



Электрогидродинамическая неустойчивость границы расплавленного металла в условиях сильного электрического поля¹

Баренгольц С.А., Зубарев Н.М., Кочурин Е.А.

ФГБУН Институт электрофизики Уральского отделения РАН, Екатеринбург

Физические процессы, приводящие к вакуумному пробою, уже длительное время являются предметом активного исследования. Причина интереса к этому явлению состоит в широком использовании вакуумной изоляции в различных приборах и устройствах. Эти исследования получили новый импульс в связи с разработкой ускорительной техники тераваттного уровня мощности [1]. Именно вакуумный пробой ускорительных структур при воздействии на них электромагнитными импульсами наносекундной длительности является основной проблемой на пути достижения высоких ускорительных градиентов [2]. В качестве основного механизма вакуумного пробы в наносекундном диапазоне рассматривается образование проводящей среды (плазмы) на катоде из-за разогрева естественных микровыступов с высокими коэффициентами усиления поля (β) автоэмиссионными токами [3]. Напряженности поля, при которых реализу-

ется такой механизм в ускорительных структурах, имеют порядок 10^8 В/см [4]. Появление на катоде расплавленного металла создает условия для развития электрогидродинамической (ЭГД) неустойчивости [5]. Она приводит к заострению границы — формированию конусов Тейлора [6, 7]. В результате, после плавления микровыступов будет меняться их геометрия (расти β) и, как следствие, ускоряться предпробойные процессы.

В настоящей работе мы рассмотрим, в чем специфика развития ЭГД неустойчивости в полях напряженностью (E) около 10^8 В/см, что на три порядка превышает ее порог $E_c = (4\epsilon_0^{-2}\rho g\alpha)^{1/4}$ [5] (для жидкой меди это $8.5 \cdot 10^4$ В/см), где ϵ_0 — электрическая постоянная, ρ — плотность, g — ускорение свободного падения, α — коэффициент поверхностного натяжения. Характерный масштаб конических образований убывает с ростом приложенного поля как $\lambda \propto E^{-2}$ [7]. Понятно, что уменьшение l на 6 порядков при изменении E на 3 порядка приведет к тому, что приближение идеальной жидкости перестанет работать, и необходимо будет учитывать вязкость расплава.

Будем считать границу жидкости в невозмущенном состоянии плоской. Пусть функция η задает ее возмущение. При анализе неустойчивостей

¹Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 20-19-00323.

границы η ищется в виде $\eta \propto \exp(ikx - i\omega t)$, где x — координата, t — время, k — волновое число, ω — частота. Линейная динамика границы описывается законом дисперсии, который можно получить (с учетом вязкости), взяв известную формулу для гравитационных волн [8] и сделав в ней замену $\rho g k \rightarrow -\varepsilon_0 E^2 k^2 + \alpha k^3$, соответствующую тому, что вместо силы тяжести мы будем рассматривать капиллярные и электростатические силы. Получим

$$\rho(2\nu k^2 - i\omega)^2 - \varepsilon_0 E^2 k^2 + \alpha k^3 = 4\rho\nu^{3/2} k^3 \sqrt{\nu k^2 - i\omega} \quad (1)$$

где ν — кинематическая вязкость (см. также [9]). Из этого соотношения следует, что можно ввести характерное значение напряженности поля $E_\nu = \alpha\nu^{-1}\varepsilon_0^{-1/2}\rho^{-1/2}$, такое, что при $E \ll E_\nu$ вязкими эффектами можно пренебречь, а при $E \geq E_\nu$ именно они будут определять динамику неустойчивости. Для жидкой меди при температуре плавления имеем $E_\nu \approx 9.8 \cdot 10^7$ В/см, что попадает в интересующий нас диапазон полей.

Рассмотрим, как развивается ЭГД неустойчивость при полях порядка E_ν . Будем интересоваться описывающими развитие аperiodической неустойчивости решениями (1). Это соответствует тому, что $\omega = i\gamma$, где $\gamma > 0$ — инкремент. Характерный пространственный и временной масштабы при $E = E_\nu$ составляют $\lambda \approx 23$ нм и $\tau \approx 27$ пс. Применительно к расплаву, образующемуся на вершине катодного выступа, можно отождествить радиус вершины острия R с четвертью длины волны, что дает 5–6 нм. Этот размер коррелирует данными [10], где методом молекулярной динамики моделировалась деформация вершины катодного острия с $R = 1$ –10 нм. При $R > 3$ нм пороговое значение поля, при котором начиналось вытягивание медного нановыступа, составляло $\approx 11 \cdot 10^7$ В/см, т.е. близко к E_ν . Согласно [10] вытягивание происходило за времена в десятки–сотни пс при температурах, значительно превышающих температуру плавления. Рассмотренный нами ЭГД механизм заострения вершины выступа не требует достижения высоких температур, причем может реализовываться при меньших полях.

При разработке нелинейной модели развития неустойчивости важно, чтобы связь γ от k описывалась максимально простым выражением. Так, в длинноволновом пределе имеем линейную зависимость $\gamma \propto k$, что позволило в [11] построить модель, описывающую нелинейную эволюцию границы вплоть до формирования на ней особенностей — точек с бесконечной кривизной. Для вязкой жидкости мы сталкиваемся с той трудностью, что дисперсионное соотношение является весьма громоздким. Однако, как оказывается, описываемая

(1) связь γ и k в частном случае $E = E_\nu/2$ хорошо (с погрешностью менее 10%) аппроксимируется параболической зависимостью $\gamma = \alpha(2\rho\nu)^{-1}k - 2\nu k^2$. Такое выражение, несмотря на свою простоту, отражает все основные особенности точного закона дисперсии в области неустойчивых k .

Мы предлагаем при $E = E_\nu/2 \approx 4.9 \cdot 10^7$ В/см для описания развития ЭГД неустойчивости использовать следующую нелинейную модель:

$$\eta_t = -\alpha(2\rho\nu)^{-1}\hat{H}\eta_x + 2\nu\eta_{xx} + \alpha(4\rho\nu)^{-1}((\hat{H}\eta_x)^2 - (\eta_x)^2), \quad (2)$$

где \hat{H} — оператор Гильберта. Линейная часть (2) соответствуют приближенному параболическому закону дисперсии и позволяет адекватно учесть влияние и электростатических, и капиллярных, и вязких сил. Нелинейная часть (2) соответствует модели из [11], в которой учитывались только электростатические силы.

Рассмотрим в рамках (2) динамику формирования особенности на границе жидкости. Считаем, что жидкость занимает ограниченную область $L/2 \leq x \leq L/2$. Исходную форму границы зададим как $\eta = A \cos(2\pi x/L)$ с $L = 360$ нм (применительно к расплаву на вершине острия это соответствует радиусу в ≈ 100 нм) и амплитудой $A = 10^{-2}L$. Уравнение (2) решалось численно на основе спектральных методов с числом гармоник $N = 8096$. Граничные условия по пространству брались периодическими. Интегрирование по времени проводилось явным методом Рунге–Кутты четвертого порядка точности с шагом $dt = 2.2 \cdot 10^{-15}$ с. Эволюция возмущения границы показана на Рис. 1. Видно, что происходит неограниченное заострение поверхности к моменту $t_c \approx 0.73$ нс. Масштаб формирующегося острия можно оценить как ширину области, в которой угол наклона превышает 45° ; она составляет ≈ 30 нм, что ожидаемо близко к половине длины доминантной (соответствующей максимуму инкремента γ) моды в ≈ 40 нм.

На Рис. 1 штриховой линией показано решение линеаризованного уравнения (2) в момент t_c . Из сравнения линейного и нелинейного решений ясно, что нелинейные слагаемые радикально ускоряют развитие неустойчивости; именно они обуславливают формирование особенности. Таким образом, модель (2), несмотря на ее простоту, демонстрирует тенденцию к заострению границы и, как следствие, росту коэффициента усиления поля β . В связи с тем, что этот рост происходит при полях на вершине микровыступа субмикронного размера меньше пробивных, можно сделать вывод о том, что плавление вершины неизбежно приведет к ускорению вакуумного пробоя.

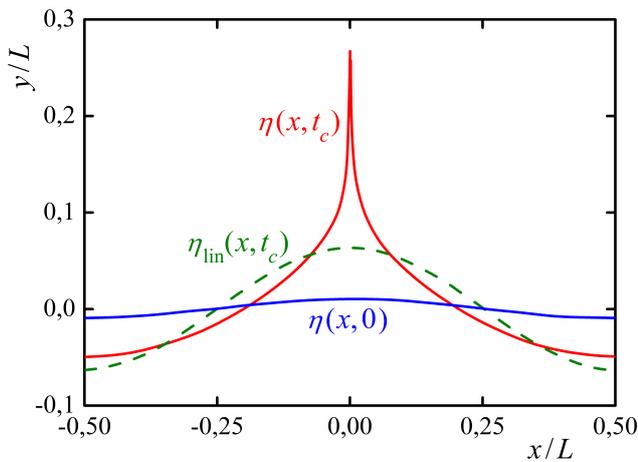


Рис. 1. Эволюция поверхности расплавленного металла в рамках нелинейной модели (2). Синяя сплошная линия соответствует начальному моменту времени, красная — моменту формирования особенности, зеленая штриховая — этому же моменту для линейного приближения

Список литературы

- [1] *Aichele M. et al. (Eds).* CLIC Conceptual Design Report CERN 2012-007. Geneva, CERN, 2012.
- [2] *Wuensch W.* CERN-OPEN-2014-028, CLIC-Note-1025. Geneva, CERN, 2013.
- [3] *Mesyats G.A., Proskurovsky D.I.* Pulsed Electrical Discharge in Vacuum. Berlin, Springer, 1989.
- [4] *Баренгольц С.А., Месяц Г.А.* Взрывоэмиссионные процессы в термоядерных установках с магнитным удержанием плазмы и линейных электрон-позитронных коллайдерах // УФН. 2023. Т. 193(7). С. 751–769.
- [5] *Френкель Я.И.* К теории Тонкса о разрыве поверхности жидкости постоянным электрическим полем в вакууме // ЖЭТФ. 1936. Т. 6(4). С. 348–350.
- [6] *Taylor G.I.* Disintegration of water drops in an electric field // Proc. Roy. Soc. A. 1964. V. 280. p. 383–397.
- [7] *Suvorov V.G., Zubarev N.M.* Formation of the Taylor cone on the surface of liquid metal in the presence of an electric field // J. Phys. D: Appl. Phys. 2004. V. 37. p. 289–297.
- [8] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, ГРФМЛ. 1988. С. 736.
- [9] *Очиров А.А., Чашечкин Ю.Д.* Волновое движение в вязкой однородной жидкости с поверхностным электрическим зарядом // ПММ. 2023, Т. 87(3). С. 379–391.
- [10] *Gao X. et al.* Molecular dynamics simulations of thermal evaporation and critical electric field of copper nanotips // J. Phys. D: Appl. Phys. 2020. V. 53. p. 365202.
- [11] *Зубарев Н.М.* Формирование особенностей на поверхности жидкого металла в сильном электрическом поле // ЖЭТФ. 1998. Т. 114(6). С. 2043–2054.