



## Устойчивость столбика Тейлора–Праудмана, создаваемого движущейся во вращающейся жидкости сферой<sup>1</sup>

Звягинцева Е.А., Кудымова Е.М., Власова О.А., Козлов В.Г.

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

### Введение

Движение тел во вращающейся жидкости является одной из фундаментальных задач, впервые рассмотренной теоретически Тейлором в работе [1]. Далее теоретическое и экспериментальное развитие данная тема получила в работах Мура и Саффмана [2], а также Максвози [3]. Экспериментальному изучению движения тела во вращающейся жидкости посвящена работа [4]. В данной работе всплытие легкой сферы в поле силы тяжести вдоль оси вращающегося цилиндра характеризовалось двумя безразмерными параметрами. Один из них – безразмерная скорость всплытия (отношение скорости всплытия во вращающейся жидкости к скорости свободного всплытия тела)  $V = v_b \cdot v / (gd^2(1 - \rho))$ . Здесь  $v_b$  – размерная осевая скорость движения тела,  $v$  – кинематическая вязкость жидкости,  $d$  – диаметр тела,  $\rho$  – отно-

сительная плотность тела. Вторым управляющим параметром является безразмерная частота вращения  $\omega = \Omega_{rot} \cdot d^2 / \nu$ , где  $\Omega_{rot}$  – угловая скорость вращения полости. Найденная экспериментальная зависимость  $V = 15\omega^{-1.57}$  удовлетворительно согласуется с теоретическими результатами [2], полученными в квазигеострофическом приближении, расхождение уменьшается с повышением безразмерной частоты.

Опыты показали, что тело в процессе всплытия совершает дифференциальное вращение относительно полости. Скорость дифференциального движения тела  $\Omega_b$  меняется по мере всплытия тела: вблизи нижнего торца скорость положительна (тело совершает интенсивное опережающее вращение относительно полости) и по мере всплытия тела уменьшается. В средней по длине части кюветы скорость становится равной нулю (тело совершает твердотельное вращение вместе с кюветой), после чего она меняет свой знак на отрицательный; по мере приближения к верхнему торцу скорость отстающего дифференциального вращения тела нарастает по величине. Дифференциальное вращение тела определяется асимметрией переднего и заднего столбиков Тейлора–Праудмана, интенсивность вращения которых изменяется с их длиной. При относительно низких безразмерных

<sup>1</sup>Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства просвещения РФ (проект KPZU-2023-0002).

© Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН  
© Институт проблем механики им А.Ю. Ишлинского РАН  
© Звягинцева Екатерина Александровна, [zvyagintsevat@gmail.com](mailto:zvyagintsevat@gmail.com)  
© Кудымова Екатерина Михайловна, [kudymovakat@gmail.com](mailto:kudymovakat@gmail.com)  
© Власова Ольга Андреевна, [vlasova\\_oa@pspu.ru](mailto:vlasova_oa@pspu.ru)  
© Козлов Виктор Геннадьевич, [kozlov@pspu.ru](mailto:kozlov@pspu.ru)

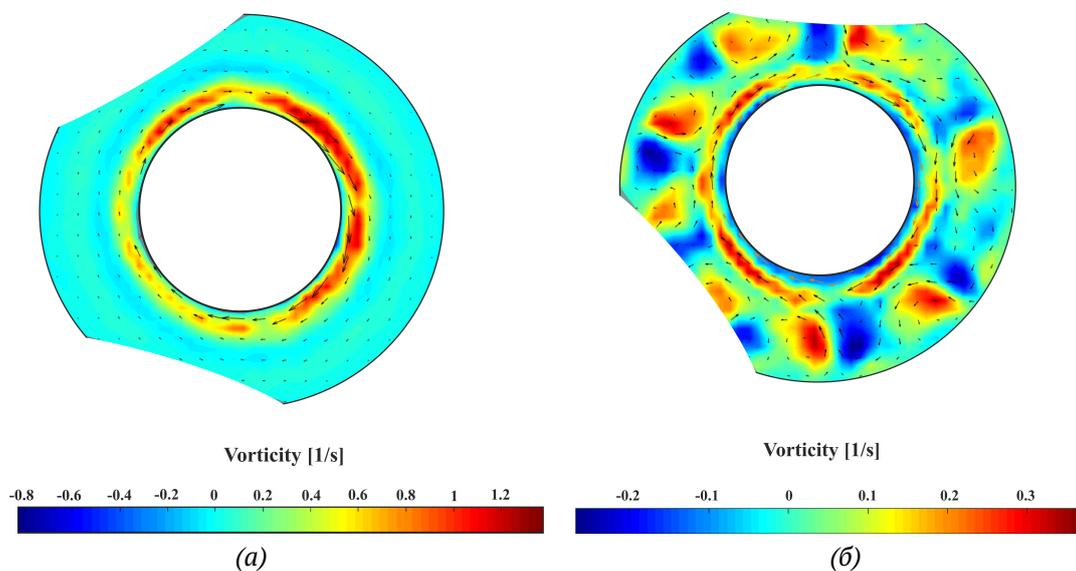


Рис. 1. Характерный вид полей скорости за пределами столбика Тейлора–Праудмена позади всплывающего тела в поперечном сечении вращающегося цилиндра на расстоянии 4.9 см от дна полости: а) при скорости вращения полости  $f_{rot} = 9$  об/с, б) при  $f_{rot} = 15$  об/с. Вязкость жидкости  $\nu = 1.66$  сСт, положение тела относительно дна полости  $l_z = 15.8$  см

частотах структуры столбиков Тейлора–Праудмена устойчивы, и дифференциальное движение жидкость совершает только в их пределах, за пределами столбиков жидкость вращается практически твердотельно с полостью.

Однако в области высоких безразмерных частот обнаружено пороговое возбуждение неустойчивости осесимметричного столбика Тейлора–Праудмена, проявляющейся в развитии регулярной системы двумерных вихревых структур на его границе.

Целью настоящей работы является экспериментальное исследование этой не изученной проблемы — устойчивости столбиков Тейлора–Праудмена, создаваемых движущимся во вращающейся жидкости телом.

### Экспериментальная установка и методика

Установка состоит из прозрачной цилиндрической кюветы внутренним диаметром 5.3 см и длиной 22.5 см, в которой находится легкое сферическое тело диаметром 2.40 см и плотностью  $\rho = 0.90$  г/см<sup>3</sup>. Кювета приводится во вращение шаговым двигателем, скорость вращения варьируется в диапазоне 9–17 об/с.

В экспериментах используются водный раствор глицерина, вязкость которого составляет  $\nu = 1.66$  сСт. Изучение полей скорости в полости выполняется методом PIV (Particle Image

Velocimetry) в различных по высоте поперечных сечениях, а также в вертикальном осевом сечении.

### Результаты эксперимента

Эксперименты показывают, что неустойчивость развивается позади движущегося тела по достижении некоторого порогового значения частоты вращения полости. В допороговой области за пределами столбика Тейлора–Праудмена жидкость совершает сравнительно слабое осесимметричное вращение, в то время как жидкость, находящаяся внутри столбика Тейлора–Праудмена, совершает интенсивное осесимметричное дифференциальное опережающее вращение. Обнаружено, что при вращении полости со скоростью выше некоторого порогового значения столбик теряет устойчивость, и за его пределами развиваются вытянутые вдоль оси вращения двумерные вихревые структуры, интенсивность которых возрастает по мере увеличения скорости вращения полости (Рис. 1).

Если рассматривать движение жидкости внутри столбика и за его пределами в надкритической области скоростей вращения полости, то можно заметить, что интенсивность (скорость) движения жидкости внутри столбика Тейлора–Праудмена на несколько порядков выше интенсивности движения жидкости за пределами столбика (Рис. 2).

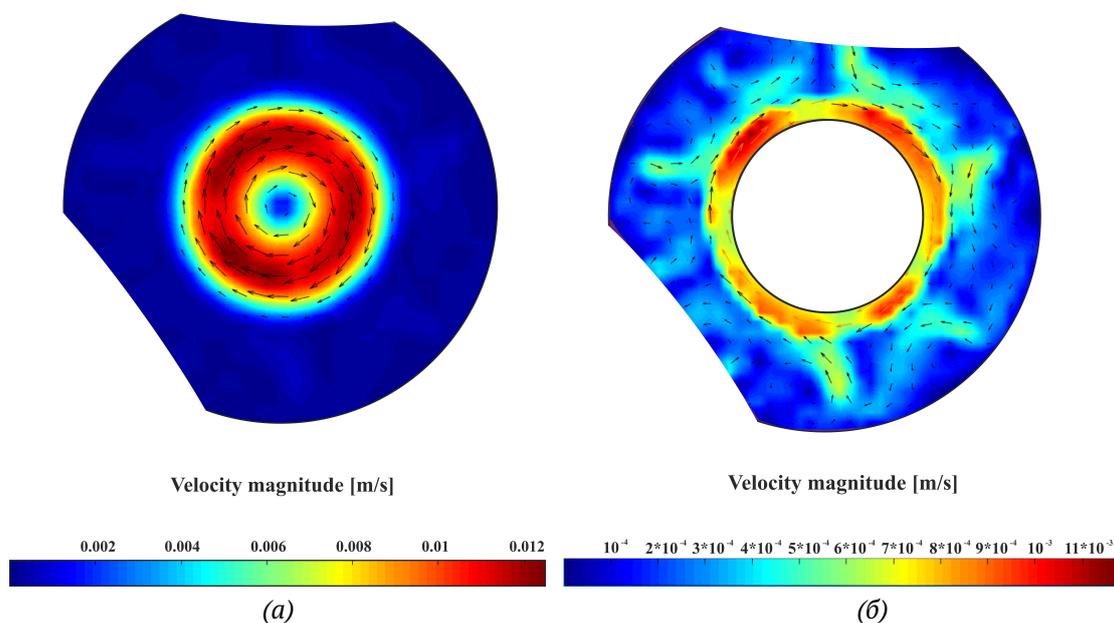


Рис. 2. Сравнение скорости движения жидкости: а) в столбике Тейлора–Праудмена, б) за пределами столбика. Частота вращения полости  $f_{rot} = 15$  об/с. Вязкость жидкости  $\nu = 1.66$  сСт, тело находится на расстоянии  $l_z = 15.84$  см от дна полости

## Заключение

Экспериментально изучена структура течений жидкости во вращающемся вертикальном цилиндре при движении сферического тела вдоль его оси. Показано, что тело возбуждает движение в виде столбика Тейлора–Праудмена, в котором жидкость совершает интенсивное дифференциальное вращение. При умеренных скоростях вращения полости жидкость совершает осесимметричное движение в столбике и за его пределами. Обнаружено, что при повышении безразмерной скорости вращения осесимметричное движение пороговым образом теряет устойчивость, вблизи столбика Тейлора – Праудмена образуются двумерные вытянутые вдоль оси вращения вихревые структуры. Неустой-

чивость развивается в столбике, расположенном позади движущегося тела и совершающем опережающее дифференциальное вращение.

## Список литературы

- [1] Taylor G. I. Motion of Solids in Fluids when the Flow is not Irrotational // Proceedings of the Royal Society. 1916. A92. 408–424.
- [2] Moore D.W., Saffman P.G. The rise of a body through a rotating fluid in a container of finite length // J. Fluid Mech. 1968. 31. 635–642.
- [3] Maxworthy T. The observed motion of a sphere through a short, rotating cylinder of fluid // J. Fluid Mech. 1968. 31. 643–655.
- [4] Kozlov V., Zvyagintseva E., Kudymova E., Romanetz V. Motion of a light free sphere and liquid in a rotating vertical cylinder of finite length // Fluids 2023. 8. 49.