ISSN 2658–5782 Том 18 (2023), № 3, с. 247–249

Многофазные системы

http://mfs.uimech.org/2023/pdf/mfs2023.3.072.pdf
DOI: 10.21662/mfs2023.3.072

Получена: 15.09.2023
Принята: 10.11.2023

# Оценка коэффициента сопротивления тороидальных пузырей

**Чашников Е.А., Никулин В.В.**

ФГБУН Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

## Введение

Тороидальный пузырь является разновидностью вихревых колец, движущихся в жидкости, в ядре которых находится газ [1]. Известно, что для однофазных вихревых колец сила сопротивления пренебрежимо мала [2]. В тоже время на тороидальный пузырь помимо силы плавучести действует сила сопротивления [3, 4]. Как показано в [4], учет сопротивления с постоянным коэффициентом сопротивления позволяет рассчитать зависимость радиуса тора от времени с средним отклонением теории от эксперимента не более 3%, когда среднее отклонение без учета сопротивления составляет от 8% до 13% по мере движения. Однако полученные данные не позволяли предсказать величину коэффициентов сопротивления в зависимости от параметров колец, что, возможно, было бы полезно в задачах по переносу жидкости тороидальным пузырем. Явление переноса жидкости пузырями в форме сферического сегмента исследуется на протяжении нескольких десятков лет и имеет широкий спектр применения в различных отраслях промышленности [5–7]. Идея применения в этом направлении тороидальных пузырей нова и связана с тем, что по сравнению со сферическими пузырьками тороидальные пузыри способны захватывать и переносить жидкость не только в сдвиговом слое близь границы, но и в атмосфере вихря [8]. В [8] также показано, что объем атмосферы тороидального пузыря пропорционален его радиусу в третей степени. Таким образом без учета силы сопротивления ошибка при расчете объема переносимой жидкости может достигать 30%.

В настоящей работе тороидальные пузыри создавались путем инжекции вертикально вверх струи воздуха в воду. Нагнетаемый компрессором воздух подавался на механический клапан, установленный на дне резервуара из оргстекла, в течении короткого времени $\tau$. Механический клапан под избыточным давлением открывался, и происходила импульсная инжекция струи воздуха в резервуар. Резервуар имеет размеры $0{,}5 \times 0{,}5$ м и 1,5 м в высоту. Давление принимало значения 3, 4, 5 и 6 бар. Длительность $\tau$ определялась временем открытого состояния электромагнитного клапана Festo и изменялось от 14 до 50 мс под управлением программируемой логической платы Arduino. Объем инжектируемого воздуха измерялся путем его захвата в специальное воронкообразное устройство, установленное в верхней части резервуара. В проведенных экспериментах объем варьировался от 6,6 до 72 см$^3$. Расстояние от сопла до нижнего края воронкообразного устройства составляло 1 м. Регистрация проводилась теневым методом на скоростную камеру MotionXtra HG-100K с частотой кадров 60 к/с и экспозицией 750 мкс. По изображениям при каждом пуске измерялись зависимости радиуса тора, пройденного пути и скорости от времени. Видеоизображения обрабатывались в среде Matlab. Подробное представление процесса обработки изложено в [4, 9].

## Расчетные формулы

Используемые далее параметры длины, времени и циркуляции обезразмеренны на $r_0$, $(r_0/g)^{1/2}$, $(gr_0^3)^{1/2}$ соответственно, где $r_0$ равен радиусу сферы, содержащей тот же объем воздуха, что и тороидальный пузырь.

Коэффициент сопротивления $C_d$ определялся аналогично методике, предложенной в [4]. Она заключается в подборе $C_d$ методом наименьших квадратов при сравнении экспериментальной зависимости и численного решения задачи Коши:

$$\frac{dR}{dt} = -C_1\frac{[\ln(C_2R\sqrt{R}) - 1/2]^2}{R^2\sqrt{R}} + \frac{C_3}{R}, \qquad (1)$$

$$R(0) = R_0,$$

где $C_1 = \sqrt{6}\Gamma C_d/\left(48\pi^2\sqrt{\pi}\right)$, $C_2 = 4\sqrt{6\pi}$, $C_3 = 1/(2\pi\Gamma)$, $R$ —радиус тора, $\Gamma$ —циркуляция. Численное решение производилось методом Гаусса 6 порядка. Точка отсчета была установлена на расстоянии $15r_0$ от сопла. Выражение для циркуляции $\Gamma$ имеет вид:

$$\Gamma = 4\pi RV\left[\ln\left(4\sqrt{6\pi}R\sqrt{R}\right) - 1/2\right]^{-1} \qquad (2)$$

В работах [3, 10] показано, что не происходит заметного изменения циркуляции по мере движения, поэтому она считается константой. Можно определить число Фруда как квадрат обезразмеренной циркуляции, поскольку он не изменяется по мере движения и в тоже время характеризует отношение сил инерции к силам плавучести:

$$\mathrm{Fr} = \frac{\Gamma^2}{gr_0^3} = \frac{V^2}{gr_0}\frac{R^2}{r_0^2}4\pi\left[\ln\left(4\sqrt{6\pi}R\sqrt{R}\right) - 1/2\right]^{-1} \qquad (3)$$

## Обсуждение и результаты

Из Рис. 1 следует, что коэффициент сопротивления убывает с ростом числа Фруда или безразмерной циркуляции. Эту зависимость можно аппроксимировать степенной функцией в виде: $C_d(\mathrm{Fr}) = 541{,}18\mathrm{Fr}^{-2{,}004}$.

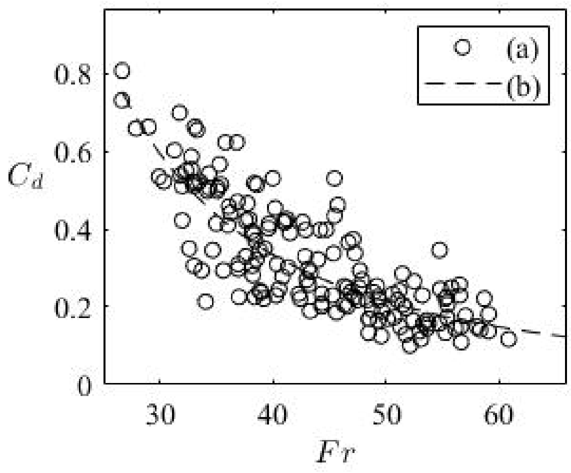


Рис. 1. Зависимость коэффициента сопротивления от числа Фруда: (a) — эксперимент, (b) — аппроксимация $C_d(\mathrm{Fr}) = 541{,}18\mathrm{Fr}^{-2{,}004}$

На Рис. 2(а) и 2(б) изображены систематические отклонения экспериментального радиуса от рассчитанного при $C_d = 0$ и $C_d = C_d(\mathrm{Fr})$ соответственно. По осям ординат отложено отношение модуля разности теории и эксперимента по отношению к эксперименту, т.е. $\frac{|\Delta R|}{R} = \frac{|R_{\text{теор.}} - R_{\text{эксп.}}|}{R_{\text{эксп.}}}$. Видно, что среднее значение отклонения при $C_d = C_d(\mathrm{Fr})$ (Рис. 2(b), штрих-линия) лежит значительно ниже нежели те, что получены без учета силы сопротивления (Рис. 2(a), штрих-линия), и не превышает 3–4%. Таким образом, предложенная аппроксимация позволяет исключить эмпирический параметр, коэффициент сопротивления, из расчетов.

## Список литературы

[1] *Pedley T.* The toroidal bubble // Journal of Fluid Mechanics. 1968, V. 32(1), p. 97–112.

[2] *Sullivan I., Niemela J., Hershberger R., Bolster D., Donnelly R.* Dynamics of thin vortex rings // Journal of Fluid Mechanics. 2008, V. 609, P. 319–347. doi:10.1017/S0022112008002292

[3] *Vasel-Be-Hagh A.R., Carriveau R., Ting D. S.K., Turner J.S.* Drag of buoyant vortex rings // Physical Review E. 2015, V. 92(4), p. 043024

[4] *Chashnikov E.A., Nikulin V.V.* Application of Shadow Visualization to Study the Drag of Toroidal Bubbles // Scientific Visualization. 2023, V.15(3), p. 50–57. DOI: 10.26583/sv.15.3.06

[5] *Natsui S., Nashimoto R., Nakajima D., Kikuchi T., Suzuki R.O.* Column and film lifetimes in bubble-induced two-liquid flow // Physical Review E, 2018, V. 97, p.062802.

[6] *Jardyn-Рйrez L., Amaro-Villeda A., Gonzalez-Rivera C., Trapaga G., Conejo A., Ramнrez-Argбez M.* Introducing the Planar Laser-Induced Fluorescence Technique (PLIF) to Measure Mixing Time in Gas-Stirred Ladles // Metallurgical and Materials Transactions B. 2019, V. 50. doi: 10.1007/s11663-019-01631-y.

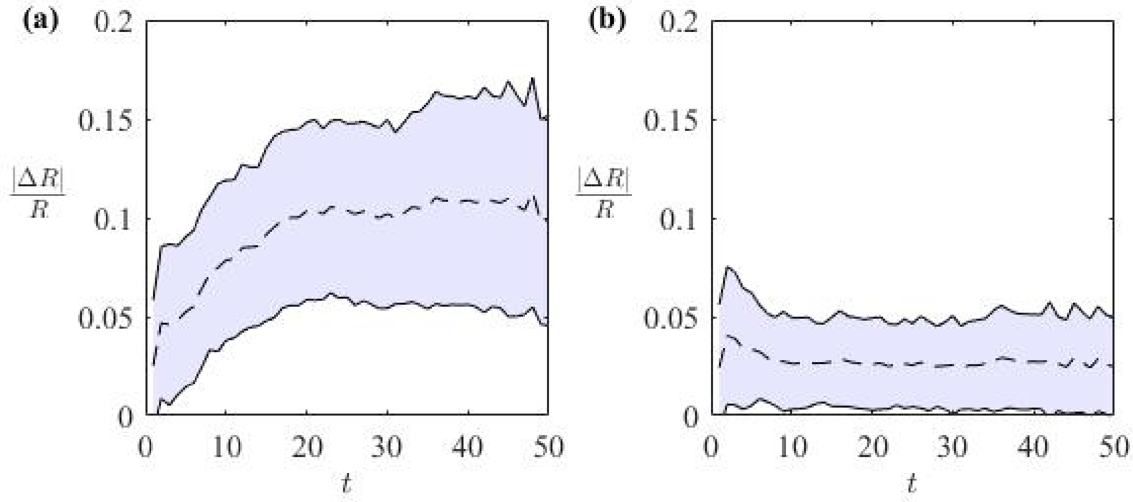


Рис. 2. Относительное отклонение теории от эксперимента, где $\frac{|\Delta R|}{R} = \frac{|R_{\text{теор.}} - R_{\text{эксп.}}|}{R_{\text{эксп.}}}$, штрих-линия — среднее значение по всем экспериментам за временной интервал равный 1, цветом выделена область стандартного отклонения: (a) без учета силы сопротивления, (b) с $C_d(\text{Fr}) = 541{,}18\text{Fr}^{-2{,}004}$

[7] *Rydberg J.* (Ed.). Solvent Extraction Principles and Practice, Revised and Expanded (2nd ed.). CRC Press. 2004. https://doi.org/10.1201/9780203021460

[8] *Moon E., Song M., Kim D.* Liquid entrainment of the toroidal bubble crossing the interface between two immiscible liquids // Journal of Fluid Mechanics. 2023, V. 966, p. A27. doi:10.1017/jfm.2023.457

[9] *Chashnikov E.A., Nikulin V.V.* Determination of the Parameters of a Vortex Ring with an Air Core in a Liquid by Computer Processing of Video Images // Scientific Visualization. 2021. V. 13(3), p. 66–74. DOI: 10.26583/sv.13.3.07

[10] *Vasel-Be-Hagh A. R., Carriveau R., Ting D. S.-K.* A balloon bursting underwater // Journal of Fluid Mechanics. 2015. V. 769, p. 522–540.