



## Режимы массопереноса в горизонтальном пористом слое с вертикальным потоком двухкомпонентной жидкости<sup>1</sup>

Соболева Е.Б.

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

Природные процессы и деятельность человека порождают естественно-конвективные течения грунтовых вод в подземных пористых образованиях (почвах, грунтах, горных породах). В частности, при круговороте воды в природе влага испаряется с поверхности Земли, вследствие чего в недрах Земли формируется вертикальный, направленный вверх поток жидкости. Гидростатическое давление уменьшается с высотой, поэтому в воде, поднимающейся из глубин, давление падает; когда оно доходит до значения давления насыщенного пара, происходит фазовый переход - вода превращается в пар. Вода содержит растворенные соли, которые перемещаются вверх вместе с потоком. При преобразовании жидкости в пар последний улетучивается, а соли скапливаются под границей фазового перехода, так что здесь формируется слой концентрированного раствора повышенной плотности. При определенных параметрах такой слой оказывается неустойчивым в поле силы тяжести, со временем он деформируется и развивается

концентрационно-конвективное движение. Настоящая работа посвящена численным исследованиям режимов массопереноса и концентрационной конвекции в горизонтальном пористом слое при наличии вынужденного вертикального течения.

Рассматривается бесконечный по горизонтали пористый слой постоянной пористости  $\epsilon$  и проницаемости  $k$ . В начальный момент поровое пространство заполнено водным раствором соли концентрации  $c_0$ , движущимся строго вверх; скорость фильтрации  $\mathbf{u}_0 = (0, v_0)$ . На нижней границе области скорость потока и концентрация раствора поддерживаются постоянными. На верхней границе, которая совпадает с фронтом фазового перехода, вода превращается в пар и улетучивается, а соли остаются в области. Таким образом, на верхней границе задается постоянная вертикальная скорость воды, а для примеси ставится следующее условие: количество соли, поступающее к верхней границе с вынужденным потоком равно количеству соли, уходящему вниз за счет диффузии. Под верхней границей раствор имеет повышенную концентрацию и плотность (плотность раствора линейно увеличивается с концентрацией растворенной примеси). Формируется система, в которой более тяжелая жидкость находится над более легкой. Такое рас-

<sup>1</sup>Работа выполнена по теме государственного задания (№ госрегистрации 123021700044-0)

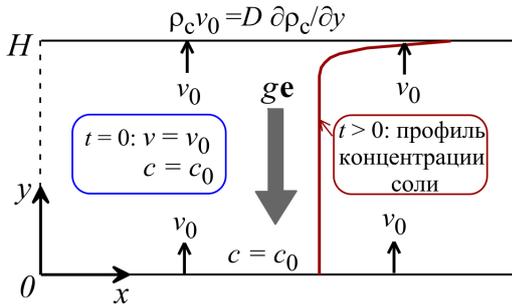


Рис. 1. Постановка задачи

положение может быть неустойчивым в поле силы тяжести и приводит к естественной конвекции. Постановка задачи показана на Рис. 1.

Численное моделирование выполнено на основе гидродинамической модели двухкомпонентной жидкости в пористой среде, которая включает уравнения неразрывности, движения (уравнение Дарси), транспорта примеси, а также уравнение состояния.

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0 \\ \mathbf{u} &= -\frac{k}{\mu} (\nabla P - \rho g \mathbf{e}) \\ \phi \frac{\partial \rho_c}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho_c &= \nabla \cdot (\phi D \nabla \rho_c) \\ \rho &= \rho_0 + \alpha \rho_c. \end{aligned}$$

Здесь  $\rho$ ,  $\rho_c$ ,  $\rho_0$  – плотности раствора, примеси и чистой воды;  $u$ ,  $P$  – скорость фильтрации и давление;  $\mu$ ,  $D$ ,  $g$ ,  $\mathbf{e}$  – коэффициенты вязкости и диффузии, ускорение свободного падения и единичный вектор, сонаправленный с вектором силы тяжести;  $\alpha = 0.815$ . Концентрация примеси  $c$  определяется следующим образом:  $c = \rho_c / \rho$ .

Безразмерные параметры задачи – это числа Рэлея-Дарси  $Ra^s$  и Пекле  $Pe$ , концентрация примеси на нижней границе  $c_0$ :

$$Ra^s = \frac{kgH\Delta\rho^s}{\phi\mu D}, \quad Pe = \frac{Hv_0}{D}, \quad c_0.$$

Число  $Ra^s$  построено по высоте области  $H$ ; оно включает максимально возможную разность плотности раствора  $\Delta\rho^s$  (разность плотности насыщенного раствора и чистой воды). Величина  $Ra^s$  представляет собой отношение скорости естественно-конвективного движения к диффузионной скорости. Величина  $Pe$  – это отношение скорости вынужденного течения (вертикального потока) к диффузионной скорости.

Обобщая результаты работ [1–4], можно заключить, что в зависимости от значения  $Pe$  естественно-конвективное движение происходит

в разных режимах (см. рис. 2). При  $Pe \leq 2.2$ , если конвекция возникает, то она охватывает всю исследуемую область; в этом случае высота области  $H$  является определяющим параметром задачи. При  $Pe \geq 44$  конвективное движение сосредотачивается под верхней границей, поскольку интенсивный вертикальный поток не позволяет ему распространяться вниз. Под верхней границей образуются нестационарные «солевые капли». Нижняя граница не влияет на развивающееся течение и можно считать, что она отодвинута на бесконечность. Это режим полубесконечной области, высота  $H$  не влияет на решение. При  $2.2 < Pe < 44$  режим промежуточный: естественно-конвективное движение может зародиться под верхней границей в виде «капель», затем охватывать весь пористый слой.

В режиме слоя ( $Pe \leq 2.2$ ) состояние системы может быть как устойчивым (вынужденный вертикальный поток примеси вверх и ее диффузионный отток вниз уравновешивают друг друга; формируется стационарный профиль концентрации примеси), так и неустойчивым (развивается конвективное течение, которое со временем становится стационарным; течение направлено от нижней границы к верхней по искривленным линиям тока или является циркуляционным). Граница между режимами определяется числом Рэлея-Дарси  $Ra^*$ , которое включает  $\Delta\rho^*$  – разность плотности раствора на верхней и нижней границах, найденную в процессе численного решения. Очевидно, что  $\Delta\rho^* \leq \Delta\rho^s$  и, следовательно,  $Ra^* \leq Ra^s$ . Получено, что  $Ra^* \approx 25$  (красная линия на Рис. 2).

В режиме полубесконечной области ( $Pe \geq 44$ ) определяющим является комплекс  $Ra^*/Pe$ . Аналитические исследования тепловой естественной конвекции, отличающиеся граничными условиями и методом решения, дают пороговые значения  $Ra^*/Pe = 5.78$  [5]; 14.3 [6]; 2 [7], выше которых состояние системы неустойчиво. Учитывая аналогию между концентрационной и тепловой конвекцией, выполнено сравнение с [5] – на Рис. 2 при  $Pe \geq 44$  начерчена кривая  $Ra^* = 5.78Pe$  (красная линия). Полученные в численном моделировании точки, соответствующие течению «солевых капель», располагаются выше данной кривой, что согласуется с выводами [5]. Ниже кривой устойчивые состояния не обнаружены, поскольку при развитии концентрационной конвекции соль может выпасть в осадок из пересыщенного раствора, что и было получено. Таким образом, ниже кривой аналогия между концентрационной и тепловой конвекцией не применяется.

Следует отметить, что в режиме слоя ( $Pe \leq 2.2$ ) при  $Ra^*$  меньше некоторой величины порядка 1 и

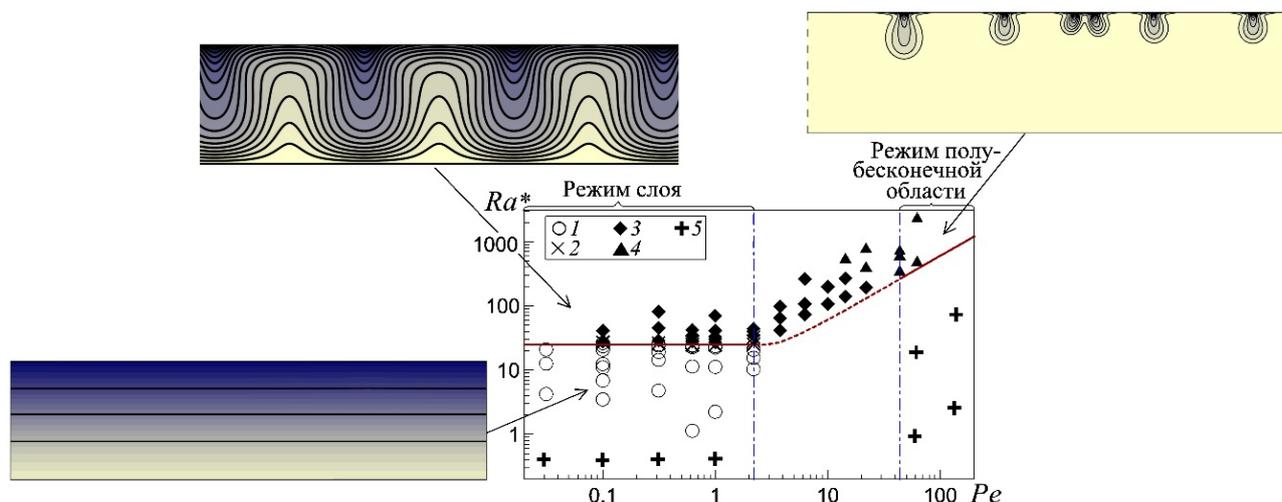


Рис. 2. Состояние системы: 1 – устойчивое; 2-4 – конвекция (2 – искривленное подъемное течение, 3 – циркуляционное течение во всем слое, 4 – «солевые капли»); 5 – выпадение соли в осадок

в режиме полубесконечной области ( $Pe \geq 44$ ) при  $Ra^*/Pe$  меньше нескольких единиц раствор около верхней границы становится пересыщенным, поскольку ни конвекция, ни диффузия не успевают отводить внутрь области соль, поступающую с вертикальным потоком. Такая картина характерна для пористых сред с низкой проницаемостью. В этом случае соль выпадает в осадок, приводя в конечном счете к закупориванию пор. В настоящем исследовании рассматривается только начальный этап выпадения соли в осадок, пока можно считать, что пористость не уменьшилась.

## Список литературы

- [1] Soboleva E.B., Tsykin G.G. Numerical simulation of convective flows in a soil during evaporation of water containing a dissolved admixture // *Fluid Dynamics*. 2014. V. 49. № 5. P. 634–644.
- [2] Soboleva E.B., Tsykin G.G. Regimes of Haline Convection during the Evaporation of Groundwater Containing a Dissolved Admixture // *Fluid Dynamics*. 2016. V. 51. № 3. P. 364–371.
- [3] Soboleva E. Numerical Investigations of Haline-Convective Flows of Saline Groundwater // *Journal of Physics: Conference Series*. 2017. V. 891. P. 012104.
- [4] Soboleva E.B. Underground Haline Convection Caused by Water Evaporation from the Surface of the Earth // *Processes in GeoMedia*. Vol. IV. Springer Geology. Springer International Publishing AG, Charm. 2022. С. 109–117.
- [5] Van Duijn C.J., Wooding R.A., Pieters G.J.M., van der Ploeg A. Stability criteria for the boundary layer formed by throughflow at a horizontal surface of a porous medium // *Geophys. Monograph*. 2002. V. 129.
- [6] Jones M.C., Persichetti J.M. Convective Instability in Packed Beds with Throughflow // *AIChE J.* 1986. V. 32. P. 1555–1557.
- [7] Nield D.A. Convective Instability in Porous Media with Throughflow // *AIChE J.* 1987. V. 33. P. 1222–1224.