



## Влияние теплообмена на распределение гидродинамических параметров течения аномально термовязкой жидкости в кольцевом канале<sup>1</sup>

Мухутдинова А.А.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН

В данной работе исследуется течение аномально термовязкой несжимаемой жидкости в кольцевых каналах с различным соотношением ширины канала к внутреннему радиусу  $h/r_0$ . Граничные условия на внутренней и внешней поверхностях канала различны: на первой половине канала задано граничное условие первого рода, а на второй половине канала – конвективный теплообмен с окружающей средой по закону Ньютона-Рихмана (граничное условие третьего рода). Течение жидкости происходит под действием постоянного перепада давления  $\Delta p$ .

Введем цилиндрическую систему координат, ось  $z$  которой направлена вдоль оси цилиндров. Пусть жидкость течет в кольцевом канале длиной  $L$ , радиусы внутреннего цилиндра –  $r_0$ , внешнего –  $R > r_0$  (Рис. 1). Будем считать канал сильно удлиненным ( $L \gg h$ ).

Математическая модель, состоящая из уравнения неразрывности, уравнений Навье – Стокса и уравнения для температуры [1], записана в цилиндрических координатах с учетом осевой симметрии в безразмерном виде, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{v_r}{r} = 0,$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} &= \\ &= -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\Re} \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu(T) \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) + \right. \\ &+ \left. \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu(T) \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) + \frac{\mu(T)}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{\mu(T)}{r^2} v_r \right), \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} &= \\ &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\Re} \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu(T) \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \right. \\ &+ \left. \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu(T) \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \frac{\mu(T)}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} \right), \end{aligned}$$

<sup>1</sup>Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда в рамках проекта № 22-21-00915.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{Pe} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right),$$

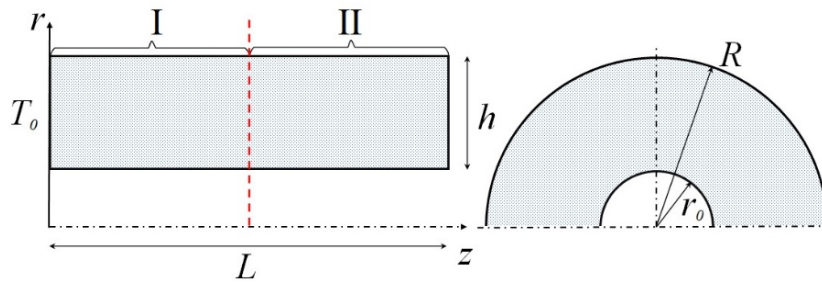


Рис. 1. Схема канала

где  $v_r$  и  $v_z$  – радиальная и осевая компоненты вектора скорости,  $p$  – давление,  $T$  – температура,  $Re$  и  $Pe$  – безразмерные числа Рейнольдса и Пекле.

Входящая в уравнения Навье–Стокса функция  $\mu = \mu(T)$  представляет собой температурную зависимость вязкости жидкости. В настоящей работе рассмотрена аномальная зависимость вязкости от температуры (т.е. вязкость жидкости зависит от температуры немонотонным образом) [2, 3] следующего вида (Рис. 2):

$$\mu(T) = \exp[-B(T - 0.5)^2],$$

где  $B > 0$  – параметр описывающий характер изменения вязкости.

Граничные условия на стенках канала для скоростей задаются условиями прилипания, а для температуры:

при  $0 \leq z < \frac{1}{2}L$

$$T\left(\frac{r_0}{R}, z, t\right) = T(1, z, t) = 0,$$

при  $\frac{1}{2}L \leq z \leq L$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_0/R} = \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=1} = -Nu \cdot T,$$

где  $Nu$  – безразмерное число Нуссельта.

### Численные результаты

Численное решение уравнений математической модели осуществлялось с использованием метода контрольного объема и алгоритма SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation) [3], который был модифицирован для учета переменного коэффициента вязкости. Исходный компьютерный код был написан на языке программирования C++ в среде разработки Qt Creator.

Динамика установления расхода аномально термовязкой жидкости в зависимости от геометрического параметра представлена на Рис. 3. Из рисунка видно, что увеличение параметра  $h/r_0$  приводит к увеличению установившегося значения

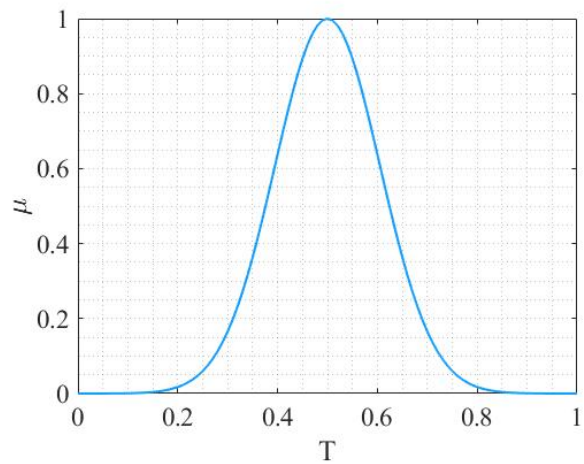


Рис. 2. Зависимость вязкости жидкости от температуры,  $B = 45$

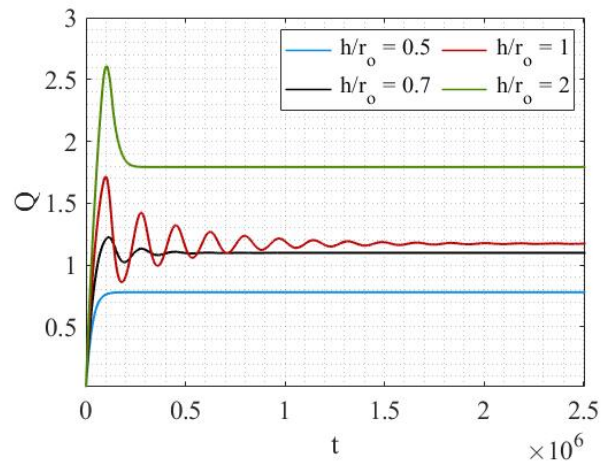


Рис. 3. Динамика установления расхода аномально термовязкой жидкости

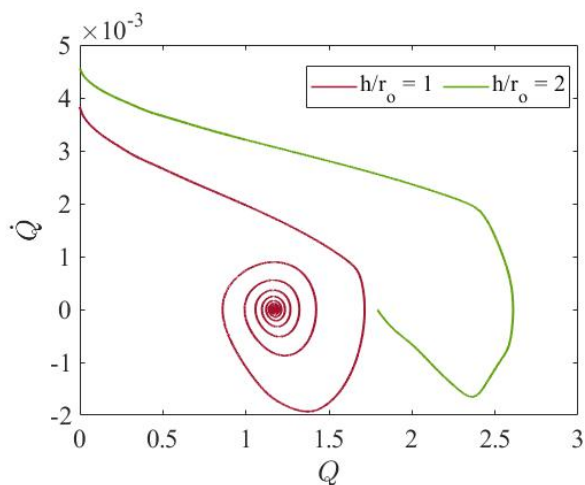


Рис. 4. Фазовый портрет затухающих колебаний изменения расхода жидкости

расхода. При значениях  $h/r_0$  равных 0.7–1.2 наблюдаются колебания расхода. Это объясняется скачкообразным изменением теплообмена. Во второй

половине канала происходит охлаждение жидкости до температуры, соответствующей максимальной вязкости, что приводит к уменьшению расхода. Дальнейшее охлаждение жидкости приводит к уменьшению вязкости (Рис. 2) и увеличению расхода. Затем процесс повторяется с уменьшающейся интенсивностью, что и вызывает уменьшение амплитуды колебаний расхода. Однако, при увеличении параметра  $h/r_0$  за пределы этого диапазона, такие колебания перестают наблюдаться.

Фазовый портрет (Рис. 4) представленных на Рис. 3 затухающих колебаний описывается логарифмической спиралью, которая сходится к точке, называемой «устойчивый фокус».

### Список литературы

- [1] Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Часть 2 // М.: Физматлит, 1963. С. 728.
- [2] Урманчев С. Ф., Киреев В. Н. Установившееся течение жидкости с температурной аномалией // Доклады Академии наук. 2004. Т. 396. № 2. С. 204–207.
- [3] Патанкар С. В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости // М.: МЭИ, 1984. 145 с.