ISSN 2658–5782 Том 18 (2023), № 4, с. 402–404

Многофазные системы

http://mfs.uimech.org/2023/pdf/mfs2023.4.125.pdf
DOI: 10.21662/mfs2023.4.125

Получена: 15.09.2023
Принята: 10.11.2023

Изгибно-гравитационнын волны в ледяном покрове от движущихся периодически меняющихся возмущений

Маленко Ж.В.[*,**], **Ярошенко А.А.**[*,**]

[*]Морской институт имени вице-адмирала В.А. Корнилова - филиал ФГБОУ ВО «ГМУ имени адмирала Ф.Ф. Ушакова», Севастополь
[**]Севастопольский государственный университет, Севастополь

Введение

В зимний период для продления навигации на реках и озерах, покрытых ледяным покровом, возникает необходимость его разрушения. Для этих целей часто используются суда на воздушной подушке (СВП), так как их можно применять на мелководье, где невозможно применение других ледокольных средств. Одним из способов разрушения ледяного покрова СВП является резонансный метод. Эффективность применения СВП может быть увеличена, если при прямолинейном равномерном движении периодически изменять давление в воздушной подушке судна [1, 2].

В работах [3–6] проводится исследование колебаний ледяного покрова, которые вызваны движущимися периодически меняющимися возмущениями. В [3] рассматривается плоская задача. В [4] изучаются трехмерные неустановившиеся изгибно-гравитационные волны. В статье [5] исследуется волновое движение в плавающем морском льду, возбуждаемое перемещением вибрирующего груза. В работе [6][6] приводятся фазовые портреты образующихся волн в зависимости от скорости движения источника и частоты его колебаний. Настоящая работа посвящена исследованию колебаний с учетом сжимающих усилий.

Постановка и решение задачи

На поверхности однородной идеальной несжимаемой жидкости конечной глубины плавает сплошной ледяной покров, по поверхности которого перемещается нагрузка вида:

$$p = p_0 f(x_1, y)\exp(i\sigma t),\ x_1 = x + vt,\ v = \text{const}. \quad (1)$$

Ледяной покров моделируется тонкой упругой изотропной пластинкой толщины h, плавающей на поверхности жидкости. Полагаем, что до начала действия возмущений, жидкость не возмущена и граница поверхности пластина–жидкость горизонтальна.

Исследуем развитие трехмерных изгибно-гравитационных волн, генерируемых движущимся источником возмущений (1). Считая движение жидкости потенциальным, в рамках линейной теории в системе координат $_1, y$, связанной с движущейся со скоростью v областью давлений, задача

© Маленко Жанна Владимировна, zhvla17@mail.ru
© Ярошенко Александр Александрович, yaroshenko.575@yandex.ru

сводится к решению уравнения Лапласа

$$\Delta\varphi = 0,\ -H < z < 0,\ -\infty < x,\ y < \infty \qquad (2)$$

со следующими граничными, начальными и кинематическим условиями:

$$D_1\nabla^4\zeta + Q_1\Delta_l\zeta + \chi_1 F\zeta + \zeta +$$

$$+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t} + v\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)\frac{1}{g} = \frac{p}{\rho g} \text{ при } z = 0,$$

$$\partial\varphi/\partial z = 0 \qquad (3)$$

$$\text{при } z = -H,\ \varphi(x, y, z, 0) = \zeta(x, y, 0) = 0,$$

$$\partial\zeta/\partial t = \partial\varphi/\partial z - v\partial\zeta/\partial x \text{ при } z = 0,$$

где $D_1 = D/\rho g$, $Q_1 = Q/\rho g$, $\chi_1 = rho_1 h/\rho g$, $D = Eh^3/(12(1-\mu^2))$, $\nabla^4 = \Delta_l^2$, $\Delta_l = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$, $F = \partial^2/\partial t^2 + 2v\partial^2/\partial t\partial x + v^2/\partial x^2$, ρ — плотность жидкости, E, h, ρ_1, μ — модуль нормальной упругости, толщина, плотность и коэффициент Пуассона пластинки, Q — сжимающее усилие, ζ — возвышение поверхности пластина-жидкость. Здесь и далее у x_1 опущен индекс 1.

Применяя для решения задачи (1)–(3) метод интегральных преобразований Фурье по горизонтальным координатам x, y и Лапласа по времени t, а затем переходя к полярным координатам в случае осесимметричного распределения давлений (1), выражение для ζ примет вид:

$$\zeta = -\frac{p_0}{8\pi^2\rho g}\Im(e^{i\sigma t}(J_1 - J_2)), \qquad (4)$$

$$J_j = \int_0^\infty \int_0^t \int_{-\pi/2}^{3\pi/2} \frac{rf^*(r)}{\tau(r)} M(r) e^{-i(rR\cos(\theta-\gamma)-\Delta_j\xi} d\theta\, d\xi\, dr,$$

$$R = (x^2 + y^2)^{1/2}, \quad r = (m^2 + n^2)^{1/2},$$

$$x = R\cos\gamma, \quad y = R\sin\gamma, \quad m = r\cos\theta, \quad n = r\sin\theta,$$

$$\tau(r) = (l(r)M(r))^{1/2}, \quad l(r) = 1 + Q_1 r^2 + D_1 r^4,$$

$$M(r) = rg(1 + \chi_1 rg thrH)^{-1} thrH,$$

$f^*(m, n)$ — трансформанта Фурье функции $f(x, y)$.

Результаты асимптотического анализа

Асимптотическое исследование выражения (4) для возвышения поверхности пластина-жидкость ζ при больших значениях R и t выполним методом стационарной фазы для многомерных интегралов. Из анализа стационарных точек получим, что в зависимости от скорости перемещения и частоты колебаний источника, генерируется от одной до семи систем волн с амплитудой затухания $R^{-1/2}$:

$$\zeta = \begin{cases} \zeta_{14},\ \text{при: } 0 < \sigma < \sigma_0,\ 0 < v < v_{01}; \\ \qquad \sigma_0 < \sigma < \sigma_6,\ 0 < v < v_{11}; \\ \qquad \sigma > \sigma_6, 0 < v < v_{03} \\ \zeta_{14} + \zeta_{13},\ \text{при: } 0 < \sigma < \sigma_3,\ v_{01} < v < v_{03}; \\ \qquad \sigma_3 < \sigma < \sigma_0,\ v_{01} < v < v_{11} \\ \zeta_{14} + \zeta_{21},\ \text{при: } \sigma > \sigma_6,\ v_{03} < v < v_{11} \\ \zeta_{14} + \zeta_{13} + \zeta_{21}, \\ \quad \text{при: } 0 < \sigma < \sigma_3,\ v_{03} < v < v_{11} \\ \zeta_{14} + \zeta_{12} + \zeta_{13}, \\ \quad \text{при: } \sigma_4 < \sigma < \sigma_0,\ v_{02} < v < v_{03}; \\ \qquad \sigma_0 < \sigma < \sigma_6,\ v_{11} < v < v_{03} \\ \zeta_{14} + \zeta_{11} + \zeta_{12} + \zeta_{13}, \\ \quad \text{при: } \sigma_3 < \sigma < \sigma_4, v_{11} < v < v_{03}; \\ \qquad \sigma_4 < \sigma < \sigma_0,\ v_{11} < v < v_{03} \\ \zeta_{14} + \zeta_{12} + \zeta_{13} + \zeta_{21}, \\ \quad \text{при: } \sigma_1 < \sigma < \sigma_4,\ v_{02} < v < v_{12}; \\ \qquad \sigma_4 < \sigma < \sigma_6,\ v_{03} < v < v_{12}; \\ \qquad \sigma > \sigma_6,\ v_{11} < v < v_{12} \\ \zeta_{14} + \zeta_{11} + \zeta_{12} + \zeta_{13} + \zeta_{21}, \\ \quad \text{при: } 0 < \sigma < \sigma_1,\ v_{11} < v < v_{12}; \\ \qquad \sigma_1 < \sigma < \sigma_3,\ v_{11} < v < v_{02}; \\ \qquad \sigma_3 < \sigma < \sigma_4,\ v_{03} < v < v_{02} \\ \zeta_{14} + \zeta_{12} + \zeta_{13} + \zeta_{21} + \zeta_{22} + \zeta_{23}, \\ \quad \text{при: } 0 < \sigma < \sigma_1,\ v > v_{02}; \\ \qquad \sigma > \sigma_1,\ v > v_{11} \\ \zeta_{14} + \zeta_{11} + \zeta_{12} + \zeta_{13} + \zeta_{21} + \zeta_{22} + \zeta_{23}, \\ \text{при: } 0 < \sigma < \sigma_1,\ v_{12} < v < v_{02} \end{cases}$$

Эти волны формируют колебания пластинки и волновое движение жидкости, как перед областью давлений, так и за ней.

Критические скорости v_{03} и v_{12} растут при увеличении σ, а скорости v_{01}, v_{02} и v_{10} убывают. Критическая скорость v_{11} имеет минимум. В окрестности этих скоростей меняется характер волнового возмущения. При $\sigma = 0$, $v_{01} = v_{03} = v_0$, $v_{11} = v_{12} = v_1$, $v_{10} = v_{02} = (gH)^{1/2}$ [6, 7].

Волны ζ_{14}, ζ_{21}, ζ_{22} обусловлены периодическими изменениями давлений. Волны ζ_{14} имеют вид кольцевых волн. В зависимости от скорости v и частоты σ волны ζ_{14} распространяются как вокруг области давлений, так и за ней в угловой зоне. При $0 < v < v_{02}$, $0 < \sigma < \sigma_0$ и $0 < v < v_{11}$, $\sigma > \sigma_0$ волны распространяются вокруг области давлений. При $v > v_{02}$, $0 < \sigma < \sigma_0$, и $v > v_{11}$, $\sigma > \sigma_0$ волны распространяются за областью давлений. Волны ζ_{21} имеют характер поперечных, а ζ_{22} продольных корабельных волн.

Волны ζ_{11} и ζ_{12} носят характер продольных и поперечных корабельных волн, распространяющихся за источником возмущений. Они образуются и при $\sigma = 0$ [7].

Волны ζ_{13} и ζ_{23} — изгибно-гравитационные волны. Они обусловлены наличием упругой пластины. Из них ζ_{13} образуются как при $\sigma > 0$, так и при $\sigma = 0$ [7]. Волны ζ_{23} генерируются только при перемещении периодических возмущений. Волны ζ_{13} образуются при $v > v_{01}$, $0 < \sigma < \sigma_0$, и $v > v_{11}$, $\sigma > \sigma_0$, а ζ_{23} при $v > v_{03}$, $\sigma > 0$. Волны ζ_{13} при $v_{01} < v < v_{11}$, $0 < \sigma < \sigma_0$, как и волны ζ_{23} при $v_{03} < v < v_{12}$, $\sigma > 0$, распространяются как впереди области возмущений, так и за ней.

Заключение

При перемещении по ледяному покрову возмущений переменной интенсивности, в зависимости от частоты колебаний источника и скорости его перемещения, существует шесть значений критических скоростей, если $0 < \sigma < \sigma_0$, и три, если $\sigma > \sigma_0$. При движении по упругой пластине возмущений постоянной интенсивности существует три значения критических скоростей — v_0, v_1 и $(gH)^{1/2}$.

Движущимися возмущениями переменной интенсивности, в зависимости от скорости перемещения и частоты колебаний источника, может генерироваться от одной до семи систем волн, а движущимися возмущениями постоянной интенсивности ($\sigma = 0$) генерируется от одной до трех систем волн.

Список литературы

[1] *Козин В.М., Скрипачев В.В.* Колебания ледяного покрова под действием периодически изменяющейся нагрузки // ПМТФ. 1992. № 5. С. 141–146.

[2] *Кожаев А.В., Козин В.М.* Повышение эффективности резонансного метода интерференцией изгибно-гравитационных волн от периодического изменения давления в подушке СВП // IV Всероссийская конференция с международным участием «Полярная механика-2017», 14-15 сентября 2017 г., Санкт-Петербург, Россия: сборник докладов. С. 265–271.

[3] *Букатов А.Е., Черкесов Л.В*. Неустановившиеся колебания ледяного покрова, вызываемые периодически перемещающимися давлениями // Морские гидрофизические исследования. Севастополь: МГИ АН УССР, 1969. № 2(44). С. 94–105.

[4] *Букатов А.Е., Ярошенко А.А.* Развитие трехмерных изгибно-гравитационных волн при движении области давлений переменной интенсивности // ПМТФ. 1986. № 5. С. 54–60.

[5] *Duffy D.G.* The response of floating ice to a moving, vibrating load // Cold Regions Science and Technology. 1991. V. 20(1). P. 51–64. https://doi.org/10.1016/0165-232X(91)90056-M

[6] *Ярошенко А.А., Маленко Ж.В.* Неустановившиеся трехмерные изгибно-гравитационные волны, вызванные движущимися возмущениями переменной интенсивности // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2023. Т. 20(1). С. 41–51 DOI: 10.31429/vestnik-20-1-41-51

[7] *Маленко Ж.В., Ярошенко А.А* Трехмерные изгибно-гравитационные волны в плавающем ледяном покрове от движущегося источника возмущений // Волны и вихри в сложных средах: 13-ая международная конференция – школа молодых ученых; 30 ноября – 02 декабря 2022 г., Москва: Сборник материалов школы. – М.: ООО «ИСПО-принт», 2022. С. 157–160.