



Квазигазодинамические уравнения и опыт численного моделирования турбулентных течений

Елизарова Т.Г.* , Широков И.А.**

*Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, Москва

**МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва

Актуальной проблемой вычислительной гидродинамики является разработка подходов, позволяющих однородным образом моделировать как ламинарные течения вязкого сжимаемого газа, так и процесс перехода этих течений в турбулентный режим с ростом числа Рейнольдса. В предлагаемом докладе обсуждается квазигазодинамическая система уравнений и возможности ее применения для решения подобного рода задач.

В плане практического применения квазигазодинамическая (КГД) система может рассматриваться как система уравнений Навье–Стокса (НС) с регуляризацией, что позволяет создать на ее основе эффективные конечно-разностные алгоритмы расчета течений газа и жидкости. Эти алгоритмы представляют собой условно-устойчивые однородные разностные схемы с аппроксимацией всех пространственных производных, включая конвективные слагаемые, с помощью центральных разностей. Отличающие КГД систему от системы уравнений НС τ -слагаемые выполняют роль регуляризатора и сглаживают нефизичные осцилляции решения.

При применении указанных алгоритмов к расчетам нестационарных течений были отмечены следующие свойства КГД алгоритма: нестационарное течение возникало без введения какого-либо малого возмущения в область расчета. Для доста-

точно малых значений параметра регуляризации τ и достаточно подробных сеток частота возникающих колебаний не зависела ни от величины τ , ни от шага пространственной сетки. Частоты рассчитанных колебаний и диапазоны параметров потока, характерные для появления или затухания этих колебаний, соответствовали известным экспериментальным закономерностям.

Теоретический анализ τ -слагаемых показал, что эти добавки вносят положительный вклад в производство энтропии системы и тем самым имеют диссипативный характер. В приближении пограничного слоя τ -слагаемые обращаются в ноль, и КГД уравнения в этом приближении совпадают с уравнениями Прандтля. Было показано, что для медленно меняющихся течений, к которым относятся ламинарные колебательные течения, величина добавочных слагаемых имеет порядок $O(\tau^2)$ и сказывается только на точности разностного решения. Однако для быстропеременных течений добавочные τ -слагаемые имеют порядок $O(\tau)$ и могут вносить существенный вклад в решение задачи. Именно такими течениями являются турбулентные течения.

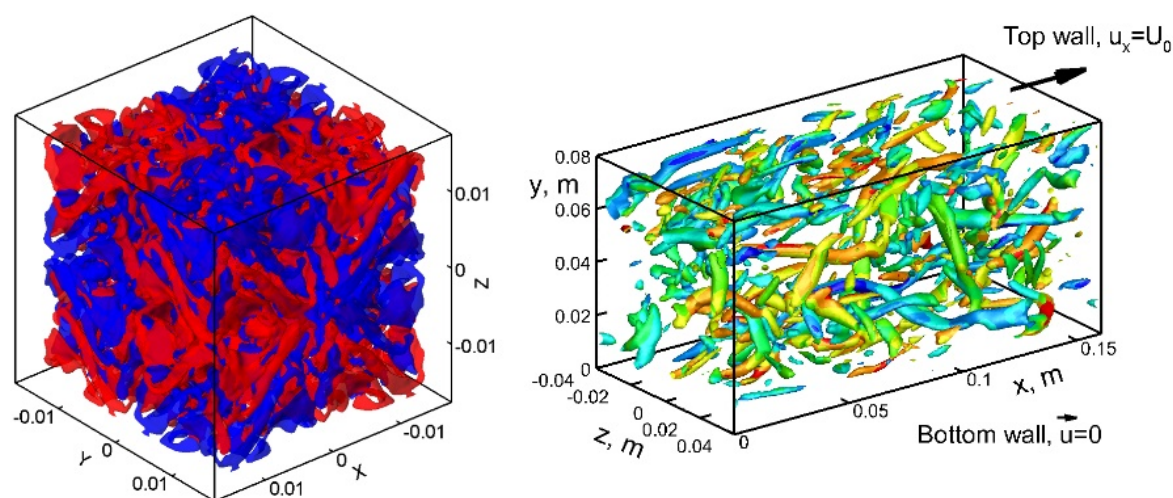


Рис. 1. Распад вихря Тейлора–Грина (слева), турбулентное течение Куэтта (справа)

В настоящее время для численного моделирования турбулентных течений в инженерных приложениях все большее место занимают LES модели. Эти модели представляют собой алгоритмы типа фильтра, где крупные вихревые образования, которые разрешаются сеткой, моделируются явно, а движения среды, масштаб которых не разрешается на имеющейся сетке, считаются осредненными. Последнее приводит к появлению в системе уравнений дополнительной диссипации. Введение такой подсеточной вязкости является способом включить в расчет сток энергии за счет ее диссипации на малых масштабах, которые не разрешаются пространственной сеткой. Чем больше разрешение сетки, тем меньшая часть энергии моделируется подсеточными моделями. Поэтому для относительно грубых сеток качество численного решения определяется используемой моделью подсеточной диссипации. Одной из наиболее успешных подсеточных моделей считается модель Смагоринского. Величина диссипации в этой модели пропорциональна шагу сетки h , а в роли фильтра выступает шаг сетки.

Связывая в КГД модели значение параметра регуляризации τ с шагом пространственной сетки h в виде $\tau \sim h/c$, где c — локальная скорость распространения малых возмущений в газе, мы можем рассматривать τ -вязкость как новый вариант подсеточной диссипации, которая сглаживает, или осредняет пульсации газодинамических величин на пространственно–временных масштабах порядка шага сетки. Подсеточная диссипация в КГД модели принципиально отличается от турбулентной вязкости типа Смагоринского, а именно: τ -

слагаемые имеют другую математическую структуру, и входят не только в уравнения для импульса и энергии, но и в уравнение неразрывности. Последнее моделирует турбулентную диффузию массы, которая является неотделимой составной частью турбулентного перемешивания. На твердой стенке τ -слагаемые обращаются в ноль. Указанные свойства КГД алгоритма открывают широкие возможности и делают этот алгоритм перспективным для прямого численного моделирования турбулентных течений.

В качестве примеров рассмотрены дозвуковые течения сжимаемого газа: распад вихря Тейлора–Грина и турбулентное пристеночное течение Куэтта (Рис. 1). Показано, что КГД модель позволяет в рамках единого алгоритма описать как ламинарный, так и турбулентный режимы течения. При этом для ламинарных течений τ -слагаемые выполняют роль регуляризатора и оказываются малыми, а для турбулентных эти слагаемые не малы и играют роль турбулентной диссипации. Также рассмотрены дозвуковое обтекание осесимметричного каплевидного тела с турбулизатором и сверхзвуковая недорасширенная струя, включающая турбулентные зоны (Рис. 2).

Список литературы

- [1] Четверушкин Б.Н. Кинетические схемы и квазигазодинамическая система уравнений. М.: МАКС Пресс, 2004.
- [2] Елизарова Т.Г. Квазигазодинамические уравнения и методы расчета вязких течений. М.: Научный мир, 2007.
- [3] Шеретов Ю.В. Динамика сплошных сред при пространственно–временном осреднении. М.: Ижевск, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009.

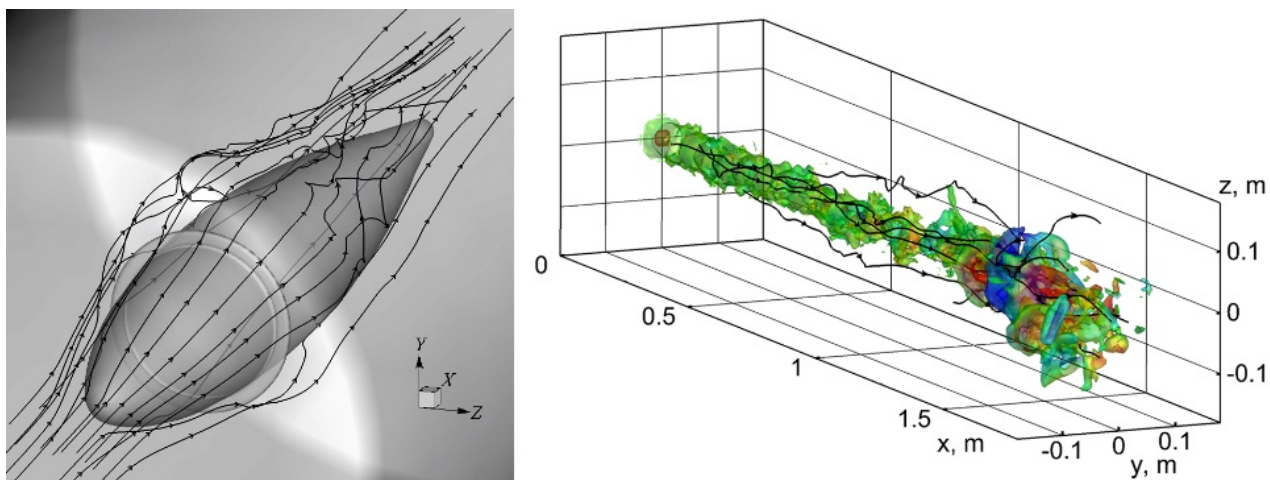


Рис. 2. Обтекание каплевидного тела с турбулизатором (слева), сверхзвуковая недорасширенная струя (справа)

- [4] *Елизарова Т.Г., Никольский П.Н.* Численное моделирование ламинарно–турбулентного перехода в течении за обратным уступом // Вестник Московского университета, серия 3. Физика. Астрономия. 2007. № 4. С. 31–40.
- [5] *Shirokov I.A., Elizarova T.G.* Simulation of laminar–turbulent transition in compressible Taylor–Green flow basing on quasi-gas dynamic equations // Journal of Turbulence. 2014. V. 15(10). P. 707–730.
- [6] *Елизарова Т.Г., Широков И.А., Попов М.В.* О возможностях квазигазодинамической модели для численного анализа сверх-

звукового турбулентного течения межзвездного газа // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2017. № 9. 21 с.

- [7] *Елизарова Т.Г., Широков И.А.* Регуляризованные уравнения и примеры их использования при моделировании газодинамических течений. М.: МАКС Пресс, 2017. 136 с.
- [8] *Широков И.А., Елизарова Т.Г.* Моделирование нестационарного дозвукового обтекания осесимметричного тела с турбулизатором // Теплофизика и аэромеханика. 2022. Т. 29(1). С. 37–44.