



Квадратичный инвариант тензора скоростей деформаций контролирует нераскрытие шасси самолета

Овсянников В.М.

Российский университет транспорта, Москва

Введение

Открытие или неоткрытие шасси самолета при посадке контролирует величина квадратичного (второго) инварианта тензора скоростей деформаций, который исключен [1] из рассмотрения современной гидрогазодинамики. Приводится оценочный расчет нагрева конструкции в узкой щели при обтекании ее потоком воздуха с использованием квадратичного инварианта. Неравномерный нагрев внутренней поверхности щели может привести к заклиниванию механизма шасси.

Полное уравнение неразрывности со всеми тремя инвариантами для несжимаемой жидкости, выведенное Эйлером в 1752 г. [2, 3], имеет вид

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + (t - t_0) I_2 + (t - t_0)^2 I_3 = 0$$

Здесь I_2 , I_3 — квадратичный и кубичный инварианты тензора скоростей деформаций. Уравнение неразрывности было переписано В.М. Овсяннико-

вым [4] в 2006 г. для сжимаемой жидкости в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} + (t - t_0) \rho I_2 + (t - t_0)^2 \rho I_3 = 0$$

Произведя вывод волнового уравнения методом Лайтхилла акустической аналогии, получим волновое уравнение второго порядка по времени

$$\partial^2 p / \partial x^2 + \partial^2 p / \partial y^2 + \partial^2 p / \partial z^2 - c_0^{-2} \partial^2 p / \partial t^2 = \rho_0 I_2 + (\Delta t) \rho_0 2 I_3$$

Здесь c_0 — скорость звука, p — звуковое давление. Штрих в обозначении звукового давления опущен для упрощения обозначений. Чтобы провести оценки интенсивности генерации периодических колебаний, отбросим член с якобианом третьего порядка, чтобы получить стандартную форму неоднородного волнового уравнения второго порядка $c_0^{-2} \partial^2 p / \partial t^2 - (\partial^2 p / \partial x^2 + \partial^2 p / \partial y^2 + \partial^2 p / \partial z^2) = -\rho_0 I_2$ $I_2 = \partial(u, v) / \partial(x, y) + \partial(v, w) / \partial(y, z) + \partial(w, u) / \partial(z, x)$, имеющего для давления решение типа запаздывающих потенциалов

$$p(\mathbf{r}, t) = [\rho_0 / (4\pi)] \int I_2 \Big|_{t-R/c} \mathbf{R}^{-1} dW$$

где $\mathbf{R} = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|$, \mathbf{r} — радиус-вектор точки наблюдения, \mathbf{r}_1 — радиус-вектор бегущей точки в области интегрирования. Проинтегрированное выражение берется в запаздывающий момент времени $t - R/c$. Цель статьи — показать, что квадратичный (второй) инвариант I_2 поля скорости описывает интенсивность нагрева воздуха в щели. Полная интенсивность генерации периодических колебаний может быть оценена по формуле

$$I[\text{Вт}/\text{м}^2] = p^2 / (c_0 \rho_0) = \rho_0 I_2^2 W^2 / (16\pi^2 c_0 r^2) \quad (1)$$

Здесь W — объем, в котором поле скорости имеет постоянное значение инварианта I_2 , ρ_0 — термодинамическая плотность воздуха, c_0 — скорость звука, r — расстояние, с которого фиксируется интенсивность звуковых колебаний. Величины в правой части формулы берутся в единицах системы СИ.

Сложилась ситуация, при которой полет самолета описывается хорошо изученным первым, линейным инвариантом I_1 , а открытие шасси для посадки самолета описывается вторым — квадратичным I_2 , не изученным в нужной мере инвариантом.

Эксперимент по нагреву воздуха в щелях при обтекании внешним потоком

В журнале МЖГ [5] описан эксперимент Елисева Ю.Б. и Черкез А.Я., поставленный в аэродинамической трубе с потоком воздуха с температурой торможения 20 °С, в котором произошло обугливание древесины внутри полости в деревянной модели, в которую затекал воздух. В теоретической части этой статьи нагрев правильно связывался с генерацией в щели волн давления, энергия которых переходит в тепло. Образец представлял собой деревянную дощечку, в которой была просверлена полость диаметром 1,6 см длиной 25 см. В результате обдува потоком воздуха с температурой торможения, не превышающей комнатную, наблюдался эффект обугливания дна полости и боковых поверхностей на расстоянии 1,6 см от дна, возникающего при сравнительно небольшом времени испытания порядка 10 минут. Температура возгорания дерева составляет около 300 °С. Можно согласиться с точкой зрения авторов статьи [5], что внутри полости воздух разогревается до таких высоких температур за счет перехода энергии волновых колебаний в тепловую энергию.

Расчетная оценка нагрева воздуха в щели

Были проведены расчеты полей скорости жидкости, втекающей и вытекающей из плоских уз-

ких углов различной степени раскрытия, полученные методом ТФКП. Общеизвестен расчет течения внутри прямого угла с $\alpha = 90^\circ$. Он получается с использованием комплексного потенциала вида $w = z^2$. Аналогично вычислен инвариант I_2 и совпадающий с ним якобиан для плоского угла между двумя плоскостями для угла $\alpha = 36^\circ$ с использованием комплексного потенциала $w = z^5$. Формула для якобиана получила такое выражение

$$J = -400 \frac{r^6 U^2}{a^8} \quad \text{для } \alpha = 36^\circ$$

Здесь U — скорость набегающего потока на расстоянии $a = 1$ от вершины угла вдоль оси x , расположенной вдоль одной из плоскостей плоского угла, r — текущее расстояние от вершины плоского угла.

Рассмотрим течение в полости, похожей на полость, исследованную в опыте работы [5]. Заменим ее полостью в форме пирамиды с углом между противоположными гранями $\alpha = 36^\circ$. В качестве значения якобиана поля скорости возвратного течения, образующегося внутри пирамиды, возьмем приведенное выше значение якобиана для двумерного течения между плоскостями, составляющими друг с другом 36° . Для расчета интенсивности звуковых колебаний, возникающих в потоке, используем формулу (1). Высота пирамиды равна a . Скорость втекания в нее набегающего потока воздуха равна U . Величину якобиана поля скорости будем оценивать по формуле

$$J = -400 \frac{r^6 U^2}{a^8}$$

Для оценочного расчета положим в дальнейшем $r = a$. Это означает некоторое завышение средней величины инварианта I_2 . Расчет объема пирамиды высотой a и углом раскрытия α дает такой результат для $\alpha = 36^\circ$

$$W = \frac{a}{3} \left(2a \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)^2 = a^3 \frac{4}{3} \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)^2 = 0,142a^3$$

Площадь поверхности конуса для $\alpha = 36^\circ$

$$S = \left(2a \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)^2 + 2a \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \left[a^2 + a^2 \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)^2 \right]^{0,5} \approx 1,108a^2$$

Мощность волновой энергии, выделяющаяся в полости при $\alpha = 36^\circ$, равна

$$N[\text{Вт}] = S[\text{м}^2] I \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right] = S \frac{\rho_0 400^2 r^{12} U^4 W^2}{a^{16} 16\pi^2 c_0 r^2}$$

Вычислим выделяющуюся мощность для полости высотой $a = 0,1$ м при плотности воздуха

$\rho_0 = 1,25 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ и скорости звука $c_0 = 300 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$$N[\text{Вт}] = \frac{1,108a^2 1,25(400^2)U^4 r^{12} a^6 0,142^2}{a^{16} 16 \cdot 9,9 \cdot 300r^2} \approx \frac{a^2 U^4}{10}$$

По этой формуле мощность выделяющейся в полости волновой энергии, превращающейся в тепловую, получится в Вт, если высоту пирамиды или глубину полости и скорость подставить в единицах системы СИ: м и м/с. Для скорости в аэродинамической трубе 20 м/с и глубине полости 0,1 м выделяющаяся тепловая мощность будет составлять 160 Вт. Это мощность сильной бытовой лампы накаливания. Если выделяющееся от нее тепло сосредоточить в тесной щели с деревянными стенками, то за 10–15 минут возможно обугливание и возгорание древесины.

Модель заклинивания шасси самолета перед посадкой

Выполненный Ю.Б.Елисеевым и А.Я.Черкез эксперимент в аэродинамической трубе [5] и приведенный выше оценочный расчет, использующий формулу интенсивности волнообразования, основанной на учете второго, квадратичного инварианта, показывает опасность наличия открывающихся створок на обшивке летательного аппарата со щелями, обдуваемыми воздухом. Повышение темпе-

ратуры за счет затекания в щели воздуха и местного расширения деталей конструкции может приводить к отказам механизмов или требованию повышенных усилий для срабатывания. Зазоры петель очень малы. И даже небольшое повышение температуры при различных коэффициентах температурного расширения соприкасающихся деталей может затруднить подвижность. Произойдет заклинивание или не произойдет — зависит от предшествующего режима обдува щели воздухом. Учет квадратичного инварианта может уберечь от аварии.

Список литературы

- [1] Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т.1, М.: Наука. 1973. С. 536.
- [2] Euler L. Principia motus fluidorum. Pars prior // Novi commentarii Academiae Imperialis scientiarum Petropolitanae, 1761. Т. 6 (1756-1757). P. 271-311 - Opera omnia, ser. II. V. 13. P. 1-369.
- [3] Эйлер Л. Принципы движения жидкостей. Перевод начальных разделов доклада 1752 г. в Берлинской АН / Пер. с латинского Е.В.Ивановой и В.М.Овсянникова.- 4-е изд., доп. М.: Спутник +. 2020. С. 203.
- [4] Овсянников В.М. Уравнение неразрывности Эйлера с членами высокого порядка малости по времени течения // Итоги науки и техн. Сер. Современ. Мат. и ее прил. Темат. обз., 2020. Т. 182. С. 95–100.
- [5] Елисеев Ю.Б., Черкез А.Я. Об эффекте повышения температуры торможения при обтекании газом глубоких полостей // МЖГ, 1971, № 3. С. 8–18.