



Численное моделирование динамики скоплений твердых частиц¹

Тукмаков Д.А.

Федеральный исследовательский центр Казанский научный центр РАН, Казань

Одной из развивающихся областей механики жидкости, газа и плазмы является динамика неоднородных сред [1–10], отличающаяся от классической гидродинамики [11]. В ряде случаев возникает необходимость моделировать течения неоднородных сред, движущихся в электрическом поле [4–10, 12]. В работе [4] сопоставляются результаты физического эксперимента и численные расчёты динамики электрически заряженной газовой смеси без учета взаимообратного влияния компонент смеси. Публикация [5] посвящена усовершенствованию технологии электрических фильтров, очищающих газовые выбросы промышленных предприятий от дисперсных примесей. Из рассмотренных работ следует, что в различных исследованиях динамики электрически заряженных неоднородных сред изучаются совокупность как электрофизических, так и гидродинамических процессов. Для совершенствования технологий и устройств, работающих с электрически заряженными газовыми смесями, необходимо выявление закономерностей динамики таких сред в электрических и аэродина-

мических полях. В данной работе для массовых и поверхностных плотностей заряда дисперсной компоненты рассматривается влияние плотности материала частиц на интенсивность скоростного скольжения компонент смеси. Математическая модель учитывала взаимодействие компонент смеси в процессе распространения ударной волны малой интенсивности на электрически заряженную газозвесь. В работе предполагалось, что электрическое поле формировалось заряженными дисперсными частицами.

Для описания динамики электрически заряженной газозвеси применялась математическая модель, реализующая континуальный подход моделирования в которой учитывается влияние компонент гетерогенной среды друг на друга [1, 2, 6–10]. Движение несущей среды описывается системой уравнений Навье–Стокса [11, 13] для вязкого, сжимаемого теплопроводного газа с учетом межфазного силового взаимодействия и теплообмена [6–10]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V}) = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho V^k}{\partial t} + \nabla^i(\rho V^k V^i + \delta_{ik} p - \tau_{ik}) &= -F_k + \alpha \nabla^k p \\ \frac{\partial(e)}{\partial t} + \nabla^i(V^i(e + p - \tau_{ii}) - V^k \tau_{ki} - \lambda \nabla^i T) &= \\ &= -Q - |F_k|(V^k - V_1^k) + \alpha \nabla^k(p V^k) \end{aligned} \quad (1)$$

¹Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 23-21-00363 «Моделирование процесса осаждения капель двухфазной газожидкой среды».

Тензоры вязких напряжений записываются следующим образом:

$$\tau_{11} = \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} D \right), \quad \tau_{22} = \mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} D \right),$$

$$\tau_{12} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}.$$

Динамика дисперсной фазы описывается уравнением сохранения средней плотности, уравнениями сохранения составляющих импульса и уравнением сохранения энергии, записанными с учетом взаимодействия компонент смеси:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_1 V_1) = 0$$

$$\frac{\partial \rho_1 V_1^k}{\partial t} + \nabla^i (\rho_1 V_1^i V_1^k) = F_k + F_{Ck} - \alpha \nabla^k p \quad (2)$$

$$\frac{\partial (e_1)}{\partial t} + \nabla^k (e_1 V_1^k) = Q$$

Здесь p , ρ , u , v — давление, плотность, декартовы составляющие скорости несущей среды в направлении осей x и соответственно; T , e — температура и полная энергия газа; ρ_1 , T_1 , e_1 , u_1 , v_1 — средняя плотность, температура, внутренняя энергия, декартовы составляющие скорости дисперсной фазы в направлении осей x , y . Температура несущей среды находится из уравнения $T = (\gamma - 1)(e/\rho - 0.5(u^2 + v^2))/R$, где R — газовая постоянная несущей фазы, μ — вязкость газа, λ — теплопроводность газа, γ — постоянная адиабаты. Внутренняя энергия взвешенной в газе дисперсной фазы определяется как $e_1 = \rho_1 C_p T_1$, где C_p — удельная теплоемкость единицы массы вещества дисперсной фазы, средняя плотность дисперсной фазы вычисляется из выражения $\rho_1 = \alpha \rho_{10}$, где α — объёмное содержание дисперсной фазы являющееся функцией временной и пространственных переменных, ρ_{10} — физическая плотность материала дисперсной компоненты смеси остающаяся постоянной величиной, F_k — пространственные составляющие силы аэродинамического сопротивления, F_{Ck} — пространственные составляющие силы Кулона, действующей на частицы. Q — поток тепла между компонентами смеси. Потенциал электрического поля в расчетной области определяется из решения уравнения Пуассона. В правой части уравнения Пуассона содержится плотность заряда газ-взвеси (массовая или поверхностная), отнесенная к абсолютной диэлектрической проницаемости несущей среды [12]:

$$\operatorname{div} E = \frac{\rho_E}{\varepsilon \varepsilon_0}, \quad E = -\nabla \phi,$$

$$\Delta^2 \phi = -\frac{\rho_E}{\varepsilon \varepsilon_0}, \quad \varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} \text{ Ф/м.} \quad (3)$$

$$\rho_E = \alpha \rho_{10} \cdot q_m, \quad \rho_E = S \cdot q_s = \frac{\alpha}{3r} \cdot q_s,$$

$$F_{Cx} = -\rho_1 \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad F_{Cy} = -\rho_1 \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

Здесь ρ_E — плотность заряда, q_i — удельный заряд единицы массы m или площади s твердой фракции, ϕ — потенциал электрического поля, $\varepsilon = 1$ — относительная диэлектрическая проницаемость воздуха, ε_0 — абсолютная диэлектрическая проницаемость воздуха. Система уравнений (1–2) интегрировалась явным конечно-разностным методом Мак-Кормака второго порядка точности [13]. Для подавления численных осцилляций применялась схема нелинейной коррекции сеточной функции [14, 15].

Система уравнений дополнялась соответствующими начальными и граничными условиями. При расчёте течений двухфазной смеси для составляющих скорости несущей среды и дисперсной компоненты задавались однородные граничные условия Дирихле, на всех поверхностях. Для остальных динамических функций смеси на боковых поверхностях канала задавались однородные граничные условия Неймана, согласно методике конечно-разностного моделирования динамики сжимаемого теплопроводного газа [13] и методике моделирования динамики, взвешенной в сжимаемом теплопроводном газе, дисперсной компоненты с изменяющейся «средней плотностью» и энергией [2, 3].

Уравнение Пуассона [12–16], описывающее потенциал электрического поля (3), решалось методом конечных разностей с помощью итерационной схемы метода установления [16] на сгенерированной для газодинамических расчётов сетке, с целью учесть влияние силы Кулона при решении уравнений динамики двухфазной среды, а также учесть распределение «средней плотности» дисперсной фазы в узлах разбиения физической области при решении уравнения Пуассона.

Список литературы

- [1] Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. Москва: Наука. 1978. С. 464.
- [2] Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Недр. 2003. С. 284.
- [3] Федоров А. В., Фомин В. М., Хмель Т. А. Волновые процессы в газ-взвешенных частиц металлов. Новосибирск. 2015. С. 301.
- [4] Tadaa Y., Yoshioka S., Takimoto A., Hayashi Y. Heat transfer enhancement in a gas–solid suspension flow by applying electric field // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2016. Vol. 93. P. 778–787.
- [5] Чекалов Л. В., Гузаев В. А., Смирнов М. Е. Повышение эффективности электрофильтров тепловых электростанций путём совершенствования осадительных электродов // Электрические станции. 2021. № 7. С. 48–54.

- [6] Тукмаков Д. А., Ахунов А. А. Численное исследование влияния электрического заряда дисперсной фазы на распространение ударной волны из чистого газа в запылённую среду // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Физика. 2020. № 3. С. 183–192.
- [7] Тукмаков А. Л., Тукмаков Д. А. Численное исследование влияния параметров дисперсных частиц на осаждение твердой фазы электрически заряженной полидисперсной газозвеси // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2022. № 1. С. 90–102.
- [8] Тукмаков Д. А. Сопоставление математических моделей динамики электрически заряженных газозвесей для различных концентраций дисперсной компоненты // Прикладная информатика. 2022. № 1. С. 39–54.
- [9] Тукмаков Д. А. Сопоставление численных моделей динамики электрически заряженных газозвесей с массовой и поверхностной плотностями зарядов для различных дисперсностей частиц // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия: Естественные науки. 2022. № 3. С. 43–56.
- [10] Тукмаков Д. А., Тукмакова Н. А. Численное исследование межкомпонентного скоростного скольжения в электрически заряженной и нейтральной газозвеси в двумерной нестационарной постановке с вязкой несущей средой // Физическое образование в ВУЗах. 2023. Т. 29. № 1. С. 123–134.
- [11] Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. Москва: Издательство «Дрофа», 2003. С. 784.
- [12] Сальянов Ф. А. Основы физики низкотемпературной плазмы, плазменных аппаратов и технологий. М., Наука, 1997. С. 240
- [13] Fletcher C. A. Computation Techniques for Fluid Dynamics Springer-Verlang, Berlin et al., 1988. Pp. 504.
- [14] Тукмаков А. Л. Численное моделирование акустических течений при резонансных колебаниях газа в закрытой трубе // Авиационная техника. 2006. № 4. С. 33–36.
- [15] Музафаров И. Ф., Утюжников С. В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // Математическое моделирование. 1993. № 3. С. 74–83.
- [16] Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырный П. И. Вычислительные методы. Т. 2, М.: Наука, 1977. С. 401.