



Динамика солитоподобных волновых групп на встречных струйных течениях¹

Слюняев А.В.^{*,**,***}, Шрира В.И.^{****}

^{*}Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН, Нижний Новгород

^{**}Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН, Владивосток

^{***}НИУ «Высшая школа экономики», Нижний Новгород

^{****}School of Mathematics and Computing, Keele University, UK

Широко распространено мнение, что аномально высокие волны (т.н. волны-убийцы) в океане чаще встречаются на течениях. Печально известным примером является течение мыса Игольного у юго-восточного побережья Африки [1, 2]. Для объяснения такого эффекта первоначально в литературе был предложен ряд линейных механизмов усиления волн на течениях. Позднее наибольшее внимание привлекла роль волновой нелинейности. В [3] было выполнено численное моделирование нелинейной эволюции волн на течении мыса Игольного в рамках кинетических уравнений с учетом рефракции волн на течении. Однако основное внимание уделяется исследованиям проявлений модуляционной (Бенджамина–Фейра) неустойчивости в присутствии течений, поскольку можно считать установленным фактом, что для узкополосных волновых полей заданной средней (т.н. значительной) высоты модуляционная неустойчивость увеличивает вероятность высоких волн. С этой целью в литературе были получены и проанализи-

рованы различные версии нелинейных уравнений Шредингера (НУШ) в предположениях о слабости течения, слабости нелинейности и узости спектра (см., например, [4] и ссылки в работе). Было обнаружено усиление модуляционной неустойчивости на встречном усиливающемся течении, что также было подтверждено в рамках численного моделирования.

Все вышеперечисленные работы были посвящены рассмотрению свободных волн на поверхности воды, распространяющихся в горизонтально-неоднородных течениях. Однако океанские течения создают условия для захвата волн. Мы предполагаем, что захваченные волны могут играть ключевую роль в объяснении наблюдаемого преобладания волн-убийц на течениях. В реальном океане характерные нелинейные пространственные масштабы таковы, что традиционная лучевая теория не может описывать эволюцию нелинейных захваченных волн (см. обзоры в [3, 4]). Чтобы восполнить этот пробел в математической теории, в работе [5] был предложен новый подход, позволяющий асимптотически описывать линейные захваченные волны. Используя найденные асимптотические решения для мод захваченных волн, в

¹Работа выполнена при поддержке проекта РНФ 22-17-00153

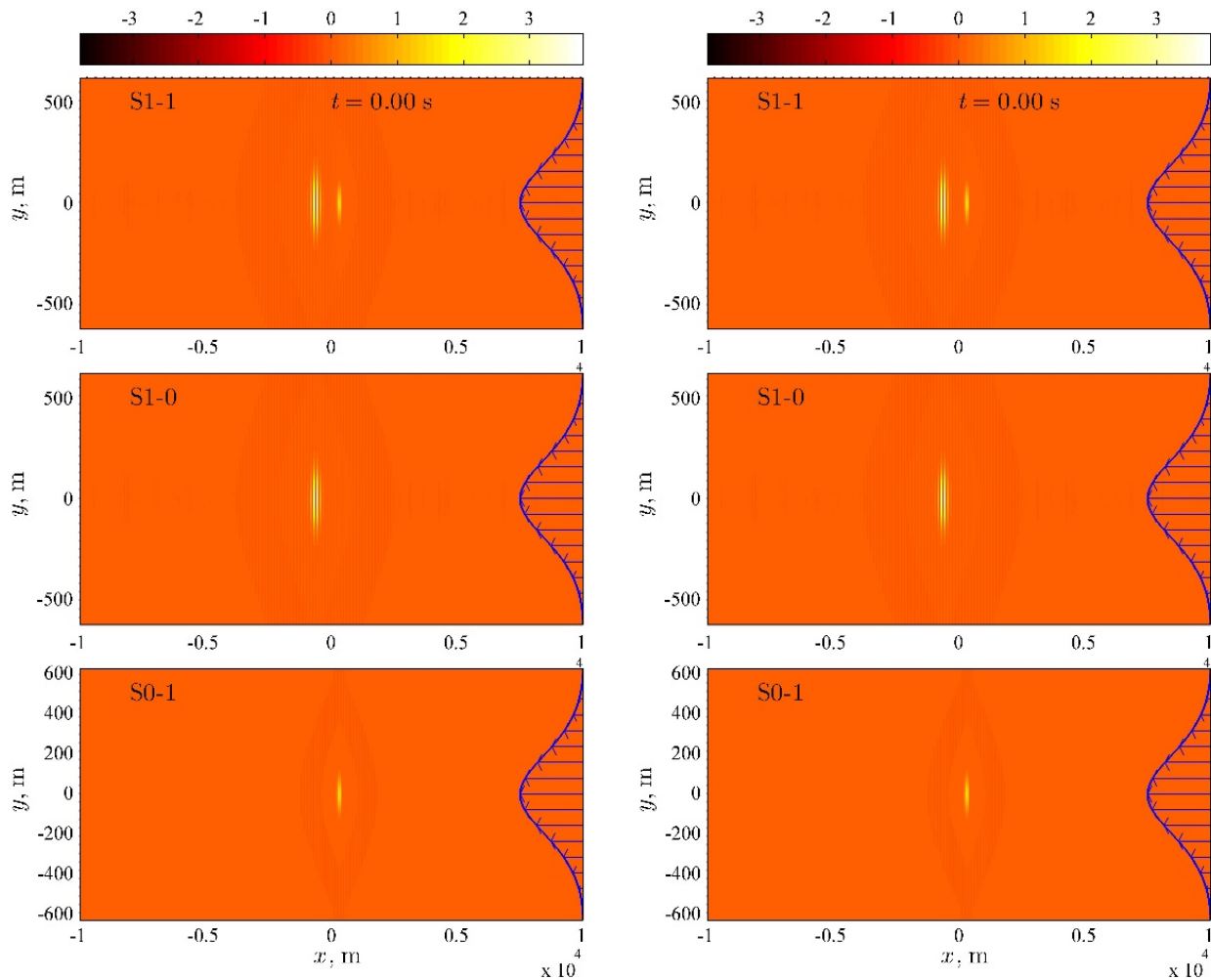


Рис. 1. Численное моделирование взаимодействия пары солитонов огибающей захваченных волн (верхний ряд) и независимого распространения каждого из солитонов по отдельности (средний и нижний ряды). Показаны смещения поверхности (цветом) и профили течения (стрелками). Граничные условия периодичны по обоим горизонтальным направлениям. Слева: начальный момент времени $t = 0$, справа: конец расчета $t = 1200$ с

работе [6] был развит слабо нелинейный подход для описания захваченных волн в рамках модовой теории. Для волновых полей с узким частотным спектром, но не обязательно с узкими угловыми распределениями, волновая динамика для одной моды на глубокой воде в главном порядке описывается одномерным модифицированным нелинейным уравнением Шредингера с фокусирующим типом нелинейности. Решения НУШ – солитоны огибающей и бризеры – часто рассматриваются как прототипы волн-убийц (см. в [7]).

В настоящей работе мы исследуем взаимодействие между солитонами огибающей существенно нелинейных захваченных волн посредством прямого численного моделирования уравнений Эйлера. При длительном распространении уединенные

волны остаются локализованными в обоих горизонтальных направлениях – как при одиночном распространении солитонов огибающей захваченных волн, так и при их взаимодействии, см. пример на Рис. 1. Кроме устойчивости солитонов к взаимодействиям показана возможность генерации экстремальных волн в результате их столкновений.

Нелинейные группы солитонного типа в вычислительных экспериментах генерировались с использованием приближенных начальных решений, поэтому тот факт, что солитоны захваченных волн возникают в результате таких начальных условий в рамках исходных уравнений гидродинамики, свидетельствует, что солитоны огибающей захваченных волн являются аттракторами. Результаты численного моделирования показывают, что нелиней-

ный межмодовый обмен при эволюции захваченных нелинейных волн на струйных течениях незначителен (по крайней мере, в некотором классе волновых условий), что делает модовую теорию мод, развитую в [5, 6], эффективной. В частности, этот вывод оправдывает рассмотрение динамики различных мод захваченных волн как независимых. Подчеркивая общее качественное согласие между слабонелинейной теорией и численным моделированием исходных уравнений гидродинамики, отметим, что также были обнаружены количественные расхождения между приближенными аналитическими решениями, полученными в предположениях о слабой нелинейности, слабой дисперсии и слабого течения, и моделированием. В частности, взаимодействия между солитонами захваченных волн не являются полностью упругими; возникают новые волны малой амплитуды.

Моделирование, представленное в настоящей работе, проводилось в рамках численной схемы High Order Spectral Method [8], модифицированной для учета струйного течения, для двух параметров степени нелинейности: $M = 5$ (не выше 6-волновых нелинейных взаимодействий) и $M = 3$ (не выше 4-волновых взаимодействий). Эти эксперименты продемонстрировали очень схожую динамику. Одним из ограничений использованного для моделирования подхода является предположение о потенциальности волнового движения, которое хотя и распространено, но, строго говоря, неверно. В то же время, грубая оценка возможного вклада завихренности в динамику волн показывает, что он слаб, так что на интересующих нас временных масштабах формирования и эволюции солитонов огибающей им можно пренебречь. Детальный ана-

лиз роли завихренности волнового поля воды в динамике захваченных волн хотя и представляет интерес, но выходит за рамки настоящей работы и требует специального исследования. Некоторое обсуждение влияния завихренности на теорию НУШ для волн при горизонтально-неоднородном слабом токе можно найти в работе [4].

Более подробное описание работы можно найти в препринте [9]. Устойчивые уединенные волновые группы, полученные в численном моделировании уравнений Эйлера без предположения о слабой нелинейности, рассматриваются как правдоподобная модель волн-убийц на струйных течениях.

Список литературы

- [1] *Mallory J.* Abnormal waves on the south east coast of south Africa // *The International hydrographic review.* 1974. V. 51. P. 99–129.
- [2] *Kharif C., Pelinovsky E., Slunyaev A.* Rogue Waves in the Ocean. Springer-Verlag, 2009.
- [3] *Lavrenov I.* The wave energy concentration at the Agulhas current of South Africa // *Nat. Hazards.* 1998. V. 17. P. 117–127.
- [4] *Hjelmervik K., Trulsen K.* Freak wave statistics on collinear currents // *J. Fluid. Mech.* 2009. V. 637. P. 267–284.
- [5] *Shrira V., Slunyaev A.* Trapped waves on jet currents: asymptotic modal approach // *J. Fluid Mech.* 2014. V. 738. P. 65–104.
- [6] *Shrira V., Slunyaev A.* Nonlinear dynamics of trapped waves on jet currents and rogue waves // *Phys. Rev. E.* 2014. V. 89. P. 041002.
- [7] *Слюняев А.В., Пелиновский Д.Е., Пелиновский Е.Н.* Морские волны-убийцы: наблюдения, физика и математика // *Успехи физических наук.* 2023. Т. 193. С. 155–181.
- [8] *West B., Brueckner K., Janda R., Milder D., Milton R.A.* A new numerical method for surface hydrodynamics // *J. Geophys. Res.* 1987. V. 92. P. 11803–11824.
- [9] *Slunyaev A.V., Shrira V.I.* Extreme dynamics of wave groups on jet currents // *ArXiv: 2310.07395.* 2023.