного решения состоит в следующем. Если вывести систему с двумя степенями свободы из состояния равновесия, то каждая координата выразится как функция времени в виде суммы двух синусоидальных колебаний. Частоты ω_1 и ω_2 получаются из характеристического уравнения (14). Амплитуда каждой координаты в первом колебании произвольна. Но, если выбрана амплитуда колебаний первой координаты C_1 , то амплитуда первого колебания во второй координате не произвольна, а задается системой. То же самое имеет место для второго колебания.

Если зададим начальные условия, например, при $t = 0, x = x_0, y = y_0, \dot{x} = \dot{x}_0, \dot{y} = \dot{y}_0$, то получим также значения величин $C_1, C_2, \alpha_1, \alpha_2$. И задача станет однозначно определенной.

Для примера рассмотрим двухфракционный кластер, в котором $a_{01} = 5$ мкм, $a_{02} = 10$ мкм, $N_1 = N_2 = 5000$. В этом случае нормальные частоты будут равны $\omega_1 = 3911013 \text{ с}^{-1}$ и $\omega_2 = 287148 \text{ с}^{-1}$. Резонансные частоты, рассчитанные по (5), которые соответствуют частотам ω_1 и ω_2 , но с учетом вязкости и акустического излучения равны $\omega_1^* = 3915404 \text{ с}^{-1}$ и $\omega_2^* = 284372 \text{ с}^{-1}$. Относительные погрешности $\delta_{\omega_1} = |\omega_1 - \omega_1^*| \cdot 100\% / \omega_1^* \approx 1\%$, $\delta_{\omega_2} = |\omega_2 - \omega_2^*| \cdot 100\% / \omega_2^* \approx 0,1\%$. То есть вязкость и акустическое излучение практически не влияют на собственные частоты пузырьков.

Введем обозначение [33]

$$\rho^2 = \frac{H^2}{AB},$$

где число ρ называется коэффициентом связи. Говорят, что связь слаба, если

$$\rho \ll 1. \quad (19)$$

Это означает, что добавочный член в энергии, обусловленный связью, мал по сравнению с остальными. Однако важно, выполняется или нет другое условие

$$\rho \ll \frac{|n_1^2 - n_2^2|}{n_1 n_2}, \quad (20)$$

поскольку даже при малой связи (выполняется условие (19)) может наблюдаться сильное взаимодействие (не выполняется условие (20)) между частями системы.

В рассмотренном примере $\rho \approx 0.94$, а правая часть в (20) ≈ 2.6 , то есть условия (19) и (20) не выполняются. Это означает, что имеют место как сильная связь, так и сильное взаимодействие между пузырьками разных фракций. Условие (19) будет выполняться, когда $N_1 a_{01} / R_0 \ll 1$ и/или $N_2 a_{02} / R_0 \ll 1$. Поскольку параметры a_{0i} ($i = 1, 2$) и R_0 могут изменяться только в незначительном диапазоне, то остается менять только параметр N_i ($i = 1, 2$). Последние условия будут выполняться, когда N_1 и/или N_2 мало. То есть, если число пузырьков одной из фракции мало, то связь между ними и пузырьками другой фракции — слабая. Однако взаимосвязь может быть сильной.

Пример случая малой связи, но большой взаимосвязи — двухфракционный кластер, в котором $N_1 = 10^3$, $a_{01} = 5$ мкм, $N_2 = 10$, $a_{02} = 10$ мкм, $R_0 = 10^{-3}$ м, для которого $\rho \approx 0.076$, то есть выполняется условие (19), а правая часть (20) ≈ 0.2 , то есть не выполняется условие (20).

Заметим, что величина k_1 в (18) характеризует относительную силу первого колебания во второй координате, а величина $1/k_2$ — относительную слабость второго колебания в первой координате. Причем из формул (16), (17) получаем, что $k_1 < 0$, а $k_2 > 0$. Для первого рассмотренного примера $k_1 \approx -0.2$, $k_2 \approx 2.2$ (или $1/k_2 \approx 0.4$). Это означает следующее. При более быстром колебании (в области собственной частоты ω_1) пузырьки в обеих фракциях колеблются в противофазе (так как амплитуды имеют разные знаки), причем амплитуда пузырьков в первой фракции (с меньшим радиусом) больше амплитуды пузырьков во второй фракции (с большим радиусом). Такой характер колебаний и получился при численных расчетах (рис. 1, справа внизу). При медленном колебании (в области собственной частоты ω_2) пузырьки колеблются в фазе (так как амплитуды имеют одинаковые знаки), причем амплитуда пузырьков в первой фракции меньше амплитуды пузырьков во второй фракции (см. рис. 1, справа сверху). Таким образом, характер нелинейных колебаний пузырьков, полученных численным расчетом системы уравнений (1), аналогичен характеру линейных колебаний пузырьков в двухфракционном кластере, рассмотренному в предыдущем пункте.

4. Передача энергии между пузырьками разных фракций

Рассмотрим вопрос о передаче энергии от пузырька в одной фракции к пузырьку в другой фракции. Для случая двух связанных маятников этот вопрос подробно изучен в [33]. Исследуем, каким будет взаимодействие, если пузырьки в первой фракции выведены из состояния равновесия, а пузырьки во второй фракции — нет. Зададим для простоты следующие начальные условия

(при $t = 0$):

$$x = 1, \quad y = 0, \quad \dot{x} = 0, \quad \dot{y} = 0.$$

Тогда из двух последних условий получим, что в (18) $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$, а первые два дают систему двух уравнений относительно неизвестных C_1 и C_2 :

$$C_1 + C_2 = 1, \quad k_1 C_1 + k_2 C_2 = 0,$$

которая имеет решение

$$C_1 = -\frac{k_2}{k_1 - k_2}, \quad C_2 = \frac{k_1}{k_1 - k_2}.$$

Подставив полученные постоянные в (18), получим следующие выражения для x и y :

$$x = \frac{1}{k_1 - k_2} (-k_2 \cos \omega_1 t + k_1 \cos \omega_2 t),$$

$$y = \frac{2k_1 k_2}{k_1 - k_2} \sin \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \cdot \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t.$$

Для функции y получили биения, так как второй синус — это быстро колеблющаяся синусоида, а первый — переменная амплитуда. Максимальное значение y принимает, когда оба синуса равны 1:

$$y_{max} = \frac{2k_1 k_2}{k_1 - k_2}$$

или с учетом (17):

$$y_{max} = \frac{2A}{H} \frac{\rho^2 n_1^2}{\sqrt{(n_1^2 - n_2^2)^2 + 4\rho^2 n_1^2 n_2^2}}.$$

Поскольку, как было показано, имеет место сильное взаимодействие (даже при слабой связи), то это означает, что энергия от пузырьков в первой фракции передается пузырькам второй фракции, что заставляет пузырьки этой фракции колебаться.

Далее выведем пузырьки во второй фракции из состояния равновесия, а пузырьки в первой оставим невозмущенными:

$$x = 0, \quad y = 1, \quad \dot{x} = 0, \quad \dot{y} = 0.$$

Получим следующие значения постоянных

$$C_1 = -\frac{1}{k_1 - k_2}, \quad C_2 = \frac{1}{k_1 - k_2}$$

и максимальное значение x

$$x_{max} = \frac{2A}{H} \frac{b}{a} \frac{\rho^2 n_1^2}{\sqrt{(n_1^2 - n_2^2)^2 + 4\rho^2 n_1^2 n_2^2}}.$$

Поскольку $b > a$ (так как считаем, что $a_{01} < a_{02}$), то

$$\frac{x_{max}}{y_{max}} = \frac{b}{a} > 1.$$

Таким образом, пузырьки в первой фракции имеют большую амплитуду, чем пузырьки во второй, когда одна из фракций в начальный момент времени выведена из состояния покоя, а другая — нет. Это значит, что пузырьки в первой фракции получают (или отдают) больше энергии, чем пузырьки во второй.

Теперь рассмотрим действие внешней периодической силы $\tilde{p}_I = -\Delta P \cos pt$ на систему с двумя степенями свободы. Здесь p — частота внешней силы; ΔP — амплитуда внешней силы. В этом случае вместо (7) имеем следующие уравнения движения:

$$\begin{cases} A\ddot{x} + H\ddot{y} + ax + hy = X \cos pt, \\ H\ddot{x} + B\ddot{y} + hx + by = Y \cos pt. \end{cases} \quad (21)$$

Для системы уравнений (3) имеем:

$$X = \frac{N_1 a_{01}^2}{\rho_l R_0} \Delta P, \quad Y = \frac{N_2 a_{02}^2}{\rho_l R_0} \Delta P.$$

Будем искать решение в виде

$$x = \alpha \cos pt, \quad y = \beta \cos pt.$$

Подставляя последнее выражение в (21), получим систему алгебраических уравнений относительно неизвестных α и β :

$$\begin{cases} (a - Ap^2)\alpha + (h - Hp^2)\beta = X, \\ (h - Hp^2)\alpha + (b - Bp^2)\beta = Y. \end{cases}$$

Данная система уравнений имеет единственное решение, если определитель Δ основной матрицы не равен нулю:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a - Ap^2 & h - Hp^2 \\ h - Hp^2 & b - Bp^2 \end{vmatrix} \neq 0. \quad (22)$$

Данное решение, полученное с помощью формул Крамера, имеет следующий вид:

$$\alpha = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} X & h - Hp^2 \\ Y & b - Bp^2 \end{vmatrix}, \quad \beta = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} a - Ap^2 & X \\ h - Hp^2 & Y \end{vmatrix}. \quad (23)$$

Пусть $Y = 0$, $X \neq 0$, то есть сила действует только на первую парциальную систему. Тогда

$$\alpha = \frac{X(b - Bp^2)}{\Delta}, \quad \beta = -\frac{X(h - Hp^2)}{\Delta}. \quad (24)$$

Если сила действует только на вторую парциальную систему, то есть $X = 0$, $Y \neq 0$, то

$$\alpha = -\frac{Y(h - Hp^2)}{\Delta}, \quad \beta = \frac{Y(a - Ap^2)}{\Delta}. \quad (25)$$

Из формул (24) и (25) получаем следующее. Во-первых, одна из координат не колеблется ($\alpha = 0$ или $\beta = 0$), если частота внешней силы, действующей на нее, совпадает с парциальной частотой другой координаты ($p = n_2$ или $p = n_1$). Это явление называется динамическим демпфированием. На рис. 4 сверху показаны

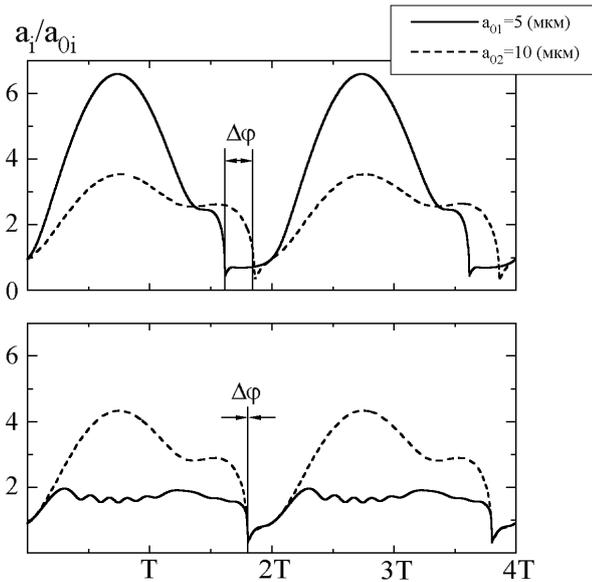


Рис. 4. Динамическое демпфирование в двухфракционном кластере: зависимость радиуса пузырьков от времени в двух монодисперсных кластерах (сверху) и пузырьков каждой фракции в двухфракционном кластере (снизу). Значения параметров: $\Delta P = 5$ атм, $\omega = 2\pi \cdot 20$ кГц, $R_0 = 10^{-3}$ м, $N = 10^4$ ($N_1 = N_2 = N/2$)

характеры колебаний пузырьков в двух монодисперсных кластерах, а внизу — в каждой фракции в двухфракционном кластере. Видно, что с некоторого момента времени колебания пузырьков малого начального радиуса подавляются пузырьками большого радиуса, чья собственная частота ближе к частоте воздействия внешнего поля (см. рис. 4, внизу). Следовательно, изменение характера колебания пузырьков в первой фракции, в то время как характер колебания пузырьков во второй практически не меняется, можно объяснить динамическим демпфированием.

Во-вторых, в соответствии с теоремой взаимности [33], если на вторую координату действует сила $Y = 1$, то движение первой координаты такое же, как движение второй координаты, когда на первую будет действовать сила $X = 1$. Отметим, что данная теорема справедлива и для систем с любым числом степеней свободы. Тогда, если $p \rightarrow \omega_1$ или ω_2 , то по формулам (22), (23) получим, что

$$\Delta \rightarrow 0, \quad \alpha \rightarrow \infty, \quad \beta \rightarrow \infty.$$

Это означает, что имеется два положения резонанса. При приближении к резонансу начинает играть роль затухание [33], которое приводит к тому, что при резонансе получается большая, но конечная амплитуда. На рис. 1 видно, что при $\omega = \omega_1$ или $\omega = \omega_2$ имеют место локальные максимумы амплитуды $|\tilde{A}_a / \tilde{A}_{p1}|$, то есть имеет место резонанс.

В общем случае, когда рассматриваем полидисперсный кластер с n различными фракциями, система уравнений (3) для свободных колебаний и при отсутствии

диссипации энергии может быть сведена после исключения неизвестной \tilde{p}_c к следующему виду:

$$\left(1 + \frac{N_i a_{0i}}{R_0}\right) a_{0i} \ddot{a}_i + \sum_{l=1, l \neq i}^n \frac{N_l a_{0l}^2}{R_0} \ddot{a}_l + \frac{1}{\rho_l a_{0i}} \left[3\gamma p_0 + \frac{2\sigma}{a_{0i}}(3\gamma - 1)\right] \ddot{a}_i = 0$$

($i = 1, 2, \dots, n$). Данную систему можно записать как

$$\sum_{l=1}^n (b_{il} \ddot{a}_l + c_{il} \dot{a}_l) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (26)$$

где $b_{ii} = \left(1 + \frac{N_i a_{0i}}{R_0}\right) a_{0i}$, $b_{il} = \frac{N_l a_{0l}^2}{R_0}$ ($l \neq i$),

$$c_{ii} = \frac{1}{\rho_l a_{0i}} \left[3\gamma p_0 + \frac{2\sigma}{a_{0i}}(3\gamma - 1)\right], \quad c_{il} = 0 \quad (l \neq i).$$

Всегда можно в системе (26) сделать так, чтобы $b_{il} = b_{li}$. Потенциальная и кинетическая энергии выражаются через координаты следующим образом:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i,l=1}^n b_{il} \dot{a}_i \dot{a}_l, \quad U = \frac{1}{2} \sum_{i,l=1}^n c_{il} \tilde{a}_i \tilde{a}_l. \quad (27)$$

В случае, когда нулевые значения координат соответствуют устойчивому положению равновесия, имеет место изолированный минимум потенциальной энергии, а выражение для U в (27) есть положительно определенная квадратичная форма (см., например, [35]). Для этого необходимо и достаточно, чтобы все угловые миноры были положительны (критерий Сильвестра). Для рассматриваемого случая данный критерий выполняется, поскольку все элементы, стоящие на главной диагонали положительны, а остальные — равны нулю.

Решение системы (26) ищется в виде:

$$\tilde{a}_l = A_l \cos(\omega t + \alpha) \quad (l = 1, 2, \dots, n). \quad (28)$$

Подставив последнее выражение в (26), получим систему алгебраических уравнений:

$$\sum_{l=1}^n \left(-b_{il} \omega^2 + c_{il}\right) A_l = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

где ω и A_l — неизвестные. Данная система может быть рассмотрена как линейная однородная система уравнений по отношению к A_l . При колебании все неизвестные амплитуды A_l не могут равняться нулю, поэтому должен равняться нулю определитель, составленный из коэффициентов данной системы:

$$\Delta_\omega = \begin{vmatrix} c_{11} - b_{11}\omega^2 & c_{12} - b_{12}\omega^2 & \dots & c_{1n} - b_{1n}\omega^2 \\ c_{21} - b_{21}\omega^2 & c_{22} - b_{22}\omega^2 & \dots & c_{2n} - b_{2n}\omega^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} - b_{n1}\omega^2 & c_{n2} - b_{n2}\omega^2 & \dots & c_{nn} - b_{nn}\omega^2 \end{vmatrix} = 0.$$

После того, как развернем определитель Δ_ω , получим алгебраическое уравнение степени n относительно ω^2 :

$$d_0 - d_1 \omega^2 + d_2 \omega^4 - \dots + (-1)^n d_n \omega^{2n} = 0,$$

где $d_i > 0$ ($i = 1, 2, \dots, n$), которое имеет n корней. Для рассматриваемых систем, совершающих движение около состояния устойчивого равновесия (так как выполняется критерий Сильвестра), все эти корни вещественны и положительны. Их принято обозначать $\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_n^2$ и располагать в порядке возрастания. Таким образом, для частот ω определяется n значений:

$$\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_n,$$

образующих спектр частот.

Из-за громоздкости формул нет возможности представить общую формулу связи собственных частот с парциальными частотами. Однако представленный анализ позволяет сделать следующий основной вывод. В общем случае число резонансных частот совпадает с числом фракций в полидисперсном кластере. В частности, для трехфракционного кластера (рис. 2, слева внизу) наблюдается три резонанса — главный и два вторичных.

Каждому корню ω_i соответствует частное решение типа (28), следовательно, общее решение представит собой сумму таких решений:

$$\tilde{a}_i = \sum_{l=1}^n A_{il} \cos(\omega_l t + \alpha_l) \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

где первый индекс A обозначает номер координаты, а второй — номер собственной частоты.

Таким образом, при произвольных начальных условиях изменение каждой координаты следует полигармоническому закону, причем число гармонических составляющих равно числу степеней свободы системы.

5. Заключение

В настоящей работе аналитически исследованы малые колебания сферических пузырьков в полидисперсном кластере на основе математической модели, предложенной в работах [1, 31, 32]. На основе полученных в работах [31, 34] амплитудно-частотных характеристик построены соответствующие графики для двух- и трехфракционных кластеров ($n = 2, 3$). Показано, что помимо главного резонанса в области низких частот имеют место вторичные резонансы при более высоких частотах, причем число данных резонансов равно $n - 1$. В области главного резонанса пузырьки разных фракций колеблются в фазе, а в областях вторичных резонансов фазы последовательно меняются на противоположные, начиная с фракции, содержащей пузырьки самого большого радиуса, и далее — в порядке его убывания.

Поскольку линеаризованная система уравнений, описывающая динамику самого кластера и пузырьков в каждой фракции, является частным случаем системы уравнений, описывающей малые колебания линейной консервативной системы с несколькими степенями свободы, то к анализу колебаний пузырька в кластере около устойчивого положения равновесия была применена математическая теория, изложенная в монографии [33]. На примере двухфракционного кластера показано:

- между пузырьками имеет место инерциальная связь, а силовая связь отсутствует;
- при малом числе пузырьков одной из фракций связь между ними и пузырьками другой фракции является слабой (выполняется условие (19)), однако взаимодействие между ними может быть сильным (не выполняется условие (20));
- характер нелинейных колебаний пузырьков, полученных численным расчетом системы уравнений (1), а именно, колебания пузырьков разных фракций в фазе или противофазе в различных резонансных областях, может быть объяснен с помощью анализа линейных колебаний пузырьков в кластере.

Анализ передачи энергии между пузырьками разных фракций показал, что изменение характера колебания пузырьков во фракции с малым радиусом (без изменения характера колебания пузырьков в другой фракции) является результатом динамического демпфирования. Кроме того, в общем случае доказано, что число резонансных частот совпадает с числом фракций в полидисперсном кластере (главный и $n - 1$ вторичный резонансы).

Список литературы / References

- [1] Nasibullaeva E.S., Akhatov I.S. Bubble cluster dynamics in an acoustic field // *J. Acoust. Soc. Am.* 2013. V. 133, No. 6. P. 3727–3738. DOI: 10.1121/1.4802906
- [2] Hsieh D.Y., Plesset M.S. On the propagation of sounds in a liquid containing gas bubbles // *Phys. Fluids*. 1961. V. 4, No. 8. P. 970–975. DOI: 10.1063/1.1706447
- [3] Wijngaarden L. On the equations of motion for mixtures of liquid and gas bubbles // *J. Fluid Mech.* 1968. V. 33, No. 3. P. 465–474. DOI: 10.1017/S002211206800145X
- [4] Biesheuvel A., Wijngaarden L. Two-phase flow equation for a dilute dispersion of gas bubbles in liquid // *J. Fluid Mech.* 1984. V. 148. P. 301–318. DOI: 10.1017/S0022112084002366
- [5] Ishii M. Thermo-fluid dynamic theory of two-phase flow. Paris: Eyrolles. 1975. 248 p.
- [6] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. I. М.: Наука. 1987. 464 с.
Nigmatulin R.I. Dynamics of Multiphase Media. New York: Hemisphere, 1991, vol. 1. P. 360.
- [7] Nakoryakov V.E., Pokusaev B.G., Shreiber I.R. Wave Propagation in Gas-Liquid Media. New York: Begell House. 1993. Chap. 3. Pp. 53–90. DOI: 10.1017/S0022112094224515
- [8] Wijngaarden L. On the collective collapse of a large number of cavitation bubbles in water // *Proc. 11th International Congress of Applied Mechanics, Munich, 1964*, ed. H. Görtler, Springer Verlag. 1964. P. 854–865. DOI: 10.1007/978-3-662-29364-5_112
- [9] Hansson I., Kedrinskii V.K., Mørch K.A. On the dynamics of cavity clusters // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 1982. V. 15, No. 9. P. 1725–1734. DOI: 10.1088/0022-3727/15/9/017
- [10] Hansson J., Mørch K.A. The dynamics of cavity clusters in ultrasonic (vibratory) cavitation erosion // *J. Appl. Phys.* 1980. V. 51, No. 9. P. 4651–4658. DOI: 10.1063/1.328335
- [11] Kanthale P.M., Gogate P.R., Pandit A.B., Wilhelm A.M. Cavity cluster approach for quantification of cavitation intensity in sonochemical reactors // *Ultrason. Sonochem.* 2003. V. 10, No. 4–5. P. 181–189. DOI: 10.1016/S1350-4177(03)00088-9

- [12] Fuster D., Colonius T. Modelling bubble clusters in compressible liquids // *J. Fluid Mech.* 2011. V. 688. P. 352–389.
DOI: [10.1017/jfm.2011.380](https://doi.org/10.1017/jfm.2011.380)
- [13] Omta R. Oscillations of a cloud of bubbles of small and not so small amplitude // *J. Acoust. Soc. Am.* 1987. V. 82, No. 3. P. 1018–1033.
DOI: [10.1121/1.395376](https://doi.org/10.1121/1.395376)
- [14] D'Agostino L., Brennen C.E. Acoustical absorption and scattering cross sections of spherical bubble clouds // *J. Acoust. Soc. Am.* 1988. V. 84, No. 6. P. 2126–2134.
DOI: [10.1121/1.397058](https://doi.org/10.1121/1.397058)
- [15] D'Agostino L., Brennen C.E. Linearized dynamics of spherical bubble clouds // *J. Fluid Mech.* 1989. V. 199. P. 155–176.
DOI: [10.1017/S0022112089000339](https://doi.org/10.1017/S0022112089000339)
- [16] Smereka P., Banerjee S. The dynamics of periodically driven bubble clouds // *Phys. Fluids*. 1988. V. 31, No. 12. P. 3519–3531.
DOI: [10.1063/1.857559](https://doi.org/10.1063/1.857559)
- [17] Birnir B., Smereka P. Existence theory and invariant manifolds of bubble clouds // *Commun. Pure Appl. Maths.* 1990. V. 43, No. 3. P. 363–413.
DOI: [10.1002/cpa.3160430304](https://doi.org/10.1002/cpa.3160430304)
- [18] Daemi M., Taeibi-Rahnt M., Massah H. Study of acoustic bubble cluster dynamics using a lattice Boltzmann model // *Chinese Physics B*. 2015. V. 24, No. 2. P. 024302.
DOI: [10.1088/1674-1056/24/2/024302](https://doi.org/10.1088/1674-1056/24/2/024302)
- [19] Аганин А.А., Давлетшин А.И. Гидродинамическое взаимодействие слабонесферических газовых пузырьков в жидкости в трёхмерной постановке задачи // *Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН*. 2017. Т. 12, № 1. С. 51–58.
Аганин А.А., Давлетшин А.И. Hydrodynamic interaction of weakly nonspherical gas bubbles in a liquid in the three-dimensional problem statement. *Proceedings of the Mavlyutov Institute of Mechanics*. 2017. V. 12, No. 1. P. 51–58 (in Russian).
DOI: [10.21662/uim2017.1.008](https://doi.org/10.21662/uim2017.1.008)
- [20] Аганин А.А., Давлетшин А.И. Деформации взаимодействующих газовых пузырьков в жидкости при акустическом воздействии // *Ученые записки Казанского университета. Серия: физико-математические науки*. 2018. Т. 160, № 4. С. 657–669.
Аганин А.А., Давлетшин А.И. [Deformation of interacting gas bubbles in liquid under acoustic excitation]. *Uchenyye zapiski Kazanskogo universiteta. Seriya Fiziko-matematicheskoye nauki*. 2018. V. 160, No. 4. P. 657–669 (in Russian).
EDN: [yyjckn](https://www.edn.ru/yjckn)
- [21] Аганин А.А., Давлетшин А.И., Халитова Т.Ф. Численное моделирование динамики пузырьков в центральной области струимера // *Многофазные системы*. 2018. Т. 13, № 3. С. 11–22.
Аганин А.А., Давлетшин А.И., Халитова Т.Ф. Numerical simulation of bubble dynamics in central region of streamer. *Multiphase Systems*. 2018. V. 13, No. 3. P. 11–22 (in Russian).
DOI: [10.21662/mfs2018.3.002](https://doi.org/10.21662/mfs2018.3.002)
- [22] Qinghim N. Acoustic cavitation characteristics of mixed bubble groups composed of different types of bubbles // *Acta Phys. Sin.* 2020. V. 69, No. 18. P. 184301.
DOI: [10.7498/aps.69.20200381](https://doi.org/10.7498/aps.69.20200381)
- [23] Chahine G.L., Duraiswami R. Dynamical interaction in a Multi-Bubble Cloud // *J. Fluids Eng.* 1992. V. 114, No. 4. P. 680–686.
DOI: [10.1115/1.2910085](https://doi.org/10.1115/1.2910085)
- [24] Takahira H., Akamatsu T., Fujikawa S. Dynamics of a Cluster of Bubbles in a Liquid (Theoretical Analysis) // *JSME Int. J. Ser. B*. 1994. V. 37, No. 2. P. 297–305.
DOI: [10.1299/jsmeb.37.297](https://doi.org/10.1299/jsmeb.37.297)
- [25] Skaropoulos N.C., Yagridou H.D., Chrissoulidis D.P. Interactive resonant scattering by a cluster of air bubbles in water // *J. Acoust. Soc. Am.* 2003. V. 113, No. 6. P. 3001–3011.
DOI: [10.1121/1.1572141](https://doi.org/10.1121/1.1572141)
- [26] Akhatov I., Konovalova S. Structure formation in acoustic cavitation // *Multiphase Sci. Technol.* 2005. V. 17, No. 4. P. 343–371.
DOI: [10.1615/MultScienTechn.v17.i4.30](https://doi.org/10.1615/MultScienTechn.v17.i4.30)
- [27] Doinikov A.A. Mathematical model for collective bubble dynamics in strong ultrasound fields // *J. Acoust. Soc. Am.* 2004. V. 116, No. 2. P. 821–827.
DOI: [10.1121/1.1768255](https://doi.org/10.1121/1.1768255)
- [28] Ilinskii Y.A., Hamilton M.F., Zabolotskaya E.A. Bubble interaction dynamics in Lagrangian and Hamiltonian mechanics // *J. Acoust. Soc. Am.* 2007. V. 121, No. 2. P. 786–795.
DOI: [10.1121/1.2404798](https://doi.org/10.1121/1.2404798)
- [29] Yasui K., Iida Y., Tuziuti T., Kozuka T., Towata A. Strongly interacting bubbles under an ultrasonic horn // *Physical Review E*. 2008. V. 77. P. 016609.
DOI: [10.1103/PhysRevE.77.016609](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.77.016609)
- [30] LV L., Zhang H., Cui B., Chen L., Luo X. The Numerical Investigation on Bubble Interaction Dynamics in Hydrodynamic Cavitation // *MECHANIKA*. 2021. V. 27, No. 2. P. 115–121.
DOI: [10.5755/j02.mech.26187](https://doi.org/10.5755/j02.mech.26187)
- [31] Насибуллаева Э.Ш., Ахатов И.Ш. Динамика пузырькового кластера в акустическом поле // *Акуст. ж.* 2005. Т. 51, № 6. С. 709–717.
EDN: [hsinhv](https://www.edn.ru/hsinhv)
Насибуллаева Э.Ш., Ахатов И.Ш. Dynamics of a bubble cluster in an acoustic field. *Acoustical Physics*. 2005. V. 51, No. 6. P. 705–712.
DOI: [10.1134/1.2130902](https://doi.org/10.1134/1.2130902)
- [32] Nigmatulin R.I., Akhatov I.Sh., Vakhitova N.K., Nasibullaeva E.Sh. Dynamics of bubble clusters // in *Nonlinear Acoustics at the Turn of the Millennium* (AIP conference proceedings), Melville, New York, USA. 2000. V. 524, No. 1. P. 455–460.
DOI: [10.1063/1.1309263](https://doi.org/10.1063/1.1309263)
- [33] Мандельштам Л.И. Лекции по теории колебаний. М.: Наука. 1972. 470 с.
Mandelstam L.I. Lectures on the Theory of Oscillations. Moscow: Nauka. 1972. P. 470 (in Russian).
- [34] Нигматулин Р.И., Ахатов И.Ш., Насибуллаева Э.Ш., Вахитова Н.К. Динамика пузырьковых кластеров // *Вестник БашГУ. Уфа*. 1999. № 2. С. 12–15.
Nigmatulin R.I., Akhatov I.Sh., Nasibullaeva E.Sh., Vakhitova N.K. [Dynamics of bubble clusters]. *Vestnik bashkirskogo universiteta* [Bulletin of the Bashkir State University]. 1999. No. 2. P. 12–15 (in Russian).
- [35] Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний. М.: Наука. 1980. 272 с.
Panovko Ya.G. Introduction to the theory of mechanical vibrations. Moscow: Nauka. 1980. P. 272 (in Russian).

Сведения об авторах / Information about the Authors

Эльвира Шамилевна Насибуллаева

к.ф.-м.н.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Elvira Sh. Nasibullaeva

Ph.D (Physics & Mathematics)

Mavlyutov Institute of Mechanics, UFRS RAS, Ufa, Russia

elvira98@mail.ru

ORCID: [0000-0003-1242-9800](https://orcid.org/0000-0003-1242-9800)



Сравнительный анализ подходов, необходимых для реализации робототехнического модуля дефектовки деталей

А.А. Лонцаков*, О.В. Даринцев**

*Уфимский нефтяной государственный технический университет, Уфа

**Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

E-mail: palynom@yandex.ru

На протяжении последних двух десятилетий самым часто реализуемым способом добычи нефти в Российской Федерации является механизированный способ с использованием установки электроцентробежного насоса (УЭЦН). В связи с удалённостью месторождений от базы ремонтных предприятий стоимость транспортировки отработавших свой ресурс, но ремонтпригодных УЭЦН значительно превышает их закупочную стоимость, что с течением времени приводит к образованию существенного количества выведенного из эксплуатации нефтедобывающего оборудования. Для решения этой проблемы предлагается разработать мобильный робототехнический модуль сортировки, дефектовки и хранения деталей насосов, благодаря использованию которого станет возможным мелкий ремонт оборудования непосредственно на пунктах добычи. В статье рассматриваются проблемы комплексной дефектовки металлических и неметаллических деталей с возможностью применения разрабатываемой методики для широкого перечня промышленных изделий, вместе с тем основное внимание уделяется работам с деталями УЭЦН. На основании декомпозиции задачи были выделены наиболее проблемные операции: классификация деталей, контроль поверхности (идентификация дефектов), размерный контроль. Результаты краткого сравнительного анализа по каждой из вышеприведенных подзадач базируются на обзоре научной литературы за последние 30 лет, большее число рассмотренных источников приходится на последние 5 лет. В ходе работы определены оптимальные методы решения поставленной задачи — методика машинного обучения для классификации поверхностных дефектов, использование координатно-измерительной машины с манипулятором для размерного контроля. Также предлагается новый подход для решения основной проблемы методов машинного обучения (отсутствие обучающей выборки) в виде использования синтетических фотореалистичных изображений для классификации с переносом признаков дефектов из семантически близких и публично доступных обучающих выборок.

Ключевые слова: система технического зрения, дефектоскопия, автоматизированная визуальная инспекция, классификация поверхностных дефектов, автоматизированное измерение размеров

Comparative analysis of approaches necessary for designing a robotic module for industrial parts defect detection

A.A. Lonshchakov*, O.V. Darintsev**

*Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russia

**Mavlyutov Institute of Mechanics UFRC of the RAS, Ufa, Russia

E-mail: palynom@yandex.ru

Over the past two decades, the most frequently implemented method of oil extraction in the Russian Federation has been a mechanized method using an electric submersible pump (ESP) unit. Due to the remoteness of the fields from the base of repair enterprises, the cost of transporting spent but maintainable ESPs significantly exceeds their purchase price, which over time leads to the formation of a significant amount of decommissioned oil production equipment. To solve this problem, it is proposed to develop a mobile robotic module for sorting, defecting and storing pump parts, thanks to its use, minor repairs of equipment will be possible directly at production sites. The article deals with the problems of complex flaw detection of metal and non-metallic parts with the possibility of applying the developed methodology for a wide range of industrial products, at the same time, the main attention is paid to work with ESP parts. Based on the decomposition of the problem, the most problematic operations were identified: classification of parts, surface control (identification of defects), dimensional control. The results of a brief comparative analysis for each of the above subtasks are based on a review of the scientific literature over the past 30 years, with the largest number of sources reviewed in the last 5 years. As a result optimal methods for solving the task were derived — a machine learning technique for classifying surface defects, the use of a coordinate measuring machine with a manipulator for dimensional control. A new approach is also proposed to solve the main problem of machine learning methods (lack of training samples) in the form of using synthetic photorealistic images for classification with transfer of defect features from semantically close and publicly available training samples.

Keywords: vision system, defect detection, automatic visual inspection (AVI), surface defect classification, automatic parts measurement

1. Введение

Нефтяные доходы федерального бюджета Российской Федерации в соответствии с отчётом Министерства финансов за 2022 год составляют порядка 7704 млрд. рублей [1], поэтому они входят в число наиболее прибыльных неналоговых доходных статей, а значит методы, обеспечивающие бесперебойную работу нефтяных скважин, являются актуальными и не теряют своей значимости в настоящих условиях. Согласно статистическим данным более двух третей всей нефтедобычи приходится на эксплуатацию скважин механизированным способом с использованием установки электроцентробежного насоса (УЭЦН) [2]. А основным фактором, вызывающим простой добывающего скважинного фонда, являются преждевременные отказы УЭЦН (износ оборудования из-за отложения примесей, солей, песка, парафина). Наиболее активно разрабатываемые месторождения в данный момент географически располагаются на территории дальней Сибири [3], что увеличивает стоимость логистики при транспортировке на ремонтные предприятия, преимущественно сконцентрированные в западной или центральной части России. Исходя из этого факта нефтедобывающим компаниям экономически целесообразнее производить полную замену всего комплекта УЭЦН, выполняя складирование отработавших установок непосредственно на участках добычи. На основе среднего срока эксплуатации нефтяной скважины в тридцать лет (общее число нефтяных скважин в РФ составляет более порядка восьми тысяч) и средней частоты ремонта УЭЦН в полтора года была произведена оценка, показавшая, что за весь жизненный цикл каждая скважина в среднем нуждается в двадцати УЭЦН. Такая ситуация приводит к накоплению существенных, постоянно растущих, запасов нефтедобывающего оборудования. Исходя из вышесказанного, а также на основании распоряжения Правительства № 3924-р от 28 декабря 2021 г. о цифровой трансформации топливно-энергетического комплекса [4] было предложено разработать мобильный роботизированный модуль, позволяющий осуществлять ремонт УЭЦН непосредственно на месторождении.

В данном контексте задача ремонта УЭЦН формулируется следующим образом: на вход разрабатываемого модуля поступают хаотично ориентированные детали насоса (типичными примерами являются рабочее колесо (рис. 1), направляющий аппарат, втулка подшипника), а результатом работы служит распределение деталей по трем категориям: годно, брак, на доработку. Номенклатура деталей считается заранее predetermined.

В работе [5] была выполнена декомпозиция задач и предложена предварительная архитектура робототехнического модуля дефектовки деталей, из которых выделяются, как наиболее труднореализуемые, три подзадачи: разбор хаотично ориентированных деталей из корзины (сложность связана с трудностями при использовании классических подходов), дефектовка и хране-

ние деталей). В статье кратко излагаются основные подходы для решения подзадачи дефектовки деталей (которая, в свою очередь, декомпозируется на контроль формы, поверхности и размеров), а также связанный с ними цикл научных исследований.

2. Методология контроля формы

Целями контроля формы входного потока отсортированных деталей являются как первичная дефектовка, так и оптимизация работы системы, так при отсутствии у объекта какого-либо конструктивного элемента, существенного отклонения от эталона производить на последующих этапах контроль состояния поверхности и размерный контроль нецелесообразно, поэтому такая деталь отправляется в накопитель с браком.

В работе [6] был выполнен сравнительный анализ трех классических методов для распознавания тридцати промышленных изделий — свёртка на основе операторов Собеля [7] и Прюитта [8], а также использовалась технология нечёткой логики. В лабораторных условиях все подходы показали равноценную эффективность, при этом фактором, вносящим наибольшую вариацию в результаты, была отражающая способность материала. Фактически был показан низкий процент ошибки, но такой подход не применим на практике в силу того, что взаимоположение камеры и объекта должно быть зафиксировано с высокой точностью, потому что смещение даже на один пиксель приводит к некорректной эстимации контура. Это накладывает ряд ограничений для работы с реальными деталями, для которых в общем случае необходимо получить до 6 верифицирующих изображений. В работе [9] предлагается использование подхода, состоящего из двух этапов: получение облака точек с применением наземного лазерного сканера (НЛС) с последующим его сравнением с исходной CAD-моделью. В предлагаемом методе значительная сложность заключается в постобработке облака точек — у исходного потока большой объём массива данных и высокий процент зашумления. Модификация классических методов работы с облаком точек (локальная нормализация [10] и RANSAC [11]) позволяет частично снять проблемы эксплуатации лазерного сенсора. Однако практическая применимость данной методики ограничена за счёт стохастических ошибок и длительного времени измерения объекта.

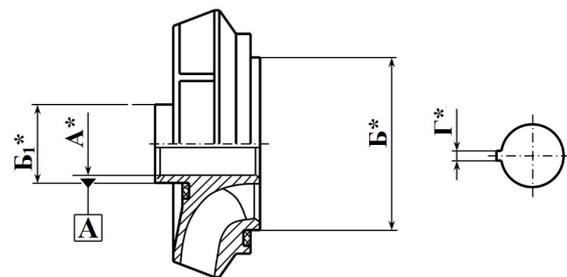


Рис. 1. Эскиз рабочего колеса УЭЦН

В работе [12] продемонстрировано первое успешное применение (точность 95% для 4 классов) сверточных нейронных сетей (СНС) для классификации конденсаторов, где показано, что «интеллектуальные» методы не только способны обеспечить малое значение ошибки, но и могут работать с аналогичной человеку скоростью — не более 33,3 мс на изображение. Авторы использовали модель типа *YOLO-v3* [13], которая была модифицирована с использованием *MobileNet* [14] для уменьшения количества входных параметров, что как следствие, увеличило скорость работы. Полученная в результате модель по своим эксплуатационным качествам превзошла ранее известные типы моделей: *SSD*, *RCNN*, *Faster-RCNN*. В работе [15] рассмотрен вопрос использования СНС для дефектовки подшипников, поступающих на конвейере с использованием *VGGNet* [16]. Обучающая выборка была ограничена, в связи с чем были применены аугментационные методы работы с изображениями: вращения, сдвиги, зеркальные отображения. Несмотря на ярко выраженное переобучение ($mAP_{\text{train}} = 0,78$, $mAP_{\text{val}} = 0,57$), данный подход показал высокую практическую эффективность. Результаты косвенно указывают на то, что аугментационные методы в целом не способны качественно расширить размер выборки, поскольку возникает эффект переобучения ($mAP_{\text{train}} > mAP_{\text{val}}$): модель не выявляет признаки исходного распределения, а «запоминает» вариации уже известных примеров. Также следует отметить, что сравнительно невысокий уровень точности работы конкретной классификационной системы не является критерием, комплексно характеризующим работоспособность всего направления методов, СНС в частности, поскольку для полноценного сопоставления необходим сравнительный анализ на обширных и разнородных обучающих выборках по типу *ImageNet-1K*, *ImageNet-22K* [17] с учётом различных метрик. В работе [18] предлагается использовать объединённую систему обнаружения и классификации инфраструктурных объектов. Для решения основной проблемы методов машинного обучения — ограниченности обучающей выборки — рассматривается вариант с обучением непосредственно в процессе инспекции, что реализуется за счёт классификатора на основе остаточной СНС [19] и эксперта на первых итерациях. Подразумевается наличие «разогревающей» обучающей выборки с экспертом, классифицирующим наиболее информативные (сложные для классификатора) изображения. Это позволяет получить

аналогичную «стандартному» обучению точность 87,5 % при «экономии» порядка 30 % обучающей выборки.

Таким образом, для классификации деталей оптимальным является использование методов машинного обучения с последующим измерением массы для реализации первичной дефектовки. Необходимость в взвешивании обосновывается наличием низкой массовой вариации внутри одного типа изделия, что позволяет идентифицировать с высокой точностью формообразующие девиации: сколы, раковины, крупные трещины и пр. Для «интеллектуальных» методов характерна нелинейная зависимость между размером обучающей выборки и точностью, при этом для проверки модели на работоспособность не требуются тысячи или миллионы изображений [20] — вполне достаточно нескольких сотен исходных изображений. основополагающим аспектом успешной работы с методами машинного обучения является процесс получения исходной базы данных изображений, мануальное создание обучающей выборки неизбежно приводит к ошибкам и субъективности [21] из-за человеческого фактора. Кроме того, некоторые виды аннотаций (сегментационные маски, матрицы положения объекта, карты глубины и др.) настолько затратны для получения в приемлемом для обучения масштабе, что стоимость их сборакратно превышает потенциальную среднесрочную выгоду [22].

В связи с этим следует вывод, что перспективным направлением является генерация синтетической обучающей выборки [23] на основе известных *CAD*-моделей объектов. Однако и такой подход обладает критическим недостатком, заключающимся в ковариантном сдвиге [24] (обученные признаки отличаются от реальных), который ограничивает практическую адаптацию, так как существующие методики компенсации ковариантного сдвига для классификации изображений неприменимы [25]. На основании результатов работы [26], где впервые показана реализация классификации промышленных изделий с помощью синтетической выборки в планируемой разработке роботизированного комплекса предлагается следующий подход:

1. Для конечной номенклатуры изделий на основе программы компьютерной графики с поддержкой трассировки пути *Blender* сгенерировать изображения при вариации параметров положения и освещения (выступает как средство частичной компенсации ковариантного сдвига).



Рис. 2. Примеры наиболее распространённых типов дефектов УЭЦН

2. Обучить классификационную модель типа *ResNext-101* [27]. Для задачи классификации промышленных изделий использование «визуальных трансформеров» [28] нецелесообразно на основании малого количества классов деталей (несколько десятков) и ограниченности обучающей выборки (менее миллиона изображений).
3. Получить реальные изображения изделий и затем, по аналогии с работой [19], «дообучить» классификатор.

Вышеописанный подход подразумевает итерационное улучшение за счёт поступления, реальной обучающей выборки (истинная компенсация признаков). При этом, если число синтетических изображений будет равно нескольким сотням, то для реальных деталей достаточно получить их всего несколько десятков [26]. Имплементационные детали подбора параметров сцены, а также гиперпараметры классификационной модели будут отражены в последующих работах.

3. Методология контроля поверхности

Наиболее трудно автоматизируемым процессом автоматизированной дефектовки служит контроль состояния поверхности. На рис. 2 отражены самые часто встречаемые примеры дефектов.

Методы контроля состояния поверхности принято разделять на четыре основных группы: статистические, спектральные, комплексные и основанные на машинном обучении. Далее приводится сравнительный анализ вышеописанных методов, основанный на практических результатах за последние тридцать лет.

3.1. Статистические методы

Статистические методы основаны на оценке характеристик распределения пикселей — регулярность и периодичность. В настоящей работе рассматриваются три следующих наиболее распространённых и эффективных подхода:

- определение порогового значения;
- кластеризация;
- фрактальный анализ.

Метод определения порогового значения выявляет дефекты путём поэлементного сравнения значений пикселей изображения с предопределённым значением (порогом) и преобразует тестовое изображение в бинарное. В работе [29] впервые была произведена оценка распределения функции плотности вероятности распределения интенсивности пикселей бездефектных стальных изображений, которые служили как базис для определения порога. Такой подход позволил с высокой достоверностью различать цифровой или оптический шум и дефектные участки. В работе [30] авторы вычислили локальную энтропию дефектных и бездефектных изображений, что позволило выделить дефектную область изображений также за счёт гистограммного анализа.

Добавление же локальной энтропии позволило значительно улучшить определение дефектных участков по сравнению с предыдущим подходом. В работе [31] было предложено использование адаптивного порога градиента изображений с целью улучшения глобального распознавания дефектов, что позволило селективно сегментировать дефектные области и сохранять границы дефекта независимо от их размера. В каждой из вышеописанных работ сообщается о сложностях в сегментации фона от самого дефекта и высокой чувствительности к шуму, что свидетельствует о необходимости использования альтернативных подходов.

Метод кластеризации, основанный на сходстве пикселей изображения, позволяет извлекать информацию, неявно присутствующую в изображениях, которым характерны сложная структура и повторяющиеся элементы. Для обнаружения дефектов на таких изображениях применяется классификация дефектов по различным категориям, основанная на анализе кластеров. В работе [32] показана возможность выявления периодически повторяющихся дефектов на основе кластеризации характеристик (координаты и их тип). Главным недостатком предложенного подхода служит сложность работы с металлическими объектами. Для решения этой проблемы в работе [33] предлагается использовать вложенную кластеризацию: изображение группируется в «суперпиксели», которые затем группируются в подобласти, причём границы «суперпикселей» итеративно обновляются до тех пор, пока семантически близкие пиксели не будут объединены в один «суперпиксель», что, в конечном итоге, приводит к сходимости дефектов в одну подобласть. Это позволяет достичь 91 % точности распознавания на стальных поверхностях с возможностью идентификации типов и размеров аномалий. Следует отметить, что для вложенной кластеризации характерно высокое количество ложноположительных срабатываний.

Метод фрактального анализа основан на использовании свойств «самоподобия», которое заключается в повторении статистических характеристик сегмента изображения в различных масштабах. Эмпирически установлено, что изображения металлов в целом обладают фрактальными свойствами. В работе [34] использованы фрактальные характеристики (гистограмма «самоподобия») бездефектных стальных изображений для последующего сравнения с дефектами. Полученные результаты согласуются (без указания метрик) с экспертным заключением для сколов, вмятин и трещин. Аналогично, в работе [35] используется мультифрактальная размерность для сегментации и идентификации дефектной области для пяти классов дефектов стальных поверхностей с точностью 97,9 %.

Таким образом, вышеописанный класс методов в целом способен детектировать поверхностные дефекты, однако у каждого из них присутствует существенный недостаток для практического применения бесконтактной дефектоскопии УЭЦН: сложность в выделении дефекта и фона при определении порогового значения,

высокая частота ложноположительных срабатываний для кластеризации и отсутствие точного фрактального описания всех типов металлических и неметаллических поверхностей для фрактального анализа. При этом для всех характерны неудовлетворительные результаты при плавном изменении интенсивности пикселей изображения, например, при наличии локального износа, который является одним из наиболее частых дефектов большей части номенклатуры деталей УЭЦН.

3.2. Спектральные методы

Спектральные методы основаны на преобразовании изображения из дискретного пространства в частотное. Это позволяет выделить ключевые частоты и использовать эту информацию для различных целей: улучшение качества, сжатие данных и поиск дефектов. Далее приведены результаты анализа трех наиболее релевантных методов для дефектовки спектральных методов:

- преобразование Фурье;
- фильтр Габора;
- оптимизированный фильтр с конечно импульсной характеристикой (КИХ-фильтр).

Преобразование Фурье формирует образ изображения в виде глобальных характеристик в частотной области. С применением преобразования Фурье реализуются такие свойства изображения как инвариантность к трансляции, масштабированию и вращению, что позволяет идентифицировать дефекты в произвольных сегментах изображения. На основе дискретного преобразования Фурье в работе [36] предложен модифицированный метод преобразования по фазе (*Phase Only Transform*) с последующей нормализацией по величине, позволивший выделять только «нерегулярные» признаки для представления дефектов. Этот подход оказался эффективным и универсальным на различных текстурных поверхностях (сталь, дерево, керамика и кремниевые пластины), при этом требуется ручное определение только одного параметра чувствительности. Тем не менее, класс подобных методов ограниченно применим в условиях, когда компоненты частоты Фурье, связанные с фоном и областями дефектов, когерентны (смешиваются). Это связано с тем, что эмпирически трудно реализовать несовпадение частот во время обработки компонентов, связанных с фоном или дефектом соответственно.

Фильтр Габора (формально определяется как гармоническая функция, умноженная на гауссиан) способен устранить вышеописанный недостаток, что на практике позволяет проводить локализованный анализ частот с применением простого двумерного фильтра. Для задачи обнаружения поверхностных дефектов фильтр Габора требует тщательного подбора параметров, поскольку они существенно влияют на локальное распределение частот. Параметры фильтра Габора выбираются в соответствии с размером и направлением дефекта, по-

этому практически невозможно получить удовлетворительные результаты для дефектов разных размеров с помощью только одного фильтра Габора. В связи с этим в работе [37] предложен двухкомпонентный комбинированный фильтр Габора, подкрепленный морфологическими признаками (оценка частоты смены интенсивности, ориентация, относительная удаленность, связность, средняя разность серого) с целью отделения отверстий на стальных поверхностях. Аналогично, в работе [38] показано, что качество идентификации дефектов может быть увеличено применением комплексного подхода, заключающегося в использовании признаков Габора с другими классическими (в том числе статистическими) методами. Также следует отметить главный недостаток фильтра Габора — необходимость в ручном определении его характеристик, что может быть решено методом глубокого машинного обучения при наличии достаточной обучающей выборки.

Выступая как типичный оптимизированный фильтр, КИХ-фильтр обеспечивает сепарацию характеристик между бездефектными и дефектными областями из отфильтрованных изображений. Под процессом оптимизации понимается эффективное разделение частот бездефектного сегмента изображения с низкой энергией сигнала и дефектного сегмента с высокой энергией сигнала [39]. В работе [40] продемонстрировано, что КИХ-фильтр функционирует лучше как с точки зрения вычислительной эффективности, так и точности, чем фильтры Габора и БИХ-фильтры (фильтры с бесконечной импульсной характеристикой), поскольку он обладает большим количеством свободных настраиваемых параметров. Так, в работе [41] применены КИХ-фильтры для обнаружения дефектов фабричных изделий, и наилучшие результаты достигнуты в текстурной промышленности на момент публикации. Далее на основе этих результатов в работе [42] была предложена новая «субоптимальная» (формально избыточная) схема фильтрации, которая адаптивно объединяет оптимизированные КИХ-фильтры, учитывая текстурные особенности изображений, полученных от устройства освещения с двойным переключением света (уменьшение неоднородности яркости стальной поверхности), для обнаружения различных форм дефектов на стальных поверхностях. Сообщается, что данный нетипичный метод обнаружения эффективен для работы с неоднородными поверхностями.

Таким образом, несмотря на потенциальные преимущества спектральных методов (инвариантность, низкая вычислительная сложность и высокая чувствительность к изменению интенсивности соответственно) для обнаружения дефектов, их применение в роботизированном участке ремонта деталей УЭЦН может столкнуться со значительными проблемами из-за сложности настройки параметров и нетривиальной задачей интерпретации результатов.

3.3. Комплексные методы

Закономерно, что статистические методы достаточно чувствительны к шуму, а спектральные — не учитывают локальную информацию, поэтому они оба имеют ограничения при представлении разнообразных дефектов и стохастических фоновых изменениях, возникающих на текстурированных металлических поверхностях за счёт высокой отражающей способности материала. Комплексные (модельные) методы способны показывать лучшие результаты для обнаружения различных дефектов путём проецирования исходного распределения текстуры сегментов изображения на низкоразмерное распределение с помощью модели, подкреплённой обучающимися параметрами. Далее кратко рассматриваются несколько наиболее часто реализуемых модельных методов:

- модель Марковского случайного поля (МСП);
- метод Вейбулла;
- модель активного контура (*Active Contour Model*).

В 1983 году, исходя из предположения о том, что текстура имеет связь между соответствующими случайными переменными в стохастическом (или периодическом) двумерном поле, в работе [43] впервые использован МСП в качестве модели (каждая точка имеет бинаминальное распределение с параметрами смежных точек и уровней серого) поверхностной текстуры, структура которого отражает пространственную корреляцию пикселей изображения. В продолжение этого подхода в работе [44] применили МСП для восстановления дефектов плоской стали (трещин) и устранения ложноположительных срабатываний. Далее, в работе [45] показано ещё более существенное снижение ложноположительных срабатываний с 18,8 % до 3,7 % при использовании модели контекстно-адаптивного скрытого марковского дерева (КАСМД), основанной на гипотезе, что корреляция вейвлет-коэффициентов изображений поверхности плоской стали на разных масштабах удовлетворяет марковскому свойству. Последние работы также свидетельствуют о большом потенциале применения МСП для обнаружения дефектов поверхностей деталей, используемых в промышленности.

Некоторые типы дефектов (в т.ч. износ) металлической поверхности, которые характеризуются слабым изменением интенсивности, трудно обнаруживаются с помощью МСП. Одним из вариантов решения служит использование распределения Вейбулла, которое эффективно характеризует текстурный контраст, размер и силуэт изображения. Так, в работе [46] предложено использовать непараметрический метод обнаружения дефектов на основе распределения Вейбулла, вычисляя два параметра аппроксимации для распределения градиентов изображения в локальных областях. Этот метод позволяет эффективно (средняя точность 98 %) обнаруживать сложные дефекты в стальных изделиях из большой промышленной базы данных (*DAGM 2007*

с 4 классами, для каждого из которых существует 1000 бездефектных и 150 дефектных примеров), полученной с помощью системы оптического контроля. Однако распределение Вейбулла трудно идентифицирует дефекты с постепенным изменением интенсивности или с низким контрастом. Поэтому в работе [47] была предложена модель Хаар-Вейбулла (*Haar-Weibull variance*) с заменой признаков локальной величины градиента признаками Хаара для локальных участков. Это позволило достичь точности в 96 % на однородном собственном наборе данных металлических дефектов.

Сущность модели активного контура (МАК) заключается в том, что используется непрерывная кривая для выражения и определения границы объекта (дефекта). МАК широко применяется в сегментации изображений, поскольку она способна реализовывать пиксельно-корректное описание границ объекта. В работе [48] предложена модель активного контура, в которой карта «внимания» (*saliency*) интегрируется в функцию минимизации энергии для обнаружения поверхностных дефектов на объектах из кремния. Такой подход показал хорошие результаты как на дефектах-пятнах, так и на дефектах-углублениях, поскольку интегрированная карта выделяет потенциальные дефекты и подавляет фоновый шум. В работе [49] разработан метод обнаружения дефектов на основе МАК без границ за счёт включения штрафного коэффициента (локальная нормализация интенсивности) и использования Гауссова свёрточного ядра (учёт пиксельных вариаций интенсивности МАК). Результаты применения показывают, что этот метод может эффективно сегментировать дефектные поверхности с неоднородными границами из сложных поверхностных текстур.

Немаловажно, что комплексные методы могут быть скомбинированы со статистическими и спектральными методами для достижения максимальной точности распознавания путём компенсации недостатков последних. Это потребует детальной настройки целого ряда параметров, но без гарантии сходимости комплексных методов для классификации поверхностей разного типа.

3.4. Машинное обучение

Метод машинного обучения основан на статистическом извлечении признаков из больших и, что более важно, разнородных данных с целью получения репрезентации исходного распределения для последующей классификации, сегментации, регрессии, предсказания токена и т.д. С ростом популярности «искусственного интеллекта» в последнее десятилетие машинное обучение — одно из направлений модельных методов, которое было предложено использовать для обнаружения различных поверхностных дефектов. В целях упрощения задача обнаружения дефектов в литературе рассматривается как бинарная. Для таких методов глобально выделяют две категории по признаку использования доступных аннотаций (в данном случае дефектных изображений):

- обучение с учителем;
- обучение без учителя.

Целью обучения с учителем является моделирование распределения между входными векторами (изображения поверхности) и классами поверхности (0 или 1). Метод опорных векторов (*support vector machine, SVM*), дерево решений и нейронные сети являются классическими наиболее часто используемыми примерами в этой категории. В работе [50] показано, что эффективность классификаторов при обнаружении дефектов зависит от комбинации признаков и типа самого классификатора — произведено объединение классификаторов (*SVM* и *vector-valued regularized kernel function approximation, VVRKFA*) с различными наборами признаков (*Haar, DB2, DN4*), чтобы разделить тестовые изображения на дефектные и бездефектные, и показано, что производительность *VVRKFA* с признаками *Haar* показывают наибольшую точность среди признаков-классификаторов. В работе [51] использовали двухслойный перцептрон для попиксельной классификации тестовых изображений в дефектные и бездефектные области. Однако большое количество параметров перцептрона (рекуррентная связь нейронов один ко многим) приводит к экспоненциально растущей вычислительной сложности при добавлении слоёв. Использование СНС позволяет разрешить эту проблему, причём свёртка не только уменьшает число свободных параметров, но и, при корректной архитектуре, позволяет повысить точность в сравнении со статистическими и спектральными методами. Это положительное свойство показано в работе [52], где предложена СНС для обнаружения трещин на бетонных и стальных поверхностях без расчёта дефектных признаков. Кроме того, в работе [53] реализовано точное обнаружение лёгких царапин на металлической поверхности путём объединения СНС и *LSTM (long short-term memory)* с классификацией после извлечения признаков, экспериментальные результаты указывают на высокую устойчивость к фоновым шумам. Для реализации методов на основе СНС с аналогичной человеку скоростью в работе [54] была предложена модифицированная модель типа *YOLO (You Only Look Once)*, где был заменён выходной полносвязный слой на свёрточный для уменьшения числа параметров, что позволило достичь точности в 98 % со скоростью 83 FPS (*GTx 1080Ti c 11,34 FP32 TFLOPS*) на проприетарной выборке, состоящей из 4655 изображений дефектов поверхности стали. Отдельно важно отметить, что высокая производительность методов обучения с учителем достигается только при наличии большого количества образцов дефектных и бездефектных изображений. При этом сбор и аннотация изображений на промышленной производственной линии является довольно трудоёмким и затратным мероприятием.

Обучение без учителя (самообучение) позволяет сохранить высокую точность идентификации, как при обучении с учителем, при снижении требований к объёму исходной выборки, что в задаче обнаружения де-

фектов заключается в получении преимущественно бездефектных изображений. СНС также широко используются при обучении без учителя, поскольку оптимизационная функция (перекрёстная энтропия для классификации) не меняется. Генеративно-состязательная сеть (*generative adversarial network, GAN*) является подвидом СНС и состоит из двух подсетей — генеративной (создаёт образы или дефекты) и дискриминационной (отличает реальные дефекты от генеративных). Поскольку у подсетей разные оптимизационные функции, то между ними возникает состязательный процесс, конечной целью которого служит «обман» друг друга. На практике *GAN* успешно используются для генерации изображений, улучшения качества изображений, генерации текста, генерации 3D объекта по изображению. В работе [55] была использована комбинация *GAN* с автокодировщиком (*autoencoder AE*) для обнаружения дефектов на текстурной поверхности, который требует наличия только бездефектных образцов без каких-либо дефектных образцов или ручной аннотации. В результате теста на 400 изображениях из *DAGM 2007* сообщается о точности 98,3 % при временных затратах на кадр в 80,3 мс (*GTx 1080*), что в сравнении с классическими методами или обучением с учителем является хорошим результатом. Алгоритмы на основе *AE* также демонстрируют потенциальную конкурентоспособность *GAN* в обнаружении дефектов на поверхностях металлов, при этом отмечается их устойчивость к шуму. В работе [56] применён свёрточный автокодировщик (*convolution autoencoder, CAE*) для восстановления дефектных тестовых изображений, полученные изображения использовались для сегментации дефектов при помощи классических алгоритмов постобработки. Несмотря на существенный успех таких методов, в частности *GAN*, необходимо принимать в расчёт присущие им недостатки: необходимость наличия большой (начальный порядок измеряется сотнями) бездефектной обучающей выборки, ярко выраженная склонность к переобучению и сложность интерпретации результатов.

Особое внимание уделяется общей сложности алгоритма, поскольку на практике одним из основных требований к системе служит потоковая работоспособность. Касательно источника изображений — реальные изображения с промышленной камеры, как правило, имеют разрешение не более 4096×1024 пикселей, в то время, как известные обучающие выборки используют стандартный, для компьютерного зрения, шаблон в 256×256 пикселей, полученный после постобработки и сегментации. Это ограничивает перенос результатов работы с датасета на реальную производственную линию. Следует отметить, что комплексное сравнение эффективности всех методов поверхностной дефектовки не представляется возможным — исследования различаются как по критериям оценки, так и по исходной обучающей выборке (во многих случаях проприетарной), что ещё раз подтверждает необходимость получения разнородной, репрезентативной базы данных различных типов дефектов для проведения дальнейших работ.

Таблица 1. Результат сравнительного анализа методов идентификации поверхностных металлических дефектов

Тип метода	Метод	Преимущества	Недостатки
Статистический	Определение порогового значения [29–31]	Простота имплементации	Трудность в сепарации фона от дефекта
	Кластеризация [32, 33]	Устойчивость к шуму	Высокое количество ложноположительных срабатываний
	Фрактальный анализ [34, 35]	Высокая вычислительная эффективность	Ограниченная точность
Спектральный	Преобразование Фурье [36]	Инвариантность к масштабированию, перемещению и вращению	Трудность в сепарации частоты фона от дефекта
	Фильтр Габо-ра [37, 38]	Высокая точность при минимальных вычислительных затратах	Необходимость ручного подбора параметров для каждого изображения
	Оптимизированный КИХ-фильтр [39–42]	Лёгкость обнаружения дефектов с низкой вариацией интенсивности	Ограничения при работе с низкими частотами
Комплексный	Марковское случайное поле [43–45]	Возможность комбинации с статистическими и спектральными методами	Не способен идентифицировать малые дефекты
	Модель Вейбулла [46, 47]	Точно описывает тексту поверхности	Не работоспособен при низком контрасте
	Модель активного контура [48, 49]	Возможность получить пиксельно-корректную точность	Фактическая невозможность вычисления параметров для полной схожести
Машинное обучение	Обучение с учителем [50–54]	Наилучшая точность	Требует большого количества изображений обучающей выборки
	Обучение без учителя [55, 56]	Требует малое количество дефектных изображений	Высокая зависимость от качества бездефектных изображений, склонность к переобучению

В табл. 1 кратко изложены результаты сравнительного анализа, проведённого в данном разделе.

С учётом вышеизложенного, применительно к дефектовке поверхностей деталей УЭЦН с учётом полного отсутствия обучающей выборки (в т.ч. нет изображений дефектов) оптимальным походом является использование GAN, поскольку получить бездефектные изображения деталей сравнительно простая задача (для апро- бации возможно использование синтетической фото- реалистичной выборки), а номенклатура поверхност- ных дефектов может быть перенесена из известных баз данных по металлическим поверхностям: DAGM [57], Kolector SSD 2 [58], Severstal [59], MVTec AD [60].

4. Методология контроля размеров

Заключительным этапом дефектовки деталей УЭЦН служит размерный контроль. В данном случае необходим строгий подход к решению задачи измере-

ния размеров — высокие геометрическая сложность и требуемая погрешность изделий не позволяют использовать классические подходы. Далее рассматривается три наиболее перспективных метода:

- роботизированный измерительный модуль;
- лазерная триангуляция;
- Координатно-измерительная машина (КИМ) с манипулятором.

В работе [61] рассматривается возможность применения роботизированного измерительного модуля (РИМ), который включает в себя шестиосевой робот- манипулятор и щуп (рис. 3).

Для получения пространственных координат измеряемого объекта необходимо с помощью данных, получаемых с энкодеров внутри каждого звена манипулятора при контакте с поверхностью объекта, а также



Рис. 3. Состав роботизированного измерительного модуля

с учётом геометрических параметров манипулятора и самого щупа, определить положение контактной точки в пространстве. В процессе измерения существуют три основных изменяемых параметра, которые влияют на точность измерений: скорость подвода щупа, угол контакта между щупом и измеряемой поверхностью, положение сочленений.

Если скорость подвода слишком низкая, то процесс измерения является субоптимальным. С другой стороны, чрезмерно высокая скорость может привести к высокой погрешности измерения и потенциальному повреждению измерителя. Влияние контактного угла на точность измерения обусловлено тем, что щуп возвращает координаты своего центра и для получения реального значения производят коррекцию на $\Delta = r(1 - \cos \varphi)$, где r — радиус сферической рабочей поверхности щупа, φ — угол наклона поверхности. Эффект влияния позиции измерения на точность проявляется из-за внутренней погрешности энкодеров манипулятора. В результате серий экспериментов получены следующие результаты: оптимальная скорость подвода составляет не более 2 м/с, оптимальный угол контакта — 0° (перпендикулярное касание), положение сочленений вносит существенный (до 0,02 мм) иррегулярный вклад, что на практике позволяет достичь точности до 0,1979 мм с повторяемостью 0,0219 мм.

В работе [62] рассматривается возможность проведения высокоточных измерений бесконтактным способом за счёт использования лазерной триангуляции и манипулятора. Представленная система (рис. 4) состоит из следующих элементов: 1, 2 — камеры, 3 — лазер, 4 — стенд с линейной степенью подвижности, 5 — шестиосевой манипулятор с повторяемостью 0,02 мм.

Система предполагает использование эталонного калибровочного объекта, который состоит из геометрических примитивов (точек, прямых, полигонов) и

используется как для внутренней (система координат камер), так и внешней (система координат манипулятора) калибровки. Функционирование системы можно разделить на три этапа. Первым этапом является сканирование поверхности, при котором деталь линейно перемещается, в то время как система камер захватывает изображения с поверхности, освещённой лазером. Вторым этапом идёт анализ изображений, при котором облако точек (реконструируемая поверхность цифровой детали) получается из пикселей изображения с учётом данных калибровки. Затем следует локализация областей интереса на основе обработки облака точек с последующим логированием результатов.

Изучение повторяемости системы было проведено путём десятикратного измерения эталонной детали и анализа вариации результатов относительно среднего значения. Точность была получена за счёт сравнения результатов измерительной системы с результатами при проверке тех же характеристик детали с использованием координатно-измерительной машины (КИМ).

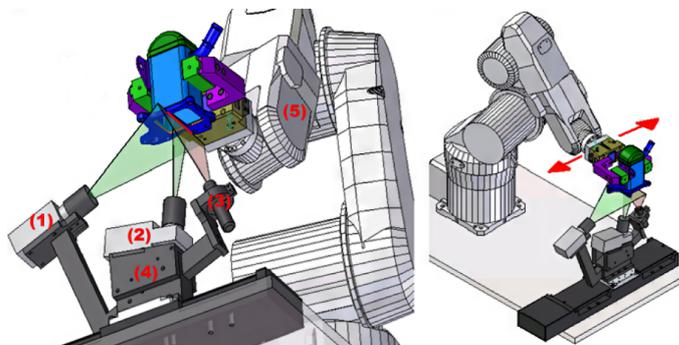


Рис. 4. Измерительная система на основе лазерной триангуляции



Рис. 5. Измерительная система на основе КИМ и манипулятора

Результаты: максимальное значение ошибки составило 4 мм (ошибка аккумулируется при увеличении длины), при этом для малых расстояний удалось получить погрешность не более 0,25 мм.

В работе [63] целью исследования была практическая демонстрация возможности совместной работы манипулятора с КИМ (рис. 5), в которой фиксирование объекта осуществляется вручную специализированными креплениями. Отдельное внимание было уделено эксплуатационным условиям, вибрациям при перемещении, а также механическим воздействиям на КИМ.

Для оценки эффективности были проведены два типа испытаний: измерение объекта с ручной фиксацией и измерение объекта с роботизированным перемещением. Используемая КИМ имела погрешность $MPE_E = 1,8 + L/300$ мкм и $MPE_P = 1,8$ мкм, манипулятор — повторяемость 0,04 мм. Во время испытаний проведено 25 измерений в лабораторных условиях с температурой 21°C без внешних источников вибраций. В качестве измеряемого объекта выступал металлический цилиндр с диаметром 10,998 мм, поверхность которого была аппроксимирована 500 равномерно распределёнными точками. В результате практических экспериментов были получены следующие значения точности измерения: для системы КИМ–робот 0,27 мкм, а для КИМ с фиксированным объектом — 0,08 мкм.

Проведенный анализ измерительных систем позволяет сделать вывод о принципиальной возможности применения всех вышеописанных подходов для реализации автоматизированного измерения деталей со сложными поверхностями. Применительно к УЭЦН только часть из всей номенклатуры деталей может быть измерена с помощью РИМ и связки манипулятор–лазерная триангуляция, так как погрешность измерений неудовлетворительна. Поэтому перспективным является использование КИМ с манипулятором, но для подтверждения этого вывода требуется произвести ряд дополнительных натурных испытаний.

5. Заключение

Приведённый в данной статье краткий обзор методик и подходов, используемых для автоматизированной дефектовки деталей, подтверждает не только высокую сложность, но и большую востребованность поставленной задачи. Также на основании анализа научных источников не возникает сомнений в возможности практической реализации автоматизированного модуля, так как известны эффективные решения для отдельных задач, которые необходимо решать разрабатываемому РТК.

В ходе дальнейшей работы, в первую очередь, необходимо найти решение для наиболее значимых проблем: отсутствие обучающей выборки для классификации деталей и поверхностных дефектов, сложность выбора технологии автоматизированного измерения. Поэтому предлагается построить специализированную архитектуру комплекса, реализующую подход, основанный на использовании синтетической обучающей выборки для классификации [26], GAN [55] для идентификации поверхностных дефектов с переносом негативных изображений из семантически близких известных баз данных [57–60], а для реализации измерительной подсистемы использовать координатно-измерительную машину с манипулятором [63]. В следующем планируется синтезировать и отладить скрипты для программной реализации выбранных задач классификации деталей и поверхностных дефектов, провести их проверку на тестовых образцах деталей УЭЦН.

Список литературы / References

- [1] Исполнение федерального бюджета и бюджетов системы Российской Федерации за 2022 год. Минфин России. *Execution of the federal budget and the budgets of the system of the Russian Federation for 2022. The Ministry of Finance of Russia (in Russian)*. https://minfin.gov.ru/common/upload/library/2023/04/main/ispolnenie_federalnogo_budzheta_predvaritelnye_itogi.pdf (дата обращения (accessed): 05.10.2023 г.)
- [2] Рудницкий С.В., Зацепин А.Ю., Демин Е.В., Ющенко Т.С. Перспективное скважинное оборудование для добычи сланцевой нефти баженовской свиты // ПРОНЕФТЬ. Профессионально о нефти. 2021. Т. 6, № 1. С. 64–75. *Rudnitsky S.V., Zatsepin A.Yu., Demin E.V., Yushchenko T.S. [Promising downhole equipment for the extraction of shale oil of the Bazhenov formation] Perspektivnoye skvazhinnoye oborudovaniye dlya dobychi slantsevoy nefi bazhenovskoy svity. [Professionally about oil] Professional'no o nefi. Vol. 6, No. 1. 2021. Pp. 64–75 (in Russian)*. DOI: 10.51890/2587-7399-2021-6-1-64-75
- [3] Конторович А.Э., Эдер Л.В., Филимонова И.В., Мишенин М.В. Роль уникальных и крупных месторождений в нефтяной промышленности России: ретроспектива, современное состояние, прогноз // Энергетическая политика. 2016. № 2. С. 34–43. *Kontorovich A.E., Eder L.V., Filimonova I.V., Mishenin M.V. [The role of unique and large deposits in the Russian oil industry: retrospective, current state, forecast] Rol' unikalnykh i krupnykh mestorozhdeniy v neftyanoy promyshlennosti Rossii: retrospektiva, sovremennoye sostoyaniye, prognoz // EP. No. 2. 2016 (in Russian)*. EDN: wxmmyy
- [4] Утверждение стратегического направления в области цифровой трансформации топливно-энергетического комплекса: распоряжение Правительства РФ от 28 декабря 2021 г. № 3924-р. *[Approval of the strategic direction in the field of digital transformation of the fuel and energy complex: Decree of the Government of the Russian Federation No. 3924-r dated December*

- 28, 2021] *Utverzhdeniye strategicheskogo napravleniya v oblasti tsifrovoy transformatsii toplivno-energeticheskogo kompleksa: rasporyazheniye Pravitel'stva ot 28 decabrya 2021. No. 3924-p (in Russian)*.
<http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202112300029>
- [5] Гиндуллин И.И., Лонцаков А.А., Салихов Л.С. Структура робототехнического модуля сортировки деталей // Завалишинские чтения: XVII Международная конференция по электромеханике и робототехнике (СПб., 18–19 апреля 2023 г.). Молодёжная секция: сб. докл.: в 2 ч. Ч. 1. СПб.: ГУАП, 2023. С. 41–44.
Gindullin I.I., Lonshakov A.A., Salikhov L.S. [The structure of the robotic module for sorting parts]. Struktura robototekhnicheskogo modulya sortirovki detaley. Zavalishinsky readings: XVII International Conference on Electromechanics and Robotics (St. Petersburg, April 18–19, 2023). Youth section. Vol. 2, No. 1. St. Petersburg: GUAP. 2023. Pp. 41–44 (in Russian).
- [6] Morbid M., Saber S., Ali R.G. Industrial Parts Change Recognition Model Using Machine Vision, Image Processing in the Framework of Industrial Information Integration // *Journal of Industrial Information Integration*. 2022. V. 26. 100277.
 DOI: 10.1016/j.jii.2021.100277
- [7] Kanopoulos N., Vasanthavada N., Baker R.L., Design of an image edge detection filter using the Sobel operator // *IEEE Journal of Solid-State Circuits*. 1988. V. 23(2). Pp. 358–367.
 DOI: 10.1109/4.996
- [8] Seif A., Salut M.M., Marsono M.N. A hardware architecture of Prewitt edge detection // 2010 IEEE Conference on Sustainable Utilization and Development in Engineering and Technology. 2010. Pp. 99–101.
 DOI: 10.1109/STUDENT.2010.5686999
- [9] Nguyen C.H., Young C. Comparison of point cloud data and 3D CAD data for on-site dimensional inspection of industrial plant piping systems // *Automation in Construction*. 2018. V. 91. Pp. 44–52.
 DOI: 10.1016/j.autcon.2018.03.008
- [10] Rabbani T., van den Heuvel F.A., Vosselmann G. Segmentation of Point Clouds Using Smoothness Constraint // *ISPRS Commission V Symposium 'Image Engineering and Vision Metrology'*. 2006. Pp. 248–253.
 ResearchGate: 228340970
- [11] Schnabel R., Wahl R., Klein R. Efficient Ransac for point-cloud shape detection // *Graphics Forum*. 2007. V. 26 (2). Pp. 214–226.
 DOI: 10.1111/j.1467-8659.2007.01016.x
- [12] Huang R., Gu J., Sun X., Hou Y., Uddin S. A rapid recognition method for electronic components based on the improved YOLO-V3 network // *Electronics*. 2019. V. 8 (8). 825.
 DOI: 10.3390/electronics8080825
- [13] Tian Y., Yang G., Wang Z., Wang H., Li E., Liang Z. Apple detection during different growth stages in orchards using the improved YOLO-V3 model // *Computers and electronics in agriculture*. 157. 2019. V. 157. Pp. 417–426.
 DOI: 10.1016/j.compag.2019.01.012
- [14] Sinha D., El-Sharkawy M. Thin mobilenet: An enhanced mobilenet architecture // In 2019 IEEE 10th annual ubiquitous computing, electronics & mobile communication conference (UEMCON). 2019. Pp. 280–285.
 DOI: 10.1109/UEMCON47517.2019.8993089
- [15] Andrei-Alexandru T., Henrietta D.E. Low-Cost Defect Detection Using a Deep Convolutional Neural Network // *IEEE International Conference on Automation, Quality and Testing, Robotics (AQTR), Cluj-Napoca, Romania*. 2020. Pp. 1–5.
 DOI: 10.1109/AQTR49680.2020.9130004
- [16] Muhammad U., Wang W., Chattha S.P., Ali S. August. Pre-trained VGGNet architecture for remote-sensing image scene classification // In 2018 24th International Conference on Pattern Recognition (ICPR). 2018. Pp. 1622–1627.
 DOI: 10.1109/ICPR.2018.8545591
- [17] Deng J., Dong W., Socher R., Li L.J., Kai L., Li Fei-Fei. ImageNet: A large-scale hierarchical image database // 2009 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Miami, FL, USA. 2009. Pp. 248–255.
 DOI: 10.1109/CVPR.2009.5206848
- [18] Feng C., Liu M.Y., Kao C.C., Lee T.Y. Deep active learning for civil infrastructure defect detection and classification // *In Computing in civil engineering*. 2017. Pp. 298–306.
 DOI: 10.1061/9780784480823.036
- [19] He K., Zhang X., Ren S., Sun J. Deep Residual Learning for Image Recognition // 2016 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), Las Vegas, NV, USA. 2016. Pp. 770–778.
 DOI: 10.1109/CVPR.2016.90
- [20] Dawson H.L., Debrule O., John C.M. Impact of dataset size and convolutional neural network architecture on transfer learning for carbonate rock classification // *Computers & Geosciences*. 2023. V. 171. 105284.
 DOI: 10.1016/j.cageo.2022.105284
- [21] Northcutt C.G., Athalye A., Mueller J. Pervasive label errors in test sets destabilize machine learning benchmarks // In Thirty-fifth Conference on Neural Information Processing Systems Datasets and Benchmarks Track. 2021.
 DOI: 10.48550/arXiv.2103.14749
- [22] Cai L., Xu X., Liew J.H., Foo C.S. Revisiting superpixels for active learning in semantic segmentation with realistic annotation costs // In Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2021. Pp. 10988–10997.
https://openaccess.thecvf.com/content/CVPR2021/html/Cai_Revisiting_Superpixels_for_Active_Learning_in_Semantic_Segmentation_With_Realistic_CVPR_2021_paper.html
- [23] Roovere P.D., Moonen S., Michiels M., Wyffels F. Dataset of industrial metal objects // *arXiv, cs.CV*. 2022. 2208.04052.
 DOI: 10.48550/arXiv.2208.04052
- [24] Tobin J., Fong R., Ray A., Schneider J., Zaremba W., Abbeel P. Domain randomization for transferring deep neural networks from simulation to the real world // In 2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). 2017. Pp. 23–30.
 DOI: 10.1109/IROS.2017.8202133
- [25] Reddi S., Poczos B., Smola A. Doubly Robust Covariate Shift Correction // *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*. 2015. V. 29 (1). Pp. 2949–2955.
 DOI: 10.1609/aaai.v29i1.9576
- [26] Vanherle B., Moonen S., Van Reeth F., Michiels. Analysis of training object detection models with synthetic data // *arXiv, cs.CV*. 2022. 2211.16066.
 DOI: 10.48550/arXiv.2211.16066
- [27] Touvron H., Vedaldi A., Douze M., Jegou H. Fixing the train-test resolution discrepancy // *arXiv, cs.CV*. 2022. 1906.06423.
 DOI: 10.48550/arXiv.1906.06423
- [28] Dosovitski A., Beyer L., Kolesnikov A., Weissenborn D., Zhai X., Unterthiner T., Dehghani M., Minderer M., Heigold G., Gelly S., Uszkoreit J. An image is worth 16x16 words: Transformers for image recognition at scale // *arXiv, cs.CV*. 2021. 2010.11929.
 DOI: 10.48550/arXiv.2010.11929
- [29] Djukic D., Spuzic S. Statistical discriminator of surface defects on hot rolled steel // *Proceedings of Image and Vision Computing New Zealand*. 2007. Pp. 158–163.
 ResearchGate: 229035389
- [30] Nand G.K., Noopur, Neogi N.G. Defect detection of steel surface using entropy segmentation // 2014 Annual IEEE India Conference (INDICON), Pune, India. 2014. Pp. 1–6.
 doi: 10.1109/INDICON.2014.7030439
- [31] Neogi N., Mohanta D.K., Dutta P.K. Defect Detection of Steel Surfaces with Global Adaptive Percentile Thresholding of Gradient Image // *J. Inst. Eng. India Ser.* 2017. Pp. 557–565.
 DOI: 10.1007/s40031-017-0296-2
- [32] Bulnes F.G., Usamentiaga R., Garca D.F., Molleda J. Vision-based sensor for early detection of periodical defects in web materials // *Sensors (Basel)*. 2012. V. 12 (8). Pp. 10788–10809.
 DOI: 10.3390/s120810788
- [33] Zhao Y., Yan Y., Song K. Vision-based automatic detection of steel surface defects in the cold rolling process: considering the influence of industrial liquids and surface textures // *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* 2016. V. 90 (8). Pp. 1665–1678.
 DOI: 10.1007/S00170-016-9489-0
- [34] Zhiznyakov A.L., Privezentsev D.G., Zakharov A.A. Using fractal features of digital images for the detection of surface defects // *Pattern Recognition and Image Analysis*. 2015. V. 25. Pp. 122–131.
 DOI: 10.1134/S105466181501023X

- [35] Yazdchi M., Yazdi M., Mahyari A.G. Steel surface defect detection using texture segmentation based on multifractal dimension // In 2009 International Conference on Digital Image Processing. 2009. Pp. 346–350.
DOI: [10.1109/ICDIP.2009.68](https://doi.org/10.1109/ICDIP.2009.68)
- [36] Aiger D., Talbot H. The phase only transform for unsupervised surface defect detection // In 2010 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2010. Pp. 295–302.
DOI: [10.1109/CVPR.2010.5540198](https://doi.org/10.1109/CVPR.2010.5540198)
- [37] Choi D.C., Jeon Y.J., Kim S.H., Moon S., Yun J.P., Kim S.W. Detection of pinholes in steel slabs using Gabor filter combination and morphological features // ISIJ International. 2017. V. 57 (6). Pp. 1045–1053.
DOI: [10.2355/isijinternational.ISIJINT-2016-160](https://doi.org/10.2355/isijinternational.ISIJINT-2016-160)
- [38] Medina R., Gayubo F., González-Rodrigo L.M., Olmedo D., Gómez-García-Bermejo J., Zalama E., Perán J.R. Automated visual classification of frequent defects in flat steel coils // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2011. V. 57. Pp. 1087–1097.
DOI: [10.1007/s00170-011-3352-0](https://doi.org/10.1007/s00170-011-3352-0)
- [39] Randen T., Husoy J.H. Texture segmentation using filters with optimized energy separation // IEEE Transactions on Image Processing. 1999. V. 8 (4). Pp. 571–582.
DOI: [10.1109/83.753744](https://doi.org/10.1109/83.753744)
- [40] Kumar A., Pang G.K. Defect detection in textured materials using optimized filters // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics). 2002. V. 32 (5). Pp. 553–570.
DOI: [10.1109/TSMCB.2002.1033176](https://doi.org/10.1109/TSMCB.2002.1033176)
- [41] Kumar A. Inspection of surface defects using optimal FIR filters // In 2003 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2003. Proceedings. 2003. Pp. II–241 DOI: [10.1109/ICASSP.2003.1202339](https://doi.org/10.1109/ICASSP.2003.1202339)
- [42] Jeon Y.J., Choi D.C., Lee S.J., Yun J.P., Kim S.W. Steel-surface defect detection using a switching-lighting scheme // Applied Optics. 2016. V. 55 (1). Pp. 47–57.
DOI: [10.1364/AO.55.000047](https://doi.org/10.1364/AO.55.000047)
- [43] Cross G.R., Jain A.K. Markov random field texture models // IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence. 1983. V. PAMI-5 (1). Pp. 25–39.
DOI: [10.1109/TPAMI.1983.4767341](https://doi.org/10.1109/TPAMI.1983.4767341)
- [44] Gayubo F., Gonzalez J.L., de la Fuente E., Miguel F., Perán J.R. On-line machine vision system for detect split defects in sheet-metal forming processes // In 18th International Conference on Pattern Recognition. 2006. V. 1. Pp. 723–726.
DOI: [10.1109/ICPR.2006.902](https://doi.org/10.1109/ICPR.2006.902)
- [45] Ke X., Min S., Chaolin Y., Peng Z. Application of hidden Markov tree model to on-line detection of surface defects for steel strips // Journal of mechanical engineering. 2013. V. 49(22). Pp. 34–40.
<https://qikan.cmes.org/jxgxcb/EN/Y2013/V49/I22/34>
- [46] Timm F., Barth E. February. Non-parametric texture defect detection using Weibull features // In Image Processing: Machine Vision Applications IV. 2011. Pp. 150–161.
DOI: [10.1117/12.872463](https://doi.org/10.1117/12.872463)
- [47] Liu K., Wang H., Chen H., Qu E., Tian Y., Sun H. Steel surface defect detection using a new Haar–Weibull-variance model in unsupervised manner // IEEE transactions on instrumentation and measurement. 2017. V. 66 (10). Pp. 2585–2596.
DOI: [10.1109/TIM.2017.2712838](https://doi.org/10.1109/TIM.2017.2712838)
- [48] Song K., Yan Y. Micro surface defect detection method for silicon steel strip based on saliency convex active Contour model // Math. Probl. Eng. 2013. 429094.
DOI: [10.1155/2013/429094](https://doi.org/10.1155/2013/429094)
- [49] Yang J., Li X., Xu J., Cao Y., Zhang Y., Wang L., Jiang S. Development of an optical defect inspection algorithm based on an active contour model for large steel roller surfaces // Applied optics. 2018. V. 57 (10). Pp. 2490–2498.
DOI: [10.1364/AO.57.002490](https://doi.org/10.1364/AO.57.002490)
- [50] Ghorai S., Mukherjee A., Gangadaran M., Dutta P.K. Automatic defect detection on hot-rolled flat steel products // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. 2012. V. 62 (3). Pp. 612–621.
DOI: [10.1109/TIM.2012.2218677](https://doi.org/10.1109/TIM.2012.2218677)
- [51] Kang G.W., Liu H.B. Surface defects inspection of cold rolled strips based on neural network // In 2005 international conference on machine learning and cybernetics. 2005. Pp. 5034–5037.
DOI: [10.1109/ICMLC.2005.1527830](https://doi.org/10.1109/ICMLC.2005.1527830)
- [52] Weimer D., Scholz-Reiter B., Shpitalni M. Design of deep convolutional neural network architectures for automated feature extraction in industrial inspection // CIRP annals. 2016. V. 65 (1). Pp. 417–420.
DOI: [10.1016/j.cirp.2016.04.072](https://doi.org/10.1016/j.cirp.2016.04.072)
- [53] Liu Y., Xu K., Xu J. Periodic surface defect detection in steel plates based on deep learning // Applied Sciences. 2019. V. 9 (15). 3127.
DOI: [10.3390/app9153127](https://doi.org/10.3390/app9153127)
- [54] Li J., Su Z., Geng J., Yin Y. Real-time detection of steel strip surface defects based on improved yolo detection network // IFAC-PapersOnLine. 2018. V. 51(21). Pp. 76–81.
DOI: [10.1016/j.ifacol.2018.09.412](https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2018.09.412)
- [55] Zhao Z., Li B., Dong R., Zhao P. A surface defect detection method based on positive samples // In PRICAI 2018: Trends in Artificial Intelligence: 15th Pacific Rim International Conference on Artificial Intelligence, Nanjing, China, August 28–31, 2018, Proceedings. 2018. V. 2 (15). Pp. 473–481.
DOI: [10.1007/978-3-319-97310-4_54](https://doi.org/10.1007/978-3-319-97310-4_54)
- [56] Youkachen S., Ruchanurucks M., Phatrapomnant T., Kaneko H. Defect Segmentation of Hot-rolled Steel Strip Surface by using Convolutional Auto-Encoder and Conventional Image processing // 10th International Conference of Information and Communication Technology for Embedded Systems (IC-ICTES). 2019. Pp. 1–5.
DOI: [10.1109/ICTEmSys.2019.8695928](https://doi.org/10.1109/ICTEmSys.2019.8695928)
- [57] DAGM dataset. University of Heidelberg. 29th Annual Symposium of the German Association for Pattern Recognition.
<https://conferences.mpi-inf.mpg.de/dagm/2007/prizes.html>
(дата обращения 05.10.2023 г.)
- [58] Kolektor SSD 2 dataset. University of Ljubljana. Visual Cognitive Systems Laboratory.
<https://www.vicos.si/resources/kolektorsdd2/>
(дата обращения 05.10.2023 г.)
- [59] Severstal dataset. Kaggle.
<https://www.kaggle.com/c/severstal-steel-defect-detection>
(дата обращения 05.10.2023 г.)
- [60] MVtec AD dataset.
<https://www.mvtec.com/company/research/datasets/mvtec-ad>
(дата обращения 05.10.2023 г.)
- [61] Sun Y., Lu L., Wu F., Xiao S., Sha J., Zhang L. Error Analysis of a Coordinate Measuring Machine with a 6-DOF Industrial Robot Holding the Probe // In Actuators. 2023. V. 12 (4). 173.
DOI: [10.3390/act12040173](https://doi.org/10.3390/act12040173)
- [62] Brosed F.J., Santolaria J., Aguilar J.J., Guillomia D. Laser triangulation sensor and six axes anthropomorphic robot manipulator modelling for the measurement of complex geometry products // Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. 2012. V. 28 (6). Pp. 660–671.
DOI: [10.1016/j.rcim.2012.04.002](https://doi.org/10.1016/j.rcim.2012.04.002)
- [63] Lemeš S., Šabaravdič M., Zaimović-Uzunović N. Robotic manipulation in dimensional measurement // In 2013 XXIV International Conference on Information, Communication and Automation Technologies (ICAT). 2013. Pp. 1–7.
DOI: [10.1109/ICAT.2013.6684085](https://doi.org/10.1109/ICAT.2013.6684085)

Сведения об авторах / Information about the Authors**Александр Александрович Лонцаков**

Уфимский нефтяной государственный технический
университет, Уфа

Alexander A. Lonshchakov

Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russia

palynom@yandex.ru

ORCID: [0009-0007-2945-6414](https://orcid.org/0009-0007-2945-6414)

Олег Владимирович Даринцев

доктор технических наук, профессор
Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Oleg V. Darintsev

Sc.D. (Engineering), Prof.

Mavlyutov Institute of Mechanics, UFRS RAS, Ufa, Russia

ovd@uimech.org

ORCID: [0000-0003-0246-1997](https://orcid.org/0000-0003-0246-1997)



Применение периодического режима при эксплуатации нефтяных скважин на поздней стадии разработки

Р.Р. Бакиров, Д.Д. Болтенков, Т.Р. Садрутдинов

Уфимский нефтяной государственный технический университет, Уфа

E-mail: backirow.ruslan2015@yandex.ru

В настоящее время количество скважин, работающих с большим значением обводненности, растет с каждым годом. Это приводит к снижению рентабельности эксплуатации нефтяных месторождений, поскольку увеличиваются время и затраты энергии на переработку скважинной продукции, а количество нефти на выходе уменьшается. Таким образом, оптимизация режима эксплуатации скважин с целью снижения обводненности путем перевода их в периодический режим является одной из ключевых задач по увеличению продуктивности разработки нефтяных месторождений. Нефтяные месторождения, находящиеся на поздней стадии разработки, характеризуются снижением объемов добычи нефти и ростом обводненности продукции скважин, а также ухудшением структуры запасов. Добыча остаточной нефти в сложных условиях играет важную роль в поддержании общей производительности месторождения. Малодебитные скважины могут быть использованы для дополнительного извлечения нефти, которую ранее не удалось добыть при первоначальной разработке скважин. Кроме того, эксплуатация малодебитных скважин на поздней стадии разработки позволяет снизить затраты на бурение новых скважин. Настоящая статья посвящена изучению и актуализации данного вопроса. Продолжена работа по исследованию перевода скважин из постоянного в периодический режим с целью увеличения технологических показателей разработки, таких как снижение объемов попутно добываемой воды, снижение удельного расхода электроэнергии на одну тонну добытой нефти и увеличение межремонтного периода установки электроприводного центробежного насоса. Анализ работы скважин в постоянном и периодическом режимах проведен для условий Сургутского месторождения. Показано, что перевод скважины в периодический режим позволит сократить затраты на потребление электроэнергии.

Ключевые слова: периодический режим, постоянный режим, удельный расход электроэнергии, обводненность

Application of periodic mode during the operation of oil wells at the late stage of development

R.R. Bakirov, D.D. Boltkenov, T.R. Sadrutdinov

Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russia

E-mail: backirow.ruslan2015@yandex.ru

Currently, the number of wells operating with a high water cut is growing every year. This leads to a decrease in the profitability of operating oil fields, since the time and energy costs for processing well products increase, and the amount of oil at the output decreases. Thus, optimizing the operating mode of wells in order to reduce water cut by transferring them to periodic mode is one of the key tasks to increase the productivity of oil field development. Oil fields at a late stage of development are characterized by a decrease in oil production volumes and an increase in water cut in well production, as well as a deterioration in the structure of reserves. Residual oil production under difficult conditions plays an important role in maintaining overall field productivity. Low-yield wells can be used to additionally recover oil that was previously unable to be produced during the initial development of wells. In addition, the operation of low-yield wells at a late stage of development makes it possible to reduce the cost of drilling new wells. This article is devoted to the study and updating of this issue. Work continued on the study of converting wells from constant to periodic mode in order to increase technological development indicators, such as reducing the volume of produced water, reducing the specific energy consumption per ton of oil produced and increasing the turnaround time for installing an electric centrifugal pump. An analysis of well operation in constant and periodic modes was carried out for the conditions of the Surgut field. It is shown that transferring the well to periodic mode will reduce the cost of electricity consumption.

Keywords: periodic mode, constant mode, specific energy consumption, water cut

1. Введение

В настоящее время многие нефтяные месторождения России находятся на поздней стадии разработки. Этот период характеризуется снижением объемов добычи нефти и ростом обводненности продукции скважин, а также ухудшением структуры запасов.

Добыча остаточной нефти в осложненных условиях играет важную роль в поддержании общей производительности месторождения. Малодебитные скважины могут быть использованы для дополнительного извлечения нефти, которую ранее не удалось добыть при первоначальной разработке скважин. Целесообразность эксплуатации малодебитных скважин на поздней стадии разработки связана в первую очередь с тем, что это позволит снизить затраты на бурение новых скважин, поскольку для добычи оставшихся запасов нефти используется уже существующее оборудование.

Различные свойства пластов и нефти влияют на работоспособность скважины в завершающей стадии разработки, что может привести к простоям и ремонтам. Отметим, что малодебитные скважины часто требуют ремонта из-за возникновения различных неполадок. Следовательно, оптимизация их работы является актуальной проблемой в современной нефтедобыче. Правильная эксплуатация и управление скважинами могут увеличить доходы компании и улучшить ее финансовую позицию. В таких условиях становится все важнее разработка технологических решений, которые позволят повысить эффективность добычи остаточной нефти при условии ее безводной эксплуатации. Это задача, которая требует комплексного подхода и использования множества инновационных разработок в области нефтедобычи.

Целью настоящей работы является исследование перевода скважин из постоянного в периодический режим эксплуатации для увеличения технологических показателей разработки.

2. Обоснование метода исследования

К настоящему времени существует несколько известных трудов, посвященных исследованию использования периодического способа эксплуатации сква-

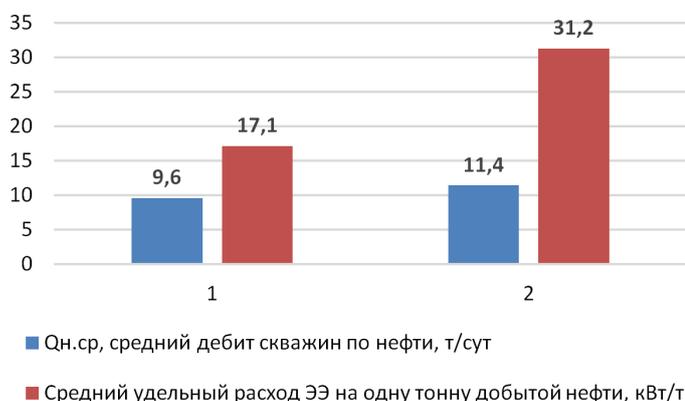


Рис. 1. Средние показатели дебитов скважин по нефти и удельного расхода ЭЭ

жин как индикатора технологичности и эффективности процессов, связанных с добычей скважинной продукцией [1–3].

Отметим работу [1], где был проведен анализ перевода скважины в периодический режим эксплуатации. Приведенные в данной статье результаты исследований свидетельствуют о том, что при периодической работе электроприводного центробежного насоса (ЭЦН) обеспечивается снижение уровней вибрации установки электроприводного центробежного насоса (УЭЦН), а нагрев кабеля и погружного электродвигателя (ПЭД) происходит в меньшей степени за счет кратковременной работы установки, что позволяет увеличить межремонтный период (МРП). Кроме того, отсутствуют ударные токовые перегрузки при пуске УЭЦН за счет станций управления с плавным пуском, которые служат основной причиной отказов кабельных линий и удлинителей.

3. Результаты

Авторами настоящей статьи была продолжена работа по исследованию перевода скважин из постоянного в периодический режим с целью увеличения технологических показателей разработки, таких как снижение объемов попутно добываемой воды, снижение удельного расхода электроэнергии (ЭЭ) на одну тонну добытой нефти и увеличение МРП УЭЦН. Для этого был проведен анализ работы скважин в постоянном и периодическом режимах на примере Сургутского месторождения. Результаты данного анализа приведены в табл. 1, 2 и на рис. 1, 2.

Из табл. 1 и рис. 1 следует, что дебит скважин по нефти при периодическом режиме в среднем составляет 9,6 тонн в сутки, при этом удельный расход ЭЭ на одну тонну добываемой нефти составляет 17,1 кВт/т. Идентичные показатели для скважин, работающих в постоянном режиме, соответственно составляют 11,4 тонны в сутки и 31,2 кВт/т. Учитывая данные цифры, следует, что скважины, работающие в периодическом режиме, в среднем добывают на 1,8 тонны в сутки меньше, но при этом удельный расход ЭЭ снижается в 1,8 раза по сравнению с постоянным режимом эксплуатации скважин.

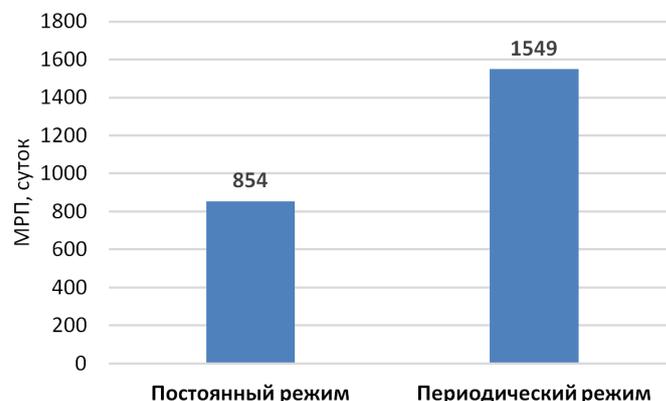


Рис. 2. Средний МРП скважин, работающих в постоянном и периодическом режимах

Таблица 1. Технологические показатели скважин, работающих в постоянном и периодическом режиме

Скважина	Режим работы скважины	$Q_{ж}$, дебит скважины по жидкости, м ³ /сут	$Q_{н}$, дебит скважины по нефти, т/сут	Потребление ЭЭ, кВт/сут	Удельный расход ЭЭ на одну тонну добываемой нефти, кВт/т
584	Периодический	17	12	140	11,7
214	Периодический	12	8	161	20,1
261	Периодический	12	9	164	18,2
736	Периодический	18	13	156	12,0
209	Периодический	10	6	141	23,5
820	Постоянный	20	11	404	35,7
501	Постоянный	22	12	355	42,0
178	Постоянный	24	14	366	25,5
721	Постоянный	18	10	359	23,6
586	Постоянный	19	10	401	29,4

Таблица 2. Технологические показатели скважин, переведенных в периодический режим эксплуатации

Скважина	Период работы	Тип насоса	Режим работы скважины	$Q_{ж}$, дебит скважины по жидкости, м ³ /сут	$Q_{н}$, дебит скважины по нефти, т/сут	МРП
663	20.01.2013–13.02.2015	ЭЦНД 5-15-800	Постоянный	18	5	754
	16.02.2015–27.04.2018	ЭЦНД 5-15-800	Постоянный	17	5	1166
	01.05.2018–Наст. время	ЭЦНД 5-50-750	Периодический	17	7	2120
513	21.07.2012–28.02.2014	ЭЦНД 5А-30-1300	Постоянный	27	6	587
	03.03.2014–13.02.2017	ЭЦНД 5-25-1200	Постоянный	28	7	1078
	17.02.2016–04.07.2019	ЭЦНД 5-25-1300	Постоянный	28	7	1233
	08.07.2019–Наст. время	ЭЦНД 5-50-1200	Периодический	17	6	1687
412	07.03.2016–11.07.2018	ЭЦНД 5-35-1250	Постоянный	29	6	856
	16.07.2018–27.04.2020	ЭЦНД 5-25-1300	Постоянный	27	6	651
	02.05.2020–Наст. время	ЭЦНД 5-80-1150	Периодический	26	10	1388
231	20.04.2015–13.02.2017	ЭЦНД 5-25-1500	Постоянный	19	6	665
	18.02.2017–12.03.2019	ЭЦНД 5-15-1400	Постоянный	18	5	752
	17.03.2019–21.05.2021	ЭЦНД 5-15-1400	Постоянный	18	4	796
	26.05.2021–Наст. время	ЭЦНД 5-50-1500	Периодический	17	7	999

Учитывая табл. 2 и рис. 2 можно сделать вывод, что МРП для скважин, работающих в периодическом режиме, составляет 1549 суток, а в постоянном — 854, то есть увеличение МРП происходит в 1.8 раза. Отметим, что такое увеличение не является предельной величиной для скважин, перешедших в режим периодической эксплуатации.

4. Выводы

Таким образом, из полученных результатов можно обосновано сказать, что перевод скважины в периодический режим позволит сократить затраты на потребление ЭЭ. Следовательно, данный подход позволит сэкономить финансовые средства нефтяных компаний на расходы по потреблению ЭЭ.

5. Подтверждения

Предложенные в настоящей работе результаты исследований были проверены для условий Сургутского месторождения.

Авторами статьи планируется продолжить исследования в выбранном направлении для оценки влияния периодического режима на основной параметр процесса переработки — добычу, а также для получения новых практических результатов использования периодической эксплуатации скважин.

Список литературы / References

- [1] Гребенников И.М. Работа установки погружных электроцентробежных насосов в кратковременном периодическом режиме — эффективная технология добычи нефти // Известия высших учебных заведений Нефть и газ. 2014. № 5(107). С. 15–21. Grebennikov I.M. [ECP unit in the short-term periodic mode ensures the effective technology of oil production]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Neft i gaz* [Higher educational institutions news. Neft i Gas]. 2014. No. 5(107). Pp. 15–21. (in Russian). EDN: tectol
- [2] Кузьмичев Н.П. КЭС — новый подход к повышению рентабельности добычи нефти // Бурение и нефть. 2005. № 6. С. 16–17. Kuzmichev N.P. [IES - a new approach to increasing the profitability of oil production]. *Bureniye i neft* [Drilling and oil]. 2005. No. 6. Pp. 16–17. (in Russian). EDN: oqjnwz

- [3] Аптыкаев Г.А., Сулейманов А.Г. Интенсификация добычи и увеличение МРП скважин оборудованных УЭЦН, методом КПР // Инженерная практика. 2011. № 4. С. 65–69.
Aptykaev G.A. Suleymanov A.G. [Intensification of production and

increase in MRP of wells equipped with ESP using the CPR method]. Inzhenernaya praktika [Engineering practice]. 2011. No. 4. Pp. 65–69. (in Russian)

Сведения об авторах / Information about the Authors

Руслан Рустамович Бакиров

Уфимский нефтяной государственный технический университет Уфа, Россия

Ruslan Rustamovich Bakirov

Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russia
backirow.ruslan2015@yandex.ru

Даниил Дмитриевич Болтенков

Уфимский нефтяной государственный технический университет Уфа, Россия

Daniil Dmitrievich Boltenkov

Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russia
DaniilBoltlenkov@gmail.com

Тимур Рашидович Садрутдинов

Уфимский нефтяной государственный технический университет Уфа, Россия

Timur Rashidovich Sadrutdinov

Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russia
dazlll1337@gmail.com



Экспериментальная установка для исследования устойчивости течения жидкости

А.А. Мухутдинова*, А.Д. Низамова*, В.Н. Киреев**, С.Ф. Урманчиев*

*Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

**Уфимский университет науки и технологий, Уфа

Задача исследования устойчивости течения термовязкой жидкости актуальна в связи с необходимостью разработки методов управления режимами течения в промышленных конденсаторах и теплообменных устройствах. Данные устройства играют важную роль во множестве технологических процессов (от производства пищевых продуктов до обработки материалов), эффективность которых напрямую зависит от того, какой режим течения в них установится. Осознание важности как ламинарных, так и турбулентных режимов течения приводит к необходимости балансировки между энергетической эффективностью, которая часто предпочтительна для ламинарного режима, и эффективностью тепломассопереноса, характерной для турбулентного режима. Это обуславливает значимость изучения и контроля устойчивости течения. При увеличении скорости течения жидкости ламинарное течение теряет устойчивость, и возникают возмущения, которые могут привести к формированию вторичного нелинейного режима, сохраняющего основные характеристики ламинарного течения, или к турбулизации потока, что, в свою очередь, может оказать существенное влияние на эффективность работы технических устройств. Хотя в настоящее время имеется множество работ по исследованиям устойчивости течения однородных жидкостей в каналах и их спектральных характеристик, часто упускается из виду важность учета перепадов температур. Однако именно зависимость вязкости жидкости от температуры играет существенную роль в определении закономерностей течения и требует дополнительного изучения. Несмотря на проводимые численные исследования устойчивости течения жидкостей, остается необходимость в сопоставлении экспериментальных данных с результатами численного моделирования для получения более полного понимания процессов, происходящих в системе. В связи с этим в рамках настоящей работы разработана и собрана экспериментальная установка кольцевого канала с целью проведения подробного экспериментального исследования устойчивости течения жидкости и последующего сопоставления полученных результатов с численным моделированием, что позволит получить более точные данные для дальнейшего улучшения проектирования и работы промышленных устройств.

Ключевые слова: термовязкая жидкость, устойчивость течения, кольцевой канал, экспериментальная установка

Experimental setup for researching the stability of fluid flow

A.A. Mukhutdinova*, A.D. Nizamova*, V.N. Kireev**, S.F. Urmancheev*

*Mavlyutov Institute of Mechanics UFRC RAS, Ufa, Russia

**Ufa University Science and Technology, Ufa, Russia

The problem of studying the stability of the flow of a thermoviscous liquid is relevant in connection with the need to develop methods for controlling flow regimes in industrial condensers and heat exchange devices. These devices play an important role in a variety of technological processes, from food production to materials processing, and their effectiveness is directly dependent on the flow regime they establish. Awareness of the importance of both laminar and turbulent flow regimes leads to the need to balance between energy efficiency, which is often preferable to laminar flow, and heat and mass transfer efficiency, which is characteristic of turbulent flow. This makes it important to study and control the stability of the flow. As the speed of fluid flow increases, laminar flow loses stability and disturbances arise, which can lead to the formation of a secondary nonlinear regime that preserves the main characteristics of laminar flow, or to flow turbulization, which in turn can have a significant impact on the efficiency of technical devices. Although a lot of work has been done to study the stability of the flow of homogeneous liquids in channels and their spectral characteristics, the importance of taking temperature differences into account is often overlooked. However, it is the dependence of liquid viscosity on temperature that plays a significant role in determining flow patterns and requires additional study. Despite the ongoing numerical studies of the stability of fluid flow, there remains a need to compare experimental data with the results of numerical modeling to obtain a more complete understanding of the processes occurring in the system. In this regard, within the framework of this work, an experimental setup of an annular channel was developed and assembled in order to conduct a detailed experimental study of the stability of fluid flow and subsequently compare the results obtained with numerical simulations, which will provide more accurate data for further improving the design and operation of industrial devices.

Keywords: thermoviscous liquid, flow stability, annular channel, experimental setup

1. Введение

Задача исследования устойчивости течения термовязкой жидкости имеет важное значение при разработке эффективных методов управления режимами течения в промышленных конденсаторах и теплообменных устройствах. В рамках различных технологических процессов как ламинарные, так и турбулентные режимы течения играют важную роль. Ламинарный режим важен с точки зрения энергетической эффективности, тогда как турбулентный режим предпочтителен при рассмотрении эффективности теплопереноса. Однако при увеличении скорости течения ламинарное движение теряет устойчивость, и возникают возмущения, которые могут привести к формированию вторичного нелинейного режима или к турбулизации потока.

Несмотря на множество исследований по устойчивости течения однородных жидкостей в каналах и анализу их спектральных характеристик [1–4], в большинстве случаев оставляют без внимания возможные перепады температур. Стоит отметить, что характер зависимости вязкости жидкости от температуры оказывает существенное влияние на закономерности течения [5].

В настоящее время также проводятся численные исследования устойчивости течения жидкостей

в различных каналах [6–11], однако на данном этапе работы сопоставление результатов экспериментальных исследований с численными моделями не осуществлялось.

Основная цель настоящей работы — разработка, сборка и тестирование экспериментальной установки кольцевого канала для проведения экспериментального исследования устойчивости течения жидкости.

2. Экспериментальная установка

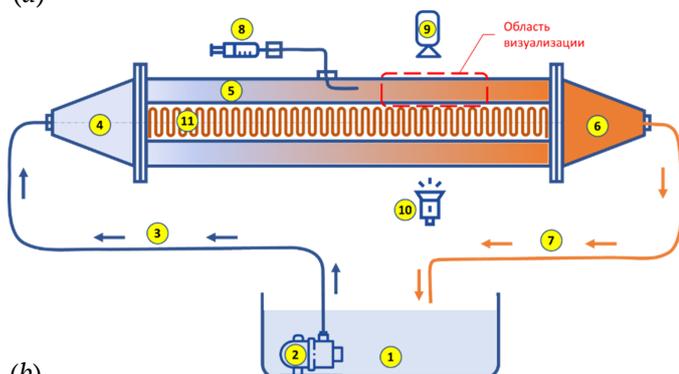
Для изучения и визуализации ламинарно-турбулентного перехода при тении термовязких жидкостей в кольцевом канале спроектирована и собрана экспериментальная установка, фотография и принципиальная схема которой показаны на рис. 1.

Основным элементом экспериментальной установки является кольцевой канал 5, образованный двумя соосными цилиндрическими трубами различных диаметров, расположенными горизонтально (рис. 2).

Вход в кольцевой канал для ламинаризации течения выполнен в виде конического диффузора 4 с углом раскрытия примерно 14° , а на выходе из канала установлен конический конфузор 6. Внешняя труба изготовлена из прозрачного оргстекла (акрил), имеет наружный диаметр 110 мм и толщину стенки 4 мм. Внутренняя труба, которая в собранной установке также изготовлена из прозрачного акрила (возможно использование труб из других материалов, таких как непрозрачное оргстекло, алюминий и др.), размещается и центрируется внутри внешней трубы с помощью пары специальных фиксаторов (рис. 3). Используя различные фиксаторы, можно устанавливать внутренние трубы различных диаметров от 20 до 90 мм, что позволит получить различные толщины кольцевых зазоров — от 6 до 41 мм.



(a)



(b)

Рис. 1. Фотография (а) и принципиальная схема (б) экспериментальной установки: 1 — емкость с жидкостью, 2 — погружной насос, 3 — подающая трубка, 4 — входной диффузор, 5 — кольцевой канал, 6 — выходной конфузор, 7 — сливная трубка, 8 — система подачи красящей жидкости, 9 — фотоаппарат, 10 — светодиодный осветитель, 11 — нагревательный элемент

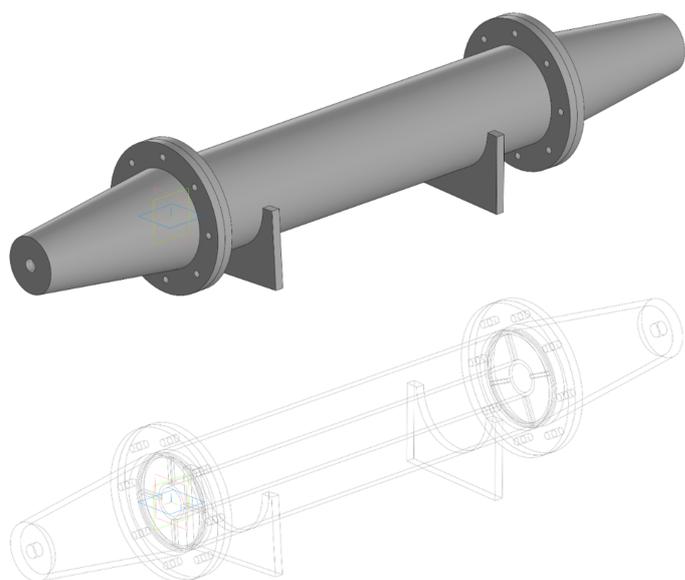


Рис. 2. 3D-модель и каркас кольцевого канала на подставках с установленными входным диффузором и выходным конфузором

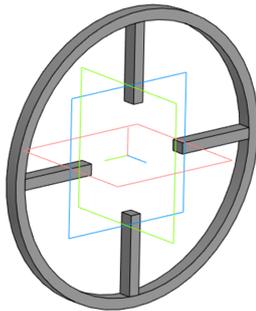


Рис. 3. Фиксатор внутренней трубы

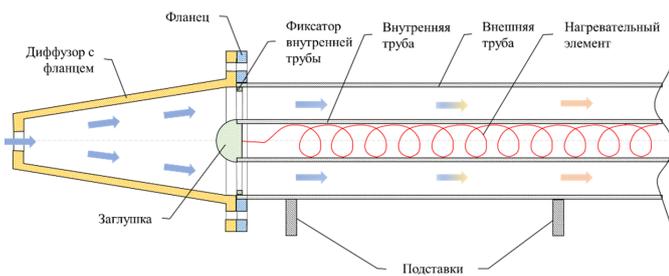


Рис. 4. Схема начального участка кольцевого канала

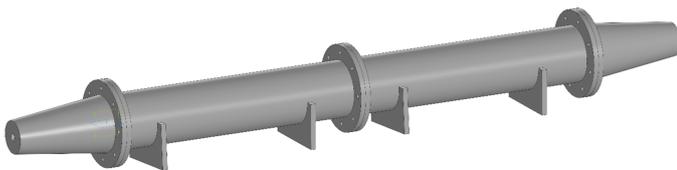


Рис. 5. Две секции кольцевого канала соединенные последовательно

Входной диффузор, выходной конфузор, фиксаторы, фланцы и подставки напечатаны из PLA-пластика методом послойного наплавления (FDM) на 3D-принтере «AnyCubic 4Max». Во внутренней трубе установлен нагревательный элемент 11 и с помощью терморегулятора можно поддерживать постоянную температуру нагрева до 70 °С. Температура жидкости в кольцевом канале измеряется с помощью нескольких термопар, установленных на различных расстояниях от входа в канал (на схеме не показаны). Через отверстие в стенке внешней трубы в кольцевом зазоре установлена игла устройства подачи красящей жидкости 8. Для визуализации течения красящей жидкости предназначена система фиксации, состоящая из светодиодного осветителя 10 и цифрового фотоаппарата 9.

На рис. 4 показана подробная схема начального участка кольцевого канала. В собранной установке использованы стандартные трубы из оргстекла длиной 2 м. Однако, в зависимости от условий проведения эксперимента, может потребоваться большая длина кольцевого канала. Для этого можно последовательно соединить несколько труб с помощью фланцев (рис. 5). Общая схема работы экспериментальной установки: жидкость (водный раствор пропиленгликоля) из емкост 1 с помощью погружного насоса 2 через подающую трубку 3 и входной диффузор 4 подается в кольцевой канал 5.



(a)



(b)

Рис. 6. Фотография экспериментальной установки: полная сборка (a) и емкость с жидкостью (b)

После прохождения через кольцевой канал жидкость через выходной конфузор 6 и сливную трубку 7 попадает обратно в емкость 1.

Работа экспериментальной установки протестирована на воде в изотермическом (без нагрева) режиме для внутренней трубы диаметром 40 мм при различных производительностях насоса. Визуально удалось наблюдать и ламинарный, и турбулентный режимы течения.

Общий вид установки представлен на рис. 6. На верхней фотографии (рис. 6(a)) приведена полностью собранная и готовая к проведению исследований экспериментальная установка, а на нижней (рис. 6(б)) — емкость с водой или раствором пропиленгликоля.

В экспериментальную установку была внесена дополнительная оснастка для улучшения ее функциональных качеств: внутренняя труба была оснащена дополнительной трубкой с намотанным на нее греющим кабелем для нагрева потока жидкости, как показано на рис. 7. Греющий кабель обладает высокой теплопроводностью и способен нагревать и поддерживать постоянную температуру внутри трубы в течение всего эксперимента. Регулировка электрического тока в кабеле позволяет точно контролировать температуру жидкого потока, что является ключевым аспектом эксперимента.

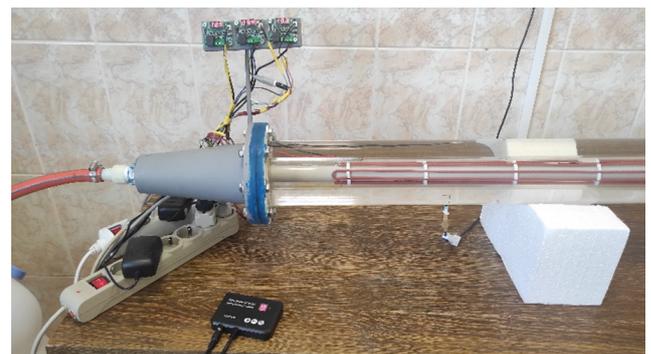


Рис. 7. Фотография части экспериментальной установки



Рис. 8. Фотография термостатов экспериментальной установки

Добавлены три цифровых термостата XH-W1209 с выносным датчиком для контроля температуры в процессе охлаждения и нагрева жидкости, которые представлены на рис. 8. Используются три терморезистора, каждый из которых измеряет температуру на разных участках системы. Первый терморезистор расположен на внутренней поверхности наружной трубы и позволяет контролировать температуру наружной стороны системы. Второй терморезистор размещен на внешней поверхности внутренней трубы и измеряет температуру внутри жидкости, окружающей внутреннюю трубу. Третий терморезистор расположен внутри внутренней трубы, этот датчик измеряет температуру греющего кабеля. С помощью этих трех терморезисторов можно контролировать температуру на различных участках системы.

Для визуализации изменения характера потока была использована конструкция, включающая инфузион-



(а)



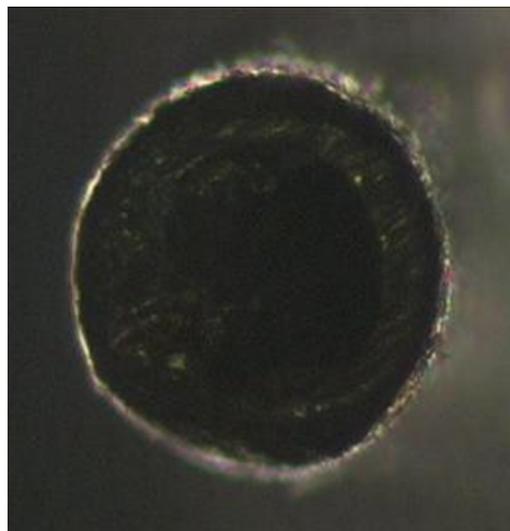
(б)

Рис. 9. Фотография составных частей экспериментальной установки: инфузионная система и емкость для равномерной подачи жидкости в основной поток (а), медицинская игла (б)

ную систему и емкость, предназначенные для равномерной подачи жидкости в основной поток (рис. 9(а)), а также медицинскую иглу (рис. 9(б)). Опыты проводились с иглами как со стандартным косым срезом, так и с прямым срезом (рис. 10). Для подачи жидкости по потоку были предварительно изогнуты иглы под углом 90 градусов.

3. Заключение

В настоящей работе была разработана и собрана экспериментальная установка кольцевого канала с целью проведения экспериментального исследования устойчивости течения жидкости. Это позволит сопоставить результаты экспериментов и численного моделирования, обеспечивая более полное понимание процессов, происходящих в системе, и создавая основу для дальнейшего усовершенствования технологий теплообмена и управления течением в промышленных приложениях.



(а)



(б)



(в)

Рис. 10. Фотографии: прямой срез иглы (а), игла с прямым срезом (б), электронный микроскоп (в)

Список литературы / References

- [1] Petukhov B.S. Heat transfer and friction in turbulent pipe flow with variable physical properties // *Advances in Heat Transfer*. 1970. V. 6. P. 503–564.
DOI: [10.1016/S0065-2717\(08\)70153-9](https://doi.org/10.1016/S0065-2717(08)70153-9)
- [2] Orszag S.A. Accurate solution of the Orr–Sommerfeld equation // *J. of Fluid Mech.* 1971. V. 50, Iss. 4. P. 689–703.
DOI: [10.1017/S0022112071002842](https://doi.org/10.1017/S0022112071002842)
- [3] Шкаликов А.А. Спектральные портреты оператора Орра–Зоммерфельда при больших числах Рейнольдса // *Труды международной конференции по дифференциальным и функционально-дифференциальным уравнениям – сателлита Международного конгресса математиков ICM-2002 (Москва, МАИ, 11–17 августа 2002)*. Часть 3. СМФН. 2003. Т. 3. С. 89–112.
MathNet: [cmfd17](https://mathnet.ru/cmf17)
Shkalikov A.A. Spectral portraits of the Orr–Sommerfeld operator for large Reynolds numbers // *Journal of Mathematical Sciences*. 2004. V. 124, No. 6. P. 5417–5441.
DOI: [10.1023/B:JOTH.0000047362.09147.c7](https://doi.org/10.1023/B:JOTH.0000047362.09147.c7)
- [4] Скороходов С.Л. Численный анализ спектра задачи Орра–Зоммерфельда // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2007. Т. 47, № 10. С. 1672–1691.
EDN: [IARDQF](https://www.edn.net/IARDQF)
Skorohodov S.L. Numerical analysis of the spectrum of the Orr–Sommerfeld problem // *Computational mathematics and mathematical physics*. 2007. V. 47, Iss. 10. P. 1603–1621.
DOI: [10.1134/S096554250710003X](https://doi.org/10.1134/S096554250710003X)
- [5] Урманчев С.Ф., Киреев В.Н. Установившееся течение жидкости с температурной аномалией вязкости // *Доклады академии наук*. 2004. Т. 396, № 2. С. 204–207.
EDN: [OPSUST](https://www.edn.net/OPSUST)
Urmancheev S.F., Kireev V.N. Steady flow of a fluid with an anomalous temperature dependence of viscosity // *Doklady Physics*. 2004. V. 49, No. 5. P. 328–331.
DOI: [10.1134/1.1763627](https://doi.org/10.1134/1.1763627)
- [6] Низамова А.Д., Киреев В.Н., Урманчев С.Ф. Устойчивость течения термовязкой жидкости в канале теплообменника // *Многофазные системы*. 2020. Т. 15, № 1–2. С. 72.
Nizamova A.D., Kireev V.N., Urmancheev S.F. [Stability of thermoviscous fluid flow in the heat exchanger channel] *Multiphase systems*. 2020. V. 15, No. 1–2. P. 72 (in Russian).
DOI: [10.21662/mfs2020.1-2](https://doi.org/10.21662/mfs2020.1-2)
- [7] Киреев В.Н., Низамова А.Д., Урманчев С.Ф. Некоторые особенности гидродинамической неустойчивости течения термовязкой жидкости в плоском канале // *Прикладная математика и механика*. 2019. Т. 83, № 3. С. 454–459.
Kireev V.N., Nizamova A.D., Urmancheev S.F. [Some features of the hydrodynamic instability of the flow of a thermally viscous fluid in a flat channel] *Prikladnaya mexanika i matematika*. 2019. V. 83, No. 3. P. 454–459 (in Russian).
DOI: [10.1134/S003282351903007X](https://doi.org/10.1134/S003282351903007X)
- [8] Низамова А.Д., Киреев В.Н., Урманчев С.Ф. Влияние параметров течения термовязкой жидкости в кольцевом канале на изменение критического числа Рейнольдса // *Многофазные системы*. 2023. Т. 18, № 3. С. 150–151.
Nizamova A.D., Kireev V.N., Urmancheev S.F. [Influence of flow parameters of a thermoviscous fluid in an annular channel on the change in the critical Reynolds number] *Multiphase systems*. 2023. V. 18, No. 3. P. 150–151 (in Russian).
DOI: [10.21662/mfs2023.3.038](https://doi.org/10.21662/mfs2023.3.038)
- [9] Низамова А.Д., Киреев В.Н., Урманчев С.Ф. Influence of Temperature Dependence of Viscosity on the Stability // *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2023 V. 44, No. 5 P. 1778–1784.
DOI: [10.1134/S1995080223050463](https://doi.org/10.1134/S1995080223050463)
- [10] Куликов Ю.М., Сон Э.Е. Об устойчивости течения термовязкой жидкости в канале // *Теплофизика и аэромеханика*. 2017. Т. 24, № 6. С. 909–928.
EDN: [ZXYFTD](https://www.edn.net/ZXYFTD)
Kulikov Y.M., Son E.E. On stability of channel flow of thermoviscous fluid // *Thermophysics and Aeromechanics*. 2017. T. 24, No. 6. C. 883–900.
DOI: [10.1134/S0869864317060075](https://doi.org/10.1134/S0869864317060075)
- [11] Куликов Ю.М., Сон Э.Е. Режимы течения термовязкой жидкости в плоском неизотермическом слое // *Теплофизика и аэромеханика*. 2018. Т. 25, № 6. С. 877–898.
EDN: [VSCMUG](https://www.edn.net/VSCMUG)
Kulikov Y.M., Son E.E. Thermoviscous fluid flow modes in a plane nonisothermal layer // *Thermophysics and Aeromechanics*. 2018. V. 25, No. 6. P. 845–864.
DOI: [10.1134/S0869864318060069](https://doi.org/10.1134/S0869864318060069)

Сведения об авторах / Information about the Authors

Айгуль Айратовна Мухутдинова

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Аделина Димовна Низамов

к.ф.-м.н.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Виктор Николаевич Киреев

к.ф.-м.н.

Уфимский университет науки и технологий, Уфа

Саид Федорович Урманчев

д.ф.-м.н.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Aigul A. Mukhutdinova

Mavlyutov Institute of Mechanics, UFRS RAS, Ufa, Russia

mukhutdinova23@yandex.ru

ORCID: [0000-0002-5009-002X](https://orcid.org/0000-0002-5009-002X)

Adelina D. Nizamova

Ph.D. (Physics & Mathematics)

Mavlyutov Institute of Mechanics, UFRS RAS, Ufa, Russia

adeshka@yandex.ru

ORCID: [0000-0002-7772-2672](https://orcid.org/0000-0002-7772-2672)

Viktor N. Kireev

Ph.D. (Physics & Mathematics)

Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia

kireev@anrb.ru

ORCID: [0000-0002-3550-6541](https://orcid.org/0000-0002-3550-6541)

Said F. Urmancheev

Sc.D. (Physics & Mathematics)

Mavlyutov Institute of Mechanics, UFRS RAS, Ufa, Russia

said52@mail.ru

ORCID: [0000-0002-1570-5148](https://orcid.org/0000-0002-1570-5148)



Марату Аксановичу Ильгамову – 90 лет!



8 апреля 2024 года — знаменательный день: нашему выдающемуся коллеге Марату Аксановичу Ильгамову исполнилось 90 лет!

За десятилетия напряжённого труда Марат Аксанович написал множество научных работ в различных областях механики. Основа его творческого подхода — это единство фундаментальных и прикладных исследований. Каждая из задач, за которую он берётся, определяется потребностями развития техники и технологий, а при её теоретической постановке становится глубокой научной проблемой, результаты решения которой выходят далеко за пределы ответа на первоначально поставленные вопросы.

Начало творческого пути Марата Аксановича пришлось на вторую половину пятидесятых годов в период бурного развития советской науки и техники. После окончания Уфимского авиационного института он поступил на работу в Опытно–конструкторское бюро в Уфе. К этому времени в ОКБ сложился прекрасный коллектив конструкторов и специалистов в различных направлениях технических наук по созданию авиационных и ракетных двигателей, в том числе в газовой динамике, гидравлике, термодинамике, теории прочности, устойчивости и колебаний конструкций. Марату Аксановичу в соответствии с его интересами, сложившимися в студенческие годы, были поручены прочностные расчёты. В этот период его увлекали методы расчёта быстровращающихся дисков компрессоров и турбин. Как вспоминал сам Марат Аксанович: «Мне особенно

нравилось определять критические обороты валов по формулам П.Л. Капицы, которые он вывел, анализируя работу созданного им быстрооборотного турбодетандера».

В этот же период работы в ОКБ Марату Аксановичу пришлось столкнуться с настоящим научным вызовом – потерей устойчивости форсажной камеры при изгибе, обнаружившейся при испытаниях летательных аппаратов нового типа. Поиск методов решения этой проблемы через некоторое время привёл его в Казанскую научную школу по теории оболочек, которую в то время возглавлял профессор Х.М. Муштари. А началось всё со знакомства с монографией Х.М. Муштари и К.З. Галимова «Нелинейная теория упругих оболочек», изучение которой способствовало не только решению проблемы, но и привело к устранению причин, вызвавших упомянутый дефект.

В аспирантуре Казанского физико–технического института Марат Аксанович занялся исследованиями вынужденных и параметрических колебаний трёхслойных пластин несимметричного строения и вопросами их устойчивости. В процессе подготовки диссертационной работы им было опубликовано не менее шести оригинальных статей в академических и отраслевых ведущих журналах, а кандидатская диссертация была защищена досрочно. В дальнейшем все эти работы нашли отражение в обзорных статьях известных учёных по теории пластин и оболочек. Таков был старт!

Последующие работы Марата Аксановича очень хорошо известны, они внесли колоссальный вклад в развитие механики и смежных с ней областей науки и техники. Результаты его исследований стали востребованными при проектировании авиационной и ракетной техники, создании парашютных систем, решении задач биомеханики, развитии методов вычислений механики сплошных сред, при анализе динамических процессов в трубопроводных системах различного назначения. Важно подчеркнуть, что трудовая деятельность Марата Аксановича продолжается в самой активной форме. Как и на заре своей научной карьеры, он с присущим ему энтузиазмом включается в совершенно новые области знания, решая задачи, постановку которых большинство коллег только начинает обсуждать.

Одну из этих задач здесь следует упомянуть. Речь идёт о создании теории деформации наноразмерных изделий. Марату Аксановичу удалось построить мате-

математическую модель статического изгиба и продольной устойчивости нанопроволок, находящихся под давлением жидкости или газа, с учётом поверхностных эффектов. Один из эффектов определяется различием упругих свойств на поверхности и внутри материала нанопроволоки, а второй связан с разностью сил при воздействии избыточного давления на выпуклую и вогнутую стороны поверхности изогнутой проволоки, обусловленную разностью площадей этих сторон. Отметим, что этот эффект, установленный ранее Маратом Аксанови-

чем, уже неоднократно применялся при решении различных задач. Он иногда так и определяется как «сила Ильгамова»! А анализ решения данной задачи привёл к важному результату: только изменение давления окружающей среды может привести к потере устойчивости нанопроволоки и её изгибу!

Коллектив Института механики и редакция Журнала искренне поздравляют Марата Аксановича со славным юбилеем и желает крепкого здоровья и ещё многих научных достижений!

Содержание

Механика жидкости и газа

A.E. Fetisov, R.S. Khatmullina

Research of numerical indicators for the development of the Asselskaya area of Orenburg oil and gas condensate field using the material balance method 1–6

Э.Ш. Насибуллаева

Теоретический анализ линейных колебаний пузырьков в полидисперсном кластере 7–17

Робототехника и теория управления

A.A. Лонцаков, O.B. Даринцев

Сравнительный анализ подходов, необходимых для реализации робототехнического модуля дефектовки деталей 18–30

Краткие сообщения

Р.Р. Бакиров, Д.Д. Болтенков, Т.Р. Садрутдинов

Применение периодического режима при эксплуатации нефтяных скважин на поздней стадии переработки 31–34

A.A. Мухутдинова, A.Д. Низамова, B.Н. Киреев, C.Ф. Урманчеев

Экспериментальная установка для исследования устойчивости течения жидкости 35–39

Портрет ученого

Марату Аксановичу Ильгамову — 90 лет! 40–41

Contents

Liquid & Gas Mechanics

A.E. Fetisov, R.S. Khatmullina

Research of numerical indicators for the development of the Asselskaya area of Orenburg oil and gas condensate field using the material balance method 1–6

E.Sh. Nasibullaeva

Theoretical analysis of linear oscillations of bubbles in a polydisperse cluster (in Russian) 7–17

Robotics & Control Theory

A.A. Lonshchakov, O.V. Darintsev

Comparative analysis of approaches necessary for designing a robotic module for industrial parts defect detection (in Russian) 18–30

Brief Communications

R.R. Bakirov, D.D. Boltenkov, T.R. Sadrutdinov

Application of periodic mode during the operation of oil wells at the late stage of processing (in Russian) 31–34

A.A. Mukhutdinova, A.D. Nizamova, V.N. Kireev, S.F. Urmancheev

Experimental setup for researching the stability of fluid flow (in Russian) 35–39

Profiles

90th birthday of Marat Aksanovich Ilgamov! (in Russian) 40–41