ISSN 2658-5782



Многофазные системы



http://mfs.uimech.org/2023/pdf/mfs2023.3.058.pdf DOI: 10.21662/mfs2023.3.058

#### Получена: 15.09.2023 Принята: 10.11.2023



# Коллапс кавитационных пузырьков, расположенных в вершинах правильных многогранников<sup>1</sup>

Аганин А.А., Халитова Т.Ф.

Институт механики и машиностроения ФИЦ Казанский научный центр РАН, Казань

### Введение

Кавитация используется во многих приложениях для решения таких практических задач, как ультразвуковая очистка, доставка лекарств в клетки, разрушения камней в почках и т.д. Коллапс пузырьков в жидкости вблизи твердого тела может оказывать на него негативное воздействие, такое как эрозия, износ и разрушение. В литературе наиболее изученным является сильное сжатие одиночного пузырька. В случае кластера пузырьков динамика каждого из них может существенно зависеть от соседних пузырьков. По сравнению с одиночным пузырьком пузырьки в кластере могут интенсивнее перемещаться, сильнее воздействовать на поверхности тел, иметь другие степени сжатия. Прямые численные модели на основе уравнений динамики жидкости и газа в частных производных в случае кластера пузырьков требуют больших затрат компьютерного времени [1]. В связи с этим при исследовании таких задач вводились дополнительные упрощения и применялись дискретные модели [2], модели сплошной двухфазной среды [3], методы граничных элементов [4]. Однако при оценке степеней сжатия и нагрева содержимого пузырьков (максимальных значений температуры и давления в пузырьках), такие модели могут давать большие погрешности. В данной работе применяется подход, в котором сочетаются преимущества дискретных моделей (вычислительная эффективность) и прямого численного моделирования (адекватность).

## Особенности коллапса кавитационных пузырьков

Рассматривается совместный коллапс N сферических кавитационных (паровых) пузырьков в воде с давлением *p*<sub>0</sub> и температурой *T*<sub>0</sub>. Центры пузырьков находятся на сферической поверхности радиусом R<sub>cl</sub> в вершинах правильных многогранников (Рис. 1 а)). Начало коллапса (момент времени t = 0) физически соответствует моменту перехода от расширения к сжатию паровых пузырьков, образованных лазерным или искровым пробоем жидкости. Поэтому при t = 0 скорость пара в пузырьках и окружающей жидкости принимается равной нулю, а давление в пузырьках *p*<sub>b0</sub> равным давлению насыщенного пара воды  $p_S(T)$ при  $T = T_0$ . Имеем  $p_{b0} < p_0$ , так что коллапс пузырьков обусловлен разницей давлений  $p_0 - p_{b0}$ . В настоящей работе начальный радиус пузырьков

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда № 21-11-00100.

<sup>©</sup> Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН

<sup>©</sup> Институт проблем механики им А.Ю. Ишлинского РАН

<sup>©</sup> Аганин Александр Алексеевич, aganin\_aa@imm.knc.ru

<sup>©</sup> Халитова Талия Фаритовна, taliny@mail.ru



Рис. 1. а) кластер пузырьков с центрами в вершинах икосаэдра (N = 12), b) *i*-й пузырек кластера и окружающий его слой жидкости, c) фрагмент кластера пузырьков

 $R_{i0} \approx 2$  мм, а радиус кластера  $R_{\rm cl} = 10 R_{i0}$ , где i-номер пузырька.

Используется математическая модель совместного коллапса кавитационных пузырьков, являющаяся комбинацией модели динамики одиночного кавитационного пузырька [5] и дискретной модели совместной динамики пузырьков в кластере [1]. Модель динамики одиночного кавитационного пузырька [5] применяется для описания динамики пара в пузырьках (т.е. в областях  $r_i \leq R_i$ ) и динамики жидкости в окружающих пузырьки слоях  $R_i \leq r_i \leq R_i^*$  (Рис. 1 b)). Здесь  $r_i$  — расстояние до центра *i*-го пузырька, *R<sub>i</sub>* — радиус *i*-го пузырька, *R*<sup>\*</sup><sub>*i*</sub> — радиус внешней границы слоя. В этой модели учитывается теплопроводность пара и жидкости, вязкость и сжимаемость жидкости, испарение и конденсация на поверхности пузырька, поверхностное натяжение, применяются широкодиапазонные уравнения состояния пара и жидкости. Дискретная модель совместной динамики пузырьков в кластере [1] используется для описания динамики жидкости вне окружающих пузырьки слоев  $R_i \leqslant r_i \leqslant R_i^*$ . Перемещение и деформации пузырьков не учитываются, что приемлемо при достаточно больших расстояниях между пузырьками, когда  $\max_{i,k} (R_i/d_{ik})^2 \ll 1$ , где  $d_{ik}$  — расстояние между центрами *i*-го и *k*-го пузырьков (Рис. 1 с)). Расстояние между пузырьками d<sub>ik</sub> в процессе сжатия полагается постоянным (равным стороне правильного многогранника). Жидкость вдали от пузырьков считается слабо сжимаемой. При этом роль пузырьков играют области  $r_i \leqslant R_i^*$ , а роль радиусов этих «пузырьков» играют внешние границы  $r_i = R_i^*$ .

Рис. 2 а) демонстрирует временные зависимости радиуса пузырьков кластера в том случае, когда пузырьки расположены в вершинах додекаэдра, и временную зависимость радиуса одиночного пузырька при коллапсе и последующем расширении в варианте с температурой жидкости  $T_0 = 20 \,^{\circ}C$  и ее давлением  $p_0 = 20$  бар. Видно, что продолжительность коллапса одиночного пузырька и пузырьков кластера сильно различается. Это свидетельствует о значительном влиянии взаимодействия пузырьков.

Из Рис. 2 b) следует, что и радиальные распределения давления в пузырьках и окружающем их слое жидкости в конце коллапса также различаются. Давление в одиночном пузырьке и пузырьках кластера во втором и третьем из представленных моментов времени является пространственно неоднородным. Отметим, что в конце сжатия давление в пузырьках в кластере в форме додекаэдра оказываются ниже, чем в одиночном пузырьке, что характерно для больших значений давления жидкости  $p_0$ .

Рис. 3 иллюстрирует случай коллапса пузырьков при  $T_0 = 20$  °С,  $p_0 = 1$  бар. С ростом N масса пузырьков в конце коллапса уменьшается, так что пузырьки сжимаются до меньшего объема и максимум давления в пузырьках ( $p_{b \max}$ ) оказывается несколько больше (Рис. 3 а)). При этом с ростом N на большей части коллапса скорость сжатия пузырьков уменьшается и лишь в конце коллапса несколько возрастает. На рис. 3 b) видно, что максимум скорости сжатия пузырьков ( $|\dot{R}|_{\max}$ ) с повышением количества пузырьков незначительно повышается (на несколько процентов).

Из Рис. 3 b) следует, что при давлении жидкости  $p_0 = 1$  бар степени сжатия пузырьков в кластере оказываются выше, чем в одиночном пузырьке. Рис. 3 b) также свидетельствует, что максимальное давление в пузырьках кластера с увеличением радиуса кластера стремится к соответствующему значению в одиночном пузырьке. Это означает, что влияние взаимодействия между пузырьками становится меньше.



Рис. 2. а) изменение радиуса одиночного пузырька и пузырьков кластера с N = 20 при коллапсе при  $T_0 = 20$  °С,  $p_0 = 20$  бар,  $t_R$  – время коллапса пустого пузырька в несжимаемой жидкости, b) изменение радиальных профилей давления в пузырьке и окружающей жидкости в три момента времени финальной стадии сжатия пузырьков (точки соответствуют поверхности пузырьков, сплошные линии – пузырькам кластера, пунктирные – одиночному пузырьку)



Рис. 3. а) зависимости максимального давления (pbimax) в пузырьках и максимальной скорости сжатия пузырьков ( $|\dot{R}|$ max) от их числа N в кластере и (b) зависимость максимального давления ( $p_{bimax}$ ) в пузырьках кластера, отнесенного к максимальному давлению ( $p_{b,smax}$ ) в одиночном пузырьке от  $R_{cl}/R_0$  при N = 20 в случае коллапса при  $T_0 = 20$  °C,  $p_0 = 1$  бар

### Список литературы

- Tiwari A., Pantano C., Freund J. Growth-and-collapse dynamics of small bubble clusters // Journal of Fluid Mechanics. 2015. V. 775. Pp. 1–23.
- [2] Ida M. et al. Suppression of cavitation inception by gas bubble injection: a numerical study focusing on bubble-bubble interaction // Phys. Rev. E. 2007. V. 76. P. 046309.
- [3] Wang Y-C., Brennen C. E. Shock wave development in the collapse of a cloud of bubbles // ASME Cavitation and

Multiphase Flow Forum. 1994. V. 194. Pp. 15-19.

- [4] Blake J. R. et al. Acoustic cavitation: the fluid dynamics of nonspherical bubbles // Phil. Trans. R. Soc. Lond. A. 1999. V. 357. Pp. 251–267.
- [5] Нигматулин Р.И., Аганин А.А. и др. Образование сходящихся ударных волн в пузырьке при его сжатии // ДАН. 2014. V. 458(3). Pp. 282–286.