



ISSN: 2658–5782

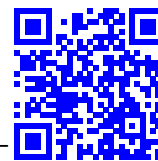
Номер 1

2023

МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

mfs.uimech.org





Динамика давления жидкости в трещине гидроразрыва пласта при изменяющемся режиме работы скважины¹

Шагапов В.Ш.^{*}, Башмаков Р.А.^{**}, Фокеева Н.О.^{***}, Шамматова А.А.^{****}

^{*}Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

^{**}Уфимский университет науки и технологий, Уфа

^{***}ООО РН-БашНИПНефть, Уфа

^{****}Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа

Гидроразрыв пласта является одним из наиболее эффективных методов интенсификации добычи углеводородов, способствующим повышению продуктивности скважин за счет формирования трещин высокой проводимости. В настоящей статье устанавливается связь между изменяющимся расходом жидкости скважины и давлением в трещине и пласте при переменном режиме ее работы. С этой целью решается интегро-дифференциальное уравнение, описывающее динамику давления в трещине гидроразрыва пласта при известном изменении давления в скважине или по заданному дебиту. По данным изменения давления на забое при непродолжительном включении насосов, поддерживающих постоянный дебит, и последующего их выключения (П-образное изменение дебита) удобно определять характеристики трещины гидроразрыва пласта по формулам, предлагаемым в данной работе. Результаты могут быть использованы при интерпретации гидродинамических исследований скважин. В работе показано применение полученных уравнений для определения забойного давления при решении практической задачи с реальными промысловыми данными, а также представлена формула, позволяющая без учета проницаемости и ширины трещины ГРП вычислить ее проводимость.

Ключевые слова: гидроразрыв пласта, нефтяная скважина, динамика давления в трещине ГРП, переменные режимы работы скважины

1. Введение

Настоящая статья посвящается памяти выдающегося ученого, доктора физико-математических наук, профессора, член-корреспондента Академии наук РБ и нашего научного руководителя Владислава Шайхулагзамовича Шагапова. Здесь приведены результаты одной из последних совместных работ.

¹Исследование выполнено за счет средств гранта РНФ № 21-11-00207 (<https://rscf.ru/project/21-11-00207/>)

В 2023 году планируется тестирование первого отечественного флота гидравлического разрыва пласта (ГРП) на месторождении в ХМАО [1]. Опытный образец состоит из 12 агрегатов и разрабатывался при участии госкорпорации «Роскосмос», что подтверждает востребованность технологии ГРП. Возникшие или расширившиеся существующие трещины при закачке расклинивающей жидкости соединяясь между собой становятся проводниками флюидов. Трещины связывают скважину с удаленными зонами пласта, расширяя достигаемую территорию и облегчая транспортировку нефти к скважине при извлечении жидкости или увеличивая отток флюида от скважины при нагнетании. Созданные трещины закрепляются пропантом с целью предотвращения их смыкания. Моделиро-

вание процесса гидроразрыва и фильтрации жидкости в окрестности скважины с ГРП достаточно сложный процесс. Развитие вычислительной техники позволяет совершенствовать модели, однако современный уровень пока не позволяет отказаться от приближенного описания процессов.

Множество исследований посвящено трещинам в нефтяных пластах. В работе [2] Gringarten A.C., Ramey H.J. Jr., а также в статье Heber Cinco L., F. Samaniego V., N. Dominguez A. [3] выделяются различные периоды фильтрации по характеру изменения забойного давления, предлагается система дифференциальных уравнений, описывающая фильтрацию флюида в трещине ГРП и пласте вокруг трещины. В статьях [3–7] показана работа скважины с вертикальной трещиной ГРП в режимах постоянного расхода или постоянного давления на скважине.

В настоящей работе изучается распределение давления в вертикальной трещине ГРП при различных режимах работы скважины: при изменяющемся давлении на скважине и при изменяющемся дебите скважины; установлена связь между динамикой расхода жидкости на скважине и давлением. Найдены точное аналитическое и приближенное аналитическое решения системы уравнений, описывающих фильтрацию флюида в трещине ГРП. Результаты работы сопоставлены с практически данными, полученными на реальных скважинах. По данным изменения давления на забое при непродолжительном включении насосов, поддерживающих постоянный дебит, и последующего выключения насосов (П-образное изменение дебита) удобно определять характеристики трещины ГРП по формулам, предлагаемым в работе.

2. Основные уравнения

В работах [3–7] приведена математическая модель, описывающая фильтрацию флюида из скважины в трещину ГРП и далее в пласт или из него в трещину, а затем в скважину.

Постановка задачи следующая. Рассматривается скважина с вертикальной трещиной ГРП. Считается, что трещина симметрична, закреплена пропантом, препятствующим смыканию. Проницаемость ее существенно выше проницаемости пласта.

В силу симметричности данной задачи достаточно рассматривать одно крыло трещины. Направим ось Ox вдоль направления трещины, ось Oy определим перпендикулярно плоскости трещины (рис. 1). Отсчет ведется от стенки трещины.

Пласт однородный, высота трещины h_f существенно больше ее ширины d_f , давление в

трещине слабо изменяется с глубиной. Такая упрощенная модель позволяет отказаться от введения третьей пространственной координаты — глубины. Нижние индексы f , p при переменных означают, что рассматриваются значения, относящиеся к трещине и пласту соответственно, а индекс «0» используется для начального «невозмущенного» значения.

Пусть начальное давление в пласте и трещине равно P_0 , давление в трещине P_f , в пласте — P_p :

$$\Delta P_i = P_i - P_0 \quad (i = f, p).$$

Заметим, что P_p есть функция координат x, y и времени t , P_f — функция от x и t .

Система уравнений описывает распределения давления в пласте и трещине (см. [4–7]):

$$\frac{\partial \Delta P_f}{\partial t} = \alpha_f \frac{\partial^2 \Delta P_f}{\partial x^2} + 2 \frac{m_p \alpha_p}{m_f d_f} \left(\frac{\partial \Delta P_p}{\partial y} \right) \Big|_{y=0}, \quad (1)$$

$$(0 < x < l_f).$$

$$\frac{\partial \Delta P_p}{\partial t} = \alpha_p \frac{\partial^2 \Delta P_p}{\partial y^2}, \quad (2)$$

$$(0 < x < l_f, 0 < y < \infty)$$

где $\alpha_i = \frac{k_i \rho_0 C^2}{m_i \mu}$ — коэффициент пьезопроводности; k_i — коэффициент проницаемости; ρ_0 — плотность жидкости; C — скорость звука для флюида; m_i — пористость ($i = p, f$); μ — вязкость флюида; l_f — длина; d_f — ширина трещины.

Уравнение (1), описывающее фильтрацию флюида в трещине, отличается от классического уравнения пьезопроводности последним слагаемым, отвечающим за переток жидкости между пластом и трещиной ГРП.

Запишем краевые условия:

$$\Delta P_p \Big|_{y=0} = \Delta P_f, \quad \Delta P_p \Big|_{y \rightarrow \infty} = \Delta P_f \Big|_{y \rightarrow \infty} = 0.$$

Система (1)–(2) в работе [5] сводится к одному

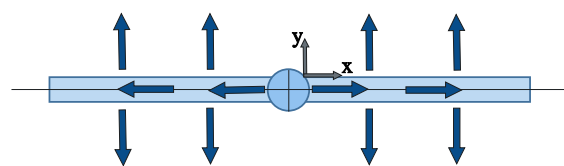


Рис. 1. Билинейная схема течения жидкости

интегро-дифференциальному уравнению:

$$\frac{\partial \Delta P_f}{\partial t} = \alpha_f \frac{\partial^2 \Delta P_f}{\partial x^2} - \frac{2m_p \alpha_p}{m_f d_f} \int_{-\infty}^t \frac{\partial \Delta P_f(\tau, x)}{\partial \tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\pi \alpha_p (t - \tau)}}. \quad (3)$$

Здесь считаем, что при $t \rightarrow -\infty$ система находится в покое, то есть

$$\Delta P_f \Big|_{t=-\infty} = \Delta P_p \Big|_{t=-\infty} = 0.$$

Левая часть уравнения (3), отвечающая за упругость флюида в трещине, несущественна (см. [6]). Поэтому вместо (3) будем использовать упрощенное уравнение

$$\frac{\partial^2 \Delta P_f}{\partial x^2} = \chi \int_{-\infty}^t \frac{\partial \Delta P_f(\tau, x)}{\partial \tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\pi (t - \tau)}}, \quad (4)$$

где $\chi = \frac{2}{d_f} \frac{m_p}{m_f} \frac{\sqrt{\alpha_p}}{\alpha_f}$.

3. Точные аналитические решения для трещины бесконечной длины

В работе [6] приведено решение уравнения (4) для случая резкого изменения давления на фиксированную величину $\Delta P_{(w)} = \text{const}$ в некоторый момент времени τ .

Пусть до момента времени τ нефть в трещине и пласте находилась в покое:

$$\Delta P_f = 0 \quad (t < \tau, x > 0),$$

$$\Delta P_f = \Delta P_{(w)} \quad (t \geq \tau, x = 0).$$

Рассмотрим решение (4) в предположении, что длина трещины бесконечна ($l_f = \infty$) и скважина нагнетательная $\Delta P_{(w)} > 0$.

Решение уравнения (4), описывающего распределение давления в трещине ГРП при приведенных условиях и удовлетворяющего условию $\Delta P_f \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \infty$, можно представить, согласно результатам работы [8], в следующем виде:

$$\Delta P_f = \Delta P_{f(w)} \text{Gil} \left(\sqrt{\chi/2} \cdot x(t - \tau)^{-1/4} \right),$$

где

$$\text{Gil}(z) = 1 - \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin(z\eta^{1/4})}{\eta} e^{-\eta - z\eta^{1/4}} d\eta.$$

Отсюда определим формулу для объемного расхода флюида в одном крыле трещины на единицу высоты трещины:

$$q = -\frac{3.6}{\pi} \sqrt{\frac{\chi}{2}} \frac{d_f k_f}{\mu} \frac{P_{f(w)}}{(t - \tau)^{1/4}}, \quad t > \tau.$$

Рассмотрим случай, когда давление на забое изменяется в моменты времени $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$. Считаем, что до момента времени τ_1 скорости течения жидкости и перепады давления в трещине и пласте равны нулю $v_f \Big|_{t < \tau_1} = 0, v_p \Big|_{t < \tau_1} = 0, \Delta P_f \Big|_{t < \tau_1} = \Delta P_{(w)0} = 0, P_p \Big|_{t < \tau_1} = 0$. В момент времени τ_1 начинается работа скважины и давление $\Delta P_{(w)1}$ поддерживается постоянным до момента времени τ_2 . С момента времени τ_2 до τ_3 давление скважины $\Delta P_{(w)2}$ и т.д.

Тогда решение, описывающее изменение давления в трещине, может быть записано в виде:

$$\Delta P_f(t, x) = \sum_{i=1}^n H(t - \tau_i) (\Delta P_{(w)i} - \Delta P_{(w)i-1}) \times \text{Gil} \left(\sqrt{\chi/2} x (t - \tau_i)^{-1/4} \right). \quad (5)$$

Здесь функция Хевисайда

$$H(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases}$$

Учитывая закон Дарси, получим

$$q = -\frac{3.6}{\pi} \frac{d_f}{k_f} \mu \sqrt{\chi/2} \sum_{i=1}^n H(t - \tau_i) \times (\Delta P_{(w)i} - \Delta P_{(w)i-1}) (t - \tau_i)^{-1/4}. \quad (6)$$

Таким образом, динамику давления в трещине ГРП и расход жидкости на скважине можно описать через (5)–(6).

Пусть теперь до момента времени τ скважина и пласт находились в состоянии покоя. В момент времени τ начинается работа скважины в режиме поддержания постоянного расхода жидкости ($q = \text{const}$). В работе [6] приведено аналитическое решение уравнения (4) для данного случая:

$$\Delta P_f = -\frac{qu(t - \tau)^{1/4}}{d_f k_f \sqrt{\chi/2}} \cdot \text{Zil}(z), \quad (7)$$

$$z = \sqrt{\chi/2} \cdot x(t - \tau)^{-1/4} \quad (t \geq \tau),$$

где специальная функция $\text{Zil}(z)$ определяется как

$$\text{Zil}(z) = \int_z^{+\infty} \text{Gil}(\xi) d\xi.$$

Подставляя в выражение (7) $x = 0$, получим закон изменения перепада давления на скважине:

$$\Delta P_{(w)} = \frac{Zil(0)q\mu}{d_f k_f \sqrt{\chi/2}} (t - \tau)^{1/4}.$$

Используя линейность уравнения (4), обобщим полученные выражения для ΔP_f и $\Delta P_{f(w)}$ на случай, когда дебит принимает постоянные значения q_1, q_2, \dots, q_n в промежутках времени $[\tau_1, \tau_2), [\tau_2, \tau_3), \dots, [\tau_n, \infty)$:

$$\begin{aligned} \Delta P_f(t, x) = & -\frac{\mu}{d_f k_f \sqrt{\chi/2}} \times \\ & \times \left(\sum_{i=1}^n H(t - \tau_i) (q_i - q_{i-1}) (t - \tau_i)^{1/4} \times \right. \\ & \left. \times Zil\left(\sqrt{\frac{\chi}{2}} x (t - \tau_i)^{-1/4}\right) \right), \end{aligned}$$

где $\Delta P_f(t, x)$ — давление в трещине ГРП; $q_0 = 0$. Для практических целей можно брать значение $Zil(0) = 0.78$ (см. [5, 6]).

Для перепада давления между значениями забоя скважины и пластом ($\Delta P_{f(w)} = \Delta P_f(t, 0)$) получим

$$\begin{aligned} \Delta P_{f(w)} = & \frac{-\mu Zil(0)}{d_f k_f \sqrt{\chi/2}} \times \\ & \times \left(\sum_{i=1}^n (t - \tau_i)^{1/4} H(t - \tau_i) (q_i - q_{i-1}) \right). \end{aligned} \quad (8)$$

4. Приближенные аналитические решения, полученные с помощью метода ПССС для трещины бесконечной длины

Согласно методу последовательной смены стационарных состояний (ПССС) [9] уравнение (2) решается приближенно в предположении, что пласт в каждый момент времени условно разделен на «возмущенную» и «невозмущенную» зоны. В невозмущенной зоне давление считается равным первоначальному. Расстояние l от трещины до границы невозмущенной зоны определяется количеством жидкости, перетекшей из трещины в пласт, $t > \tau$, где τ — время начала работы скважины.

$$l_p = \sqrt{2\alpha_p(t - \tau)}.$$

При этом в невозмущенной зоне решается уравнение установившейся фильтрации, т.е. считаем что давление в пласте определяется линейной функцией по координате y :

$$\Delta P_p = -\Delta P_f \frac{y}{l_p}, \quad t \geq \tau. \quad (9)$$

Здесь время t входит как параметр.

В уравнении (1) для задач, имеющих наибольший практический интерес, можно пренебречь слагаемым в левой части, отвечающим за упругоёмкость жидкости в трещине, также, как сделано в разделе 2. То есть вместо (1) будем рассматривать уравнение

$$\frac{\partial^2 \Delta P_f}{\partial x^2} = -\frac{2}{d_f} \frac{m_p \alpha_p}{m_f \alpha_f} \left(\frac{\partial \Delta P_p}{\partial y} \right) \Big|_{y=0}.$$

Откуда, учитывая (9), запишем уравнение

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Delta P_f}{\partial x^2} = & \frac{\chi}{\sqrt{2(t - \tau)}} \Delta P_f, \\ \chi = & \frac{2}{d_f} \frac{m_p \sqrt{\alpha_p}}{m_f \alpha_f}, \quad t \geq \tau. \end{aligned} \quad (10)$$

Решая (4), получим

$$\begin{aligned} \Delta P_f = & C_1 \exp\left(-x \sqrt{\chi / \sqrt{2(t - \tau)}}\right) + \\ & + C_2 \exp\left(x \sqrt{\chi / \sqrt{2(t - \tau)}}\right), \end{aligned} \quad (11)$$

где $t \geq \tau$, $0 < x < l_f$, l_f — длина трещины; C_1 и C_2 — произвольные константы.

Рассмотрим решение (11) в предположении, что длина трещины бесконечна ($l_f = \infty$). Сравнение полученных в работе приближенных формул с полевыми испытаниями показывает, что предположение о бесконечной длине трещины для большинства реальных ГРП вполне допустимо и дает хорошо согласующиеся с практикой результаты.

Пусть до момента времени τ нефть в трещине и пласте находилась в покое ($v_p = v_f = 0$, $P_p = 0$, $P_f = 0$). Здесь $P_{f(w)}$ — значение давления на скважине, установившееся в момент времени τ .

Рассмотрим работу нагнетательной скважины в режиме постоянного расхода. Исходное состояние пласта и трещины такое же, как и в предыдущем случае, расход жидкости при $t < \tau$ нулевой. Требуется определить эволюцию распределения давления в трещине P_f и закон изменения давления в скважине $\Delta P_{f(w)}$. Воспользуемся решением (11) для уравнения (10). Так как $\Delta P_f \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \infty$, получаем, что $C_2 = 0$, используя (9) и линейность системы уравнений (1)–(2) можем обобщить полученные выражения для P_f и $P_{f(w)}$ на случай, когда дебит принимает постоянные значения q_1, q_2, \dots, q_n в промежутках времени

$[\tau_1, \tau_2), [\tau_2, \tau_3), \dots, [\tau_n, \infty)$:

$$\Delta P_f = \frac{-\mu}{2^{1/4} d_f k_f \sqrt{\chi/2}} \times \left(\sum_{i=1}^n H(t - \tau_i) (q_i - q_{i-1}) (t - \tau_i)^{1/4} \times \exp \left(-x \sqrt{\chi} / \sqrt{2(t - \tau_i)} \right) \right). \quad (12)$$

Для перепада давления между значениями забоя скважины и пластом ($\Delta P_{f(w)} = \Delta P_f(t, 0)$) запишем

$$\Delta P_{f(w)} = \frac{-\mu}{2^{1/4} d_f k_f \sqrt{\chi/2}} \times \left(\sum_{i=1}^n (t - \tau_i)^{1/4} H(t - \tau_i) (q_i - q_{i-1}) \right). \quad (13)$$

Для проведения расчетов используются следующие значения параметров: $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$; $m_f = 0.3$; $\mu = 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$; $C = 1500 \text{ м/с}$; $k_p = 10^{-15} \text{ м}^2$; $m_p = 0.1$; $k_f = 10^{-10} \text{ м}^2$; $d_f = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

На рис. 2 показано давление скважины при П-образном изменении дебита (рис. 3) до величины $q = Q/h = 1 \text{ м}^2/\text{сут}$ в начальный момент $t = 0$ и падение до 0 через одни сутки. При П-образном изменении дебита образуется характерный зубец на кривой изменения давления. На рис. 4 показана эволюция давления в трещине ГРП при П-образном изменении дебита скважины, соответствующему рис. 3. Кривая 1 соответствует моменту времени $\tau = 1/4 \text{ сут.}$; кривая 2 – 1 сут.; кривая 3 – 1 сут. 2 часа.; кривая 4 – 2 суток.

При П-образном изменении дебита скважины исходя из формулы (12) и подставляя выражения для χ и коэффициентов пьезопроводности, можно определить проводимость трещины ГРП:

$$d_f k_f = \frac{0.6084 \cdot q^2 \sqrt{\tau} \cdot \mu^{3/2} \cdot C \sqrt{\rho}}{(\Delta P_{(w)}(\tau))^2 \cdot \sqrt{k_p} \cdot \sqrt{m_p}}. \quad (14)$$

5. Работа с промышленными данными

Рассмотрим фактические данные работы двух скважин. На рис. 5 представлена кривая изменения промышленного дебита первой скважины [8].

На рис. 6 приведено сопоставление исходного давления (красная кривая), результатов вычислений по точным аналитическим формулам (8) (зеленый пунктир) и приближенным методом ПССС (13) (синие точки) [10]. На рис. 7 и 8 аналогично показаны результаты анализа работы второй скважины.

Величины всех параметров в формулах, кроме проводимости трещины $d_f \cdot k_f$, известны. Значение

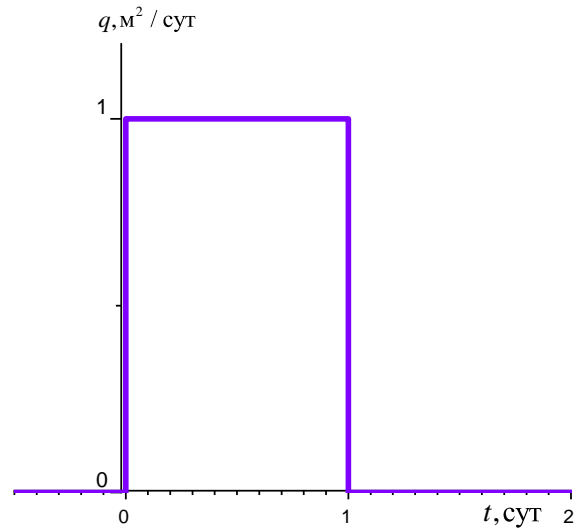


Рис. 2. Изменение давления на скважине при двухступенчатом изменении расхода жидкости

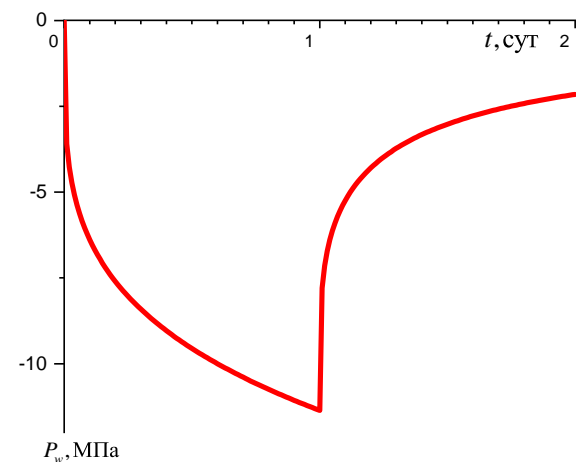


Рис. 3. Двухступенчатое изменение расхода жидкости

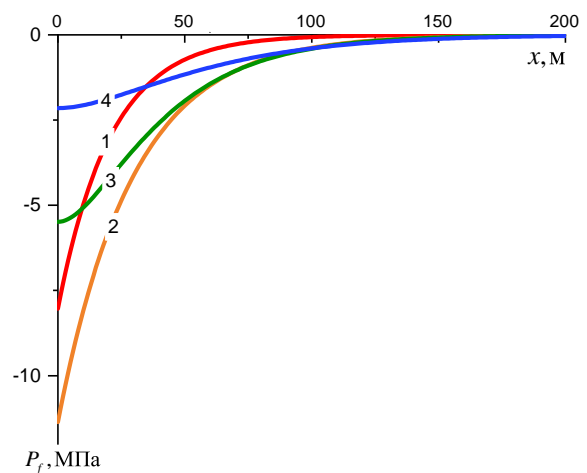


Рис. 4. Эволюция давления в трещине ГРП при двухступенчатом изменении расхода жидкости

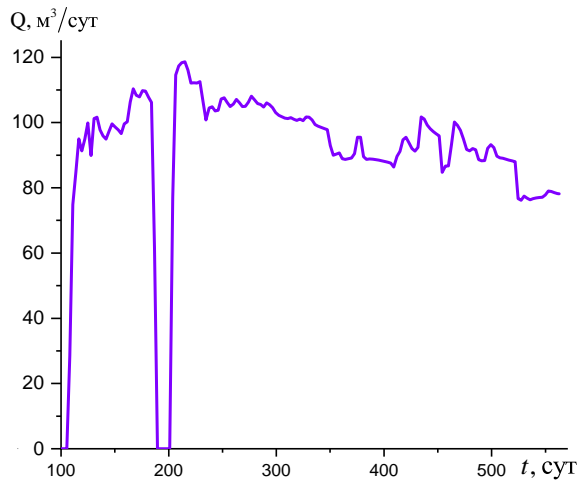


Рис. 5. Промысловый дебит первой скважины

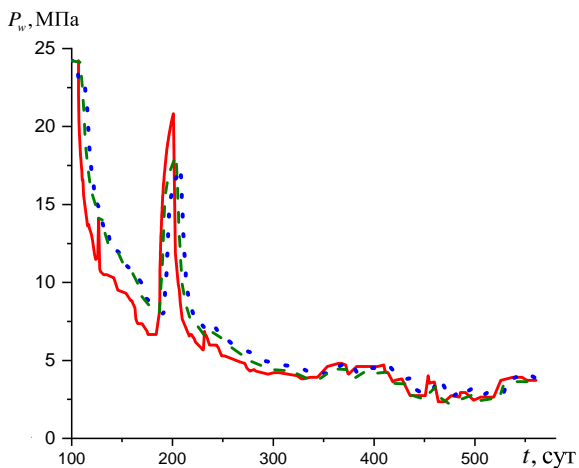


Рис. 6. Сопоставление давления первой скважины: исходных промысловых данных (красный цвет), точные аналитические решения (зеленый), приближенные решения методом ПССС (синий)

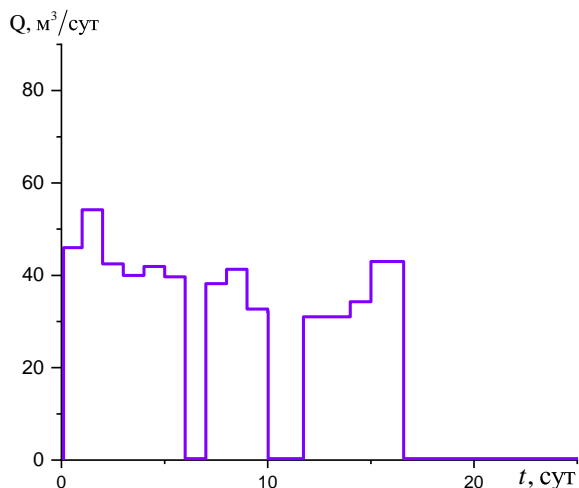


Рис. 7. Промысловый дебит второй скважины

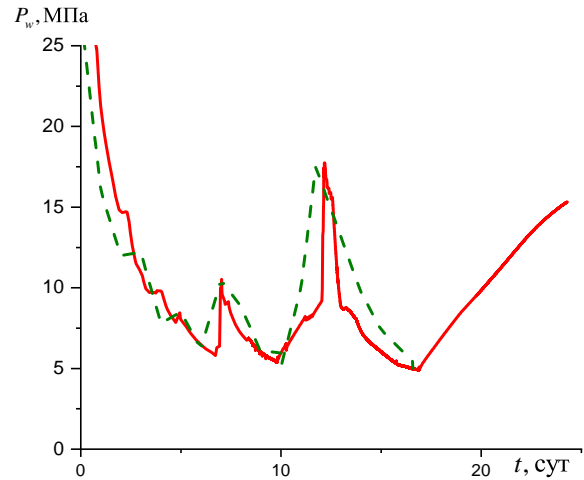


Рис. 8. Сопоставление давления второй скважины: исходных промысловых данных (красный цвет), точные аналитические решения (зеленый)

этого параметра можно определить из П-образного закона изменения дебита и соответствующего изменения давления на забое скважины. По первым значениям скачков дебита и соответствующим значениям реального давления на скважине предварительно была определена проводимость трещины по формуле (14). Проводимость для первой и второй скважины составила $d_f \cdot k_f = 1308$ и 1616 мД·м соответственно.

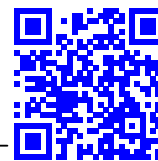
6. Заключение

В результате проведенной работы получены точные и приближенные аналитические решения системы уравнений, мало отличающиеся от точных, но более удобные для применения на практике. На основе этих выражений появляется возможность определить дебит или забойное давление при заданном законе изменения давления на забое или дебита скважины и эволюцию давления в трещине ГРП. Решения сопоставлены с промысловыми данными реальных скважин. Результаты работы могут быть применены для интерпретации гидродинамических исследований скважин и определения проводимости трещины ГРП.

Список литературы

- [1] И «нефтянка» по плечу. Диверсификация в космической отрасли // Журнал «Русский космос». 2022. № 04(38). С. 64–67. <https://www.roscosmos.ru/34908/>
- [2] Gringarten A.C., Ramey H.J. Jr. Unsteady-State Pressure Distributions Created by a Well With a Single Horizontal Fracture, Partial Penetration, or Restricted Entry // SPE J. 1974. V. 14. Pp. 413–426. DOI: 10.2118/3819-PA

- [3] Heber Cinco L., F. Samaniego V., N. Dominguez A. Transient Pressure Behavior for a Well With a Finite-Conductivity Vertical Fracture // SPE J. 1978. V. 18. Pp. 253–264.
DOI: [10.2118/6014-PA](https://doi.org/10.2118/6014-PA)
- [4] Хабибуллин И.Л., Хисамов А.А. Нестационарная фильтрация в пласте с трещиной гидроразрыва // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2019. № 5. С. 6–14.
DOI: [10.1134/S0568528119050050](https://doi.org/10.1134/S0568528119050050)
- [5] Шагапов В.Ш., Нагаева З.М. К теории фильтрационных волн давления в трещине, находящейся в пористой проницаемой среде // Прикладная механика и техническая физика. 2017. Т. 58, № 5. С. 121–130.
DOI: [10.15372/PMTF20170512](https://doi.org/10.15372/PMTF20170512)
- [6] Нагаева З.М., Шагапов В.Ш. Об упругом режиме фильтрации в трещине, расположенной в нефтяном или газовом пласте // Прикладная математика и механика. 2017. Т. 81, № 3. С. 319–329.
EDN: [29364383](https://www.edn.net/29364383)
- [7] Хабибуллин И.Л., Хисамов А.А. Моделирование неустановившейся фильтрации жидкости в пласте с трещиной гидроразрыва // Прикладная механика и техническая физика. 2022. № 4. С. 116–125.
DOI: [10.15372/PMTF20220412](https://doi.org/10.15372/PMTF20220412)
- [8] Башмаков Р.А., Фокеева Н.О., Шагапов В.Ш. Давление и дебит при переходных режимах работы скважины с вертикальной трещиной гидроразрыва // Прикладная математика и механика. 2022. Т. 86, вып. 6. С. 998–1012.
DOI: [10.31857/S0032823522060017](https://doi.org/10.31857/S0032823522060017)
- [9] Чарный И.А. Подземная гидрогазодинамика. Гостоптехиздат, Москва, 1963. 397 с.
- [10] Шагапов В.Ш., Нагаева З.М. Приближенное решение задачи об упругом режиме фильтрации в трещине, находящейся в нефтяном пласте // Инженерно-физический журнал. 2020. Т. 93, № 1. С. 206–215.
EDN: [42335233](https://www.edn.net/42335233)



Fluid pressure dynamics in a hydraulic fracture during transient-well-operation mode

Shagapov V.Sh. *, Bashmakov R.A. **, Fokeeva N.O.****, Shammatova A.A.****

*Mavlyutov Institute of Mechanics of UFRC RAS, Ufa, Russia

**Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia

***RN-BashNIPIneft, Ufa, Russia

****Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russia

Hydraulic fracturing is one of the most effective methods for intensifying hydrocarbon production. The paper describes the transient-well-operation modes of the well, establishes a connection between the changing fluid flow in the well and the pressure in the fracture and reservoir. With this purpose, a solution is found to the integro-differential equation that describes the change in pressure in the hydraulic fracture with a known change in pressure in the well or at a given flow rate. Based on the bottomhole pressure change data for a short-term pump operation that maintains a constant flow rate and subsequent pump shutdown (II-shaped flow rate change), it is convenient to determine the characteristics of a hydraulic fracture using the formulae proposed in the paper. The results of the work can be used in hydrodynamic studies of wells. The article shows the application of the obtained equations for determining bottomhole pressure when solving a practical problem with field data, and also presents a formula that allows calculating its conductivity without taking into account the permeability and width of the hydraulic fracture.

Keywords: hydraulic fracturing, oil well, hydraulic fracture pressure dynamics, transient-well-operation modes

References

- [1] [And the «oil» on the shoulder. Diversification in the space industry] *I neftejnika po plechu. Diversifikazija v kosmicheskoy otrasli*. Russian Space Magazine. 2022. No. 04(38). Pp. 64–67 (in Russian).
<https://www.roskosmos.ru/34908/>
- [2] Gringarten A.C., Ramey H.J. Jr. Unsteady-State Pressure Distributions Created by a Well With a Single Horizontal Fracture, Partial Penetration, or Restricted Entry // *SPE J.* 1974. V. 14. Pp. 413–426.
DOI: 10.2118/3819-PA
- [3] Heber Cinco L., F. Samaniego V., N. Dominguez A. Transient Pressure Behavior for a Well With a Finite-Conductivity Vertical Fracture // *SPE J.* 1978. V. 18. Pp. 253–264.
DOI: 10.2118/6014-PA
- [4] Khabibullin I.L., Khisamov A.A. Unsteady Flow through a Porous Stratum with Hydraulic Fracture // *Fluid Dynamics*. 2019. V. 54. Pp. 594–602.
DOI: 10.1134/S0015462819050057
- [5] Shagapov V.S., Nagaeva Z.M. On the theory of seepage waves of pressure in a fracture in a porous permeable medium // *J. Appl. Mech. Tech. Phy.* 2017. V. 58. Pp. 862–870.
DOI: 10.1134/S0021894417050121
- [6] Nagaeva Z.M., Shagapov V.Sh. Elastic seepage in a fracture located in an oil or gas reservoir // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2017. V. 81, issue 3. Pp. 214–222.
DOI: 10.1016/j.jappmathmech.2017.08.013
- [7] Khabibullin I.L., Khisamov A.A. Modeling of unsteady fluid filtration in a reservoir with a hydraulic fracture // *J. Appl. Mech. Tech. Phy.* 2022. V. 63. Pp. 652–660.
DOI: <https://doi.org/10.1134/S0021894422040125>
- [8] Bashmakov R.A., Fokeeva N.O., Shagapov V.Sh. Some features of fluid filtration in a hydraulic fracture under transient well operation conditions // *Mechanics of Solids*. 2022. V. 57, No. 8. Pp. 1923–1935.
DOI: 10.3103/S0025654422080040
- [9] Charnyi I.A. [Underground Hydrogasdynamics] *Podzemnaya gidrogazodinamika*. Moscow, Gostoptekhizdat. 1963. P. 397 (in Russian).
- [10] Shagapov V.S., Nagaeva Z.M. Approximate Solution of the Problem on Elastic-Liquid Filtration in a Fracture Formed in an Oil Stratum // *J. Eng. Phys. Thermophy.* 2020. V. 93. Pp. 201–209.
DOI: 10.1007/s10891-020-02109-4



Коллапсирующие движения двухатомного газа, плотность которого зависит только от времени¹

Гумеров И.И.* , Каташова А.А.* , Юлмухаметова Ю.В.**

* Уфимский университет науки и технологий, Уфа,

** Институт механики им Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

В работе рассматривается подмодель движения газа с линейным полем скоростей. А именно, подмодель, задающая движения политропного газа с плотностью, зависящей только от времени. Политропный газ – это газ, для которого внутренняя энергия является функцией, линейной по температуре. Рассматриваемая подмодель задана системой обыкновенных дифференциальных уравнений 22-го порядка на неизвестные функции. Эти функции характеризуют движения частиц газа и определяют вид функций плотности, давления и энтропии. Точное решение разыскивается для специального случая, а именно, для диагональной матрицы линейности. Найдено два новых точных решения. Определены вид вектор–функции скорости, функции плотности и давления. По виду функции скорости записаны мировые линии движения частиц газа. В трехмерном пространстве координат x, y, z построены траектории движения частиц газа для различных начальных данных. Проведен качественный анализ движения. Построена матрица Якоби. По значению Якобиана определены моменты коллапса частиц газа. Оба решения имеют коллапс: коллапс на прямой и коллапс в точке.

Ключевые слова: политропный газ, двухатомный газ, линейное поле скоростей, неоднородная деформация, траектории движения частиц газа, мировые линии движения частиц, Якобиан, коллапс

1. Введение

Движения газа, в котором скорости частиц являются линейными функциями декартовых координат точки, изучались во различных научных работах на протяжении многих лет. История таких движений неразрывно связана с изучением динамики жидких и газовых эллипсоидов, начиная с работ Г.Л. Дирихле [1] и Б. Римана [2], датированных 1860 и 1948 годами. Это научное направление в той или иной мере изучено как с математической точки зрения, так и с физической. Но тем не менее не основательно и не окончательно. С математической точки зрения наиболее значимыми являются статьи Л.В. Овсянникова [3] и J.F. Dyson [4]. В своих работах они независимо друг от друга показали,

что система уравнений газовой динамики сводится к системе девяти обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, при этом Л.В. Овсянников раньше J.F. Dyson нашел интеграл такой системы, а именно, интеграл завихренности. Интеграл полного углового момента и полной энергии уже позднее нашел J.F. Dyson и опубликовал в своей работе [4], причем все вычисления были проделаны в лагранжевых координатах. Изучением движений такого типа занимаются и в настоящее время. Одними из последних являются работы как российских, так и зарубежных авторов [5–8].

В настоящей работе рассматривается одна из моделей движения газа с линейным полем скоростей, а именно, модель с плотностью, зависящей только от времени, полученная в работе [9]. Для нее найдены точные решения, описывающие разлет частиц одноатомного газа из точечного источника, схлопывание частиц в точку, а также коллапс на пространственной прямой, при этом функция плотности является величиной, зависящей только от времени.

¹Работа поддержана средствами государственного бюджета по госзадаанию (№ 0246-2019-0052.)

2. Постановка задачи

Для дифференциальных уравнений идеальной газовой динамики рассматривается одно из решений в виде линейного поля скоростей

$$\vec{u} = A(t)\vec{x} + \vec{u}_0(t),$$

где $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ — вектор скорости, зависящий от времени t и трех декартовых координат $\vec{x} = (x, y, z)$; $A(t)$ — матрица линейности размером 3×3 ; $\vec{u}_0(t) = (u_{01}, u_{02}, u_{03})$ — вектор неоднородности. Если $\vec{u}_0 = 0$, то поле скоростей задает движение с однородной деформацией, если $\vec{u}_0 \neq 0$ — движение с неоднородной деформацией.

Рассмотрим политропный газ, то есть уравнение состояния вида

$$p = S\rho^\gamma,$$

где S — функция энтропии; γ — показатель политропы и теоретически $\gamma > 1$ [10]. Если плотность ρ такого газа зависит только от времени по закону

$$\rho = \rho_0 \exp\left(-\int \text{tr}A dt\right),$$

где $\text{tr}A$ — след матрицы A ; ρ_0 — произвольная постоянная; давление имеет квадратичный вид

$$p = -\frac{1}{2}\rho \vec{x} \cdot S\vec{x} - \rho \vec{v} \cdot \vec{x} + p_0(t),$$

то неизвестные матрица A и вектор \vec{u}_0 удовлетворяют системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} S' + 2SA &= (1 - \gamma)S \text{tr}A, \quad A' + A^2 = S, \quad S = S^T, \\ \vec{v}' + A^T \vec{v} + S\vec{u}_0 &= (1 - \gamma)\vec{v} \text{tr}A, \quad \vec{u}_0' + A\vec{u}_0 = \vec{v}, \quad (1) \\ p_0' - \rho \vec{u}_0 \cdot \vec{v} &= -\gamma p_0 \text{tr}A, \end{aligned}$$

где A^T — транспонированная матрица, \vec{v} — функция, введенная для краткости записи дифференциальных уравнений модели.

Система (1) содержит два дифференциальных матричных уравнения, которые служат для определения элементов матриц S и A , два векторных дифференциальных уравнения — для определения векторов \vec{u}_0 и \vec{v} , последнее скалярное уравнение — для определения функции $p_0(t)$, которая входит в выражение для функции давления. Последняя система является системой 22 порядка. Требуется решить систему (1) для того, чтобы можно было определить неизвестные физические параметры, а именно, скорость, давление, плотность и энтропию.

3. Нахождение диагональных матриц линейности

Поиск решений системы (1) для общего вида матрицы A весьма затруднителен. Поэтому рассмотрим частный случай, а именно, зададим диагональную матрицу A :

$$A = \begin{pmatrix} a_1(t) & 0 & 0 \\ 0 & a_2(t) & 0 \\ 0 & 0 & a_3(t) \end{pmatrix}.$$

Тогда, согласно формуле $A' + A^2 = S$ равенство $S = S^T$ выполняется автоматически. Заметим, что случай, когда элементы матрицы одинаковые, то есть $a_1 = a_2 = a_3$, приведен в диссертации [9]. Рассмотрим случай, когда два элемента матрицы равны, а третий произволен. То есть матрица A имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a_1 \end{pmatrix},$$

где $a \neq a_1 \neq 0$. Тогда система (1) дифференциальных уравнений для элементов матрицы A примет следующий вид:

$$(a' + a^2)' + 2a(a' + a^2) = (1 - \gamma)(a' + a^2)(2a + a_1), \quad (2)$$

$$(a_1' + a_1^2)' + 2a_1(a_1' + a_1^2) = (1 - \gamma)(a_1' + a_1^2)(2a + a_1). \quad (3)$$

Решение ищем в виде

$$a = \frac{k}{t},$$

где k — постоянная, вид которой будет уточнен далее.

После подстановки такого представления решения в уравнение (2) получим соотношение

$$2k(k - 1)^2 = (1 - \gamma)k(k - 1)(2k + ta_1(t)), \quad (4)$$

из которого следует, что постоянная k может принимать следующие значения:

$$1) k = 0$$

Тогда $a(t) = 0$ и уравнение (3) для $a_1(t)$ имеет вид:

$$(a_1' + a_1^2)' + (1 + \gamma)a_1(a_1' + a_1^2) = 0.$$

При $\gamma \neq 1$ решение имеет параметрический вид:

$$a_1 = \pm \sqrt{C_1 e^{-2b} + C_2 e^{-b(1+\gamma)}}, \quad t = \int a_1^{-1} db,$$

где C_1, C_2 — постоянные интегрирования, b — параметр.

Тогда матрица линейности A такова:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pm\sqrt{C_1 e^{-2b} + C_2 e^{-b(1+\gamma)}} \end{pmatrix}.$$

При $\gamma = 1$ решение имеет вид:

$$a_1 = \pm e^{-b} \sqrt{C_1 t + C_2}.$$

Матрица линейности A такова:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pm e^{-b} \sqrt{C_1 t + C_2} \end{pmatrix}.$$

2) $k \neq 0$

В этом случае при $k = 1$ равенство (4) выполняется и $a(t) = t^{-1}$. Уравнение (3) для $a_1(t)$ таково:

$$(a_1' + a_1^2)' + (a_1' + a_1^2)(2a_1 - (1 - \gamma)(2t^{-1} + a_1)) = 0.$$

При $\gamma = 1$ оно имеет решение такого же вида, как и в п. 1, а при $\gamma \neq 1$ функция $a_1(t)$ удовлетворяет уравнению

$$a_1' + a_1^2 = |t|^{2(1-\gamma)} e^{-(1+\gamma)b}, \quad t = \int a_1^{-1} db.$$

3) $k \neq 0, k \neq 1$

Тогда $a(t) = kt^{-1}$ и из (4) определяется вид функции $a_1(t)$:

$$a_1(t) = \frac{n}{t}, \quad n = \frac{2(k\gamma - 1)}{1 - \gamma}.$$

После подстановки $a(t)$ и $a_1(t)$ в (3) получим соотношение

$$2n(n - 1)^2 = (1 - \gamma)n(n - 1)(2k + n), \quad (5)$$

из которого следует, что постоянная n может принимать следующие значения:

3.1. $n = 0$

Тогда $k = \gamma^{-1}$ и $a = (\gamma t)^{-1}, a_1(t) = 0$. В этом случае матрица линейности такова:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\gamma t} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\gamma t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

3.2. $n \neq 0$

Тогда (5) выполняется при $n = 1$ и функции $a(t)$ и $a_1(t)$ примут вид:

$$a_1 = \frac{1}{t}, \quad a = \frac{3 - \gamma}{2\gamma t}.$$

В этом случае матрица линейности имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{3 - \gamma}{2\gamma t} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 - \gamma}{2\gamma t} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{t} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

3.3. $n \neq 0, n \neq 1$

Из (5) следует, что

$$k = n = \frac{2}{3\gamma - 1},$$

а значит

$$a = a_1 = \frac{2}{(3\gamma - 1)t}.$$

В данном случае матрица линейности A имеет вид $A = aE$, где E — единичная матрица. Точное решение с такой матрицей получено в [9].

Перейдем к нахождению координат вектора неоднородности $\vec{u}_0(t)$.

4. Нахождения вектора неоднородности

Рассмотрим векторные равенства из системы (1). Каждое из равенств есть дифференциальное уравнение первого порядка. Запишем их в виде одного векторного дифференциального уравнения второго порядка:

$$\vec{u}_0'' + 2A\vec{u}_0' + 2(A' + A^2)\vec{u}_0 = (1 - \gamma)(\vec{u}_0' + A\vec{u}_0) \text{tr} A.$$

4.1. Коллапс на прямой

Дифференциальное уравнение для вектора неоднородности распишем по координатам для матрицы линейности вида (6):

$$\begin{aligned} u_{01}'' + \frac{2}{t}u_{01}' &= 0, \\ u_{02}'' + \frac{2}{t}u_{02}' &= 0, \\ u_{03}'' + \frac{2}{t}\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)u_{03}' &= 0. \end{aligned}$$

Решением системы является вектор \vec{u}_0 , который имеет вид:

$$\vec{u}_0 = \begin{pmatrix} \alpha_1 + \frac{\beta_1}{t} \\ \alpha_2 + \frac{\beta_2}{t} \\ \alpha_3 + 2\beta_3 |t|^{\frac{2-\gamma}{\gamma}} \end{pmatrix},$$

где $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ — произвольные постоянные.

Согласно представлению вектора скорости в виде линейного поля, имеем

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{x}{\gamma t} + \alpha_1 + \frac{\beta_1}{t}, \\ u_2 &= \frac{y}{\gamma t} + \alpha_2 + \frac{\beta_2}{t}, \\ u_3 &= \alpha_3 + 2\beta_3|t|^{\frac{2-\gamma}{\gamma}}. \end{aligned}$$

Применяя галилеевы переносы $\bar{x}' \rightarrow x + at$, $\bar{u}' \rightarrow u + a$, где a — постоянная, к компонентам вектора скорости, можем считать, что $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$. После этого, применяя растяжение $t' \rightarrow ct$, $x' \rightarrow cx$, где c — постоянная, можно считать, что $\beta_1 = 1$. Тогда вектор скорости имеет вид:

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} \frac{x}{\gamma t} + \frac{1}{t} \\ \frac{y}{\gamma t} + \frac{\beta_2}{t} \\ 2\beta_3|t|^{\frac{2-\gamma}{\gamma}} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Определим вид остальных гидродинамических функций, а именно, ρ , p , \mathcal{S} .

Плотность имеет вид:

$$\rho = \rho_0|t|^{-\frac{2}{\gamma}}.$$

Чтобы определить вид функции давления, необходимо решить дифференциальное уравнение для функции $p_0(t)$ из системы (1):

$$p'_0 + \frac{2p_0}{t} = \bar{\rho}_0 \left(\frac{(1-\gamma)(1+\beta_2^2)}{\gamma|t|^{\frac{3\gamma-2}{\gamma}}} + 4\beta_3^2 \frac{2-\gamma}{\gamma} |t|^{\frac{2-3\gamma}{\gamma}} \right),$$

где $\bar{\rho}_0 = \rho_0 \operatorname{sign} t$. Решение имеет вид:

$$p_0 = \frac{C p_0}{t^2} + \frac{\rho_0}{2} (\gamma-1)(1+\beta_2^2) |t|^{-\frac{2}{\gamma}-2} + 2\rho_0(2-\gamma)\beta_3^2 |t|^{\frac{2}{\gamma}-2}.$$

Функция давления имеет вид квадратичной формы:

$$p = A(x^2 + y^2) + Bx + Cy + Dz + p_0(t),$$

где

$$\begin{aligned} A &= -\frac{\rho_0}{2} \frac{1-\gamma}{\gamma^2} |t|^{\frac{-2(1+\gamma)}{\gamma}}, \quad B = -\rho_0 \frac{1-\gamma}{\gamma} |t|^{\frac{-2(1+\gamma)}{\gamma}}, \\ C &= -\rho_0 \frac{1-\gamma}{\gamma} \beta_2 |t|^{\frac{-2(1+\gamma)}{\gamma}}, \\ D &= -2\bar{\rho}_0 \beta_3 \frac{2-\gamma}{\gamma} |t|^{-2}. \end{aligned}$$

Из уравнения состояния политропного газа находим энтропию

$$\mathcal{S} = (A(x^2 + y^2) + Bx + Cy + Dz + p_0(t)) \frac{\rho_0^{-\gamma}}{t^2}.$$

Перейдем к описанию движения частиц газа. Мировые линии движения частиц газа задаются системой дифференциальных уравнений с начальными данными [10] ($t_0 \neq 0$):

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{x}{\gamma t} + \frac{1}{t}, \quad x(t_0) = x_0, \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{y}{\gamma t} + \frac{\beta_2}{t}, \quad y(t_0) = y_0, \\ \frac{dz}{dt} &= 2\beta_3|t|^{\frac{2-\gamma}{\gamma}}, \quad z(t_0) = z_0, \end{aligned}$$

решение которой имеет вид:

$$\begin{aligned} x(t) &= (x_0 + \gamma) \left| \frac{t}{t_0} \right|^{1/\gamma} - \gamma, \\ y(t) &= (y_0 + \gamma\beta_2) \left| \frac{t}{t_0} \right|^{1/\gamma} - \gamma\beta_2, \\ z &= z_0 + \beta_3\gamma|t_0|^{2/\gamma} \left(\left| \frac{t}{t_0} \right|^{2/\gamma} - 1 \right), \end{aligned} \quad (9)$$

где x_0, y_0, z_0 — лагранжевые переменные. Якобиан перехода от эйлеровых к лагранжевым переменным имеет вид:

$$J = \begin{vmatrix} \left| \frac{t}{t_0} \right|^{1/\gamma} & 0 & 0 \\ 0 & \left| \frac{t}{t_0} \right|^{1/\gamma} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \left| \frac{t}{t_0} \right|^{2/\gamma}.$$

При $t = 0$ и $\gamma > 0$ Якобиан равен нулю, при этом ранг матрицы Якоби равен 1. Это означает, что при $t \rightarrow 0$ в движении частиц наблюдается особенность, которая выражается в том, что все частицы слетаются на прямую. Рассмотрим коллапс частиц на прямой. В некоторый начальный момент времени $t = t_0 < 0$ частицы газа заполняют все пространство. С течением времени каждая из частиц движется по своей траектории со своей скоростью (8). При $t = 0$ все частицы встречаются на одной прямой $x = -\gamma, y = -\gamma\beta_2, z = z_0 - \beta_3\gamma|t_0|^{2/\gamma}$, где z_0 выступает в качестве переменной величины и отвечает за номер частицы. Приближаясь к прямой коллапса, частицы газа имеют бесконечные скорости по первой и второй координате, и конечную, стремящуюся к нулю, скорость по третьей координате. В момент коллапса плотность и давление бесконечны. Если одну из мировых линий

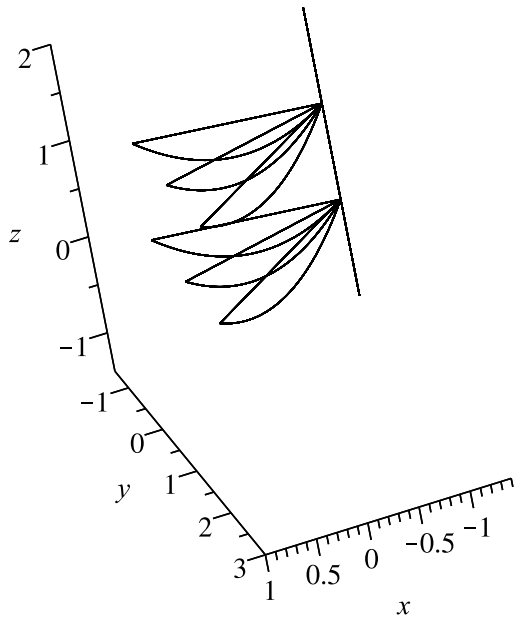


Рис. 1. Траектории движения частиц (9) двухатомного газа с $\gamma = 7/5$

принять за движение поршня, то получим прибор для фокусировки частиц газа на прямой. При $t > 0$ частицы вылетают из точек прямой с координатами $(-\gamma, -\gamma\beta_2, z_0)$ и летят по тем же траекториям, что и при $t < 0$. Получаем линейный источник.

Движение является безвихревым, так как $rot \vec{u} = 0$.

При $\gamma < 0$ Якобиан обращается в нуль при $t \rightarrow \infty$. С физической точки зрения первый случай более правдоподобен. Для определенности построим траекторию движения частиц при $\gamma = 7/5$ (рис. 1). Этот показатель адиабаты соответствует двухатомным газам и воздуху.

4.2. Точечный источник

Дифференциальное уравнение для вектора неоднородности распишем по координатам для матрицы линейности вида (7):

$$\begin{aligned} u''_{01} + \frac{2}{t}u'_{01} &= 0, \\ u''_{02} + \frac{2}{t}u'_{02} &= 0, \\ u''_{03} + \frac{5\gamma - 3}{\gamma t}u'_{03} - \frac{3 - 3\gamma}{\gamma t^2}u_3 &= 0. \end{aligned}$$

Решением системы является вектор \vec{u}_0 :

$$\vec{u}_0 = \begin{pmatrix} c_1 + \frac{c_2}{t^2} \\ c_3 + \frac{c_4}{t^2} \\ c_5|t|^\alpha \end{pmatrix},$$

где $\alpha = \frac{-5\gamma + 3 + \sqrt{13\gamma^2 - 18\gamma + 9}}{2\gamma}$, c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 — произвольные постоянные. Многочлен $13\gamma^2 - 18\gamma + 9 > 0$ при любом γ , так как он не имеет действительных корней.

Согласно представлению вектора скорости в виде линейного поля имеем:

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{3 - \gamma}{2\gamma t}x + c_1 + \frac{c_2}{t^2}, \\ u_2 &= \frac{3 - \gamma}{2\gamma t}y + c_3 + \frac{c_4}{t^2}, \\ u_3 &= \frac{z}{t} + c_5|t|^\alpha. \end{aligned}$$

После применения преобразований эквивалентности, которые допускает модель, некоторые константы уточняются. Так $c_1 = c_3 = 0, c_5 = 1$. Тогда вектор скорости имеет вид:

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} \frac{3 - \gamma}{2\gamma t}x + \frac{c_2}{t^2} \\ \frac{3 - \gamma}{2\gamma t}y + \frac{c_4}{t^2} \\ \frac{z}{t} + |t|^\alpha \end{pmatrix}. \tag{10}$$

Определим вид остальных гидродинамических функций, а именно, p, ρ, S :

$$\rho = \rho_0|t|^{-\frac{3}{\gamma}}.$$

Чтобы определить вид функции давления, необходимо решить дифференциальное уравнение для функции $p_0(t)$ из системы (1):

$$\begin{aligned} p'_0 + \frac{3p_0}{t} &= \\ &= \rho_0|t|^{-\frac{3}{\gamma}} \left(\frac{(3 - 5\gamma)(c_4^2 + c_2^2)}{2\gamma t^5} + (\alpha + 1)\text{sign } t|t|^{2\alpha - 1} \right). \end{aligned}$$

Решение имеет вид:

$$\begin{aligned} p_0 &= \frac{\bar{p}_0}{|t|^3} + \\ &+ \rho_0 \left(\frac{c_4^2 + c_2^2}{2} \frac{5\gamma - 3}{3 + \gamma} |t|^{-\frac{3+4\gamma}{\gamma}} + (\alpha + 1) \frac{\gamma|t|^{2\alpha - 3/\gamma}}{2\alpha\gamma + 3\gamma - 3} \right). \end{aligned}$$

Функция давления имеет вид квадратичной:

$$p = A_1(x^2 + y^2) + B_1x + C_1y + D_1z + p_0(t),$$

где

$$\begin{aligned} A_1 &= -\frac{3(\gamma^2 - 4\gamma + 3)}{8\gamma^2 t^2} \rho_0 |t|^{-\frac{3}{\gamma}}, \\ B_1 &= -\rho_0 |t|^{-\frac{3}{\gamma}} \frac{c_2(3 - 5\gamma)}{2\gamma t^3}, \\ C_1 &= -\rho_0 |t|^{-\frac{3}{\gamma}} \frac{c_4(3 - 5\gamma)}{2\gamma t^3}, \\ D_1 &= -\rho_0 |t|^{-\frac{3}{\gamma} + \alpha - 1} (\alpha + 1) \text{sign } t. \end{aligned}$$

Из уравнения состояния политропного газа находим энтропию:

$$S = (A_1(x^2 + y^2) + B_1 x + C_1 y + D_1 z + p_0(t)) \frac{\rho_0^{-\gamma}}{t^2}.$$

Перейдем к описанию движения частиц газа. Движение является безвихревым, так как $\text{rot } \vec{u} = 0$. Мировые линии движения частиц газа задаются системой дифференциальных уравнений с начальными данными [10]:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{3 - \gamma}{2\gamma t} x + \frac{c_2}{t^2}, \quad x(t_0) = x_0, \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{3 - \gamma}{2\gamma t} y + \frac{c_4}{t^2}, \quad y(t_0) = y_0, \\ \frac{dz}{dt} &= \frac{z}{t} + |t|^\alpha, \quad z(t_0) = z_0, \end{aligned}$$

решение которой имеет вид:

$$\begin{aligned} x &= x_0 \left| \frac{t}{t_0} \right|^{\frac{3-\gamma}{2\gamma}} + \frac{2\gamma c_2}{(3+\gamma)t} \left(\left| \frac{t}{t_0} \right|^{\frac{3-\gamma}{2\gamma}} - 1 \right), \\ y &= y_0 \left| \frac{t}{t_0} \right|^{\frac{3-\gamma}{2\gamma}} + \frac{2\gamma c_4}{(3+\gamma)t} \left(\left| \frac{t}{t_0} \right|^{\frac{3-\gamma}{2\gamma}} - 1 \right), \\ z &= z_0 \left| \frac{t}{t_0} \right| + |t| \frac{|t_0|^\alpha}{\alpha} \left(\left| \frac{t}{t_0} \right|^\alpha - 1 \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Якобиан перехода от эйлеровых к лагранжевым переменным равен

$$J = \begin{vmatrix} \left| \frac{t}{t_0} \right|^{\frac{3-\gamma}{2\gamma}} & 0 & 0 \\ 0 & \left| \frac{t}{t_0} \right|^{\frac{3-\gamma}{2\gamma}} & 0 \\ 0 & 0 & \left| \frac{t}{t_0} \right| \end{vmatrix} = \left| \frac{t}{t_0} \right|^{3/\gamma}.$$

При $t = 0$ Якобиан равен нулю. При этом ранг матрицы Якоби равен 0. Значит коллапс частиц происходит в точке. При $t = t_0 < 0$ частицы находятся в точках с координатами (x_0, y_0, z_0) и с течением времени каждая частица движется по своей траектории с некоторой скоростью (10). При $t = 0$ все частицы встречаются в бесконечно удаленной

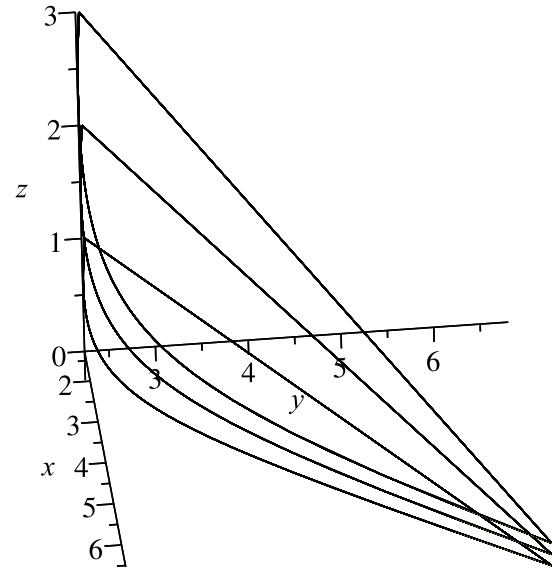


Рис. 2. Траектории движения частиц (11) двухатомного газа с $\gamma = 7/5$ и $c_2 < 0$

точке на плоскости $z = 0$. Частицы слетаются в бесконечно удаленную точку ($x \rightarrow +\infty, y \rightarrow +\infty$) первой четверти плоскости xOy при $c_2 < 0$ и в бесконечно удаленную точку ($x \rightarrow -\infty, y \rightarrow -\infty$) третьей четверти плоскости xOy (рис. 2). При этом скорости частиц бесконечны по первым двум координатам и равны нулю по третьей. В момент коллапса плотность и давление бесконечные.

5. Заключение

В работе получены два новых точных решения уравнений газовой динамики с линейным полем скоростей и плотностью, зависящей от времени. Найдены уравнения мировых линий движения частиц газа. Для одноатомного газа построены траектории, которые соответствуют полученным решениям.

Список литературы

- [1] Dirichlet G.L. Untersuchung über ein Problem der Hydrodynamik // J. Reine Angew. Math. 1860. Vol. 58. P. 181.
- [2] Риман Б. Сочинения. М.-Л.: ГИТТЛ, 1948. С. 339–366.
- [3] Овсянников Л.В. Новое решение уравнений гидродинамики // Докл. АН СССР 1956. Т. 111, № 1. С. 47–49.
- [4] Dyson J.F. Dynamics of a spinning gas cloud // J. Math. Mech. 1968. Vol. 18, No. 1. Pp. 91–101. DOI: 10.1512/iumj.1969.18.18009
- [5] Giron J.F., Ramsey S.D., Baty R.S. Nemchinov-Dyson Solutions of the Two-Dimensional Axisymmetric Inviscid Compressible

- Flow Equations // Phys. Fluids. 2020. Vol. 32. 127116.
DOI: [10.1063/5.0032170](https://doi.org/10.1063/5.0032170)
- [6] Guo Y., Hadžić M., Jang J. Continued Gravitational Collapse for Newtonian Stars // Arch. Rational Mech. Anal. 2021. Vol. 239. Pp. 431--552.
DOI: [10.1007/s00205-020-01580-w](https://doi.org/10.1007/s00205-020-01580-w)
- [7] Nikonorova R., Siraeva D., Yulmukhametova Y. New Exact Solutions with a Linear Velocity Field for the Gas Dynamics Equations for Two Types of State Equations // Mathematics. 2022. Vol. 10, Issue 1. 123.
DOI: [10.3390/math10010123](https://doi.org/10.3390/math10010123)
- [8] Юлмухаметова Ю.В. Решение уравнений идеального газа, описывающих галилеевы инвариантные движения с винтовыми линиями уровня, с коллапсом на геликоиде // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2019. Т. 23, № 4. С. 797–808.
DOI: [10.14498/vsgtu1703](https://doi.org/10.14498/vsgtu1703)
- [9] Юлмухаметова Ю.В. Подмодели газовой динамики с линейным полем скоростей : диссертация ... кандидата физико-математических наук : 01.01.02 / Юлмухаметова Юлия Валерьевна; [Место защиты: Уфим. науч. центр РАН]. Уфа, 2011. 118 с.
- [10] Овсянников Л.В. Лекции по основам газовой динамики. Москва–Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2003. 336 с.



Collapsing motions of a diatomic gas whose density depends only on time

Gumerov I.I. *, Katashova A.A. *, Yulmukhametova Y.V. **, **

* Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia,
** Mavlyutov Institute of Mechanics UFRC RAS, Ufa, Russia

One submodel of gas motion with a linear velocity field is considered in the paper. Namely, a submodel that defines the movements of a polytropic gas with a density that depends only on time. A polytropic gas is a gas for which the internal energy is a function linear in temperature. The submodel under consideration is given by a system of ordinary differential equations of the 22nd order for unknown functions. These functions characterize the movements of gas particles and determine the type of density, pressure and entropy functions. The exact solution is sought for a special case, namely for a diagonal linearity matrix. Two new exact solutions have been found. The type of vector functions of velocity, density and pressure are determined. By the form of the velocity function, the world lines of motion of gas particles are recorded. In the three-dimensional space of coordinates x, y, z , the trajectories of gas particles for various initial data are constructed. A qualitative analysis of the movement was carried out. The Jacobi matrix is constructed. The moments of collapse of gas particles are determined by the value of the Jacobian. Both solutions have collapse: collapse on a straight line and collapse at a point.

Keywords: polytropic gas, diatomic gas, linear velocity field, inhomogeneous deformation, trajectories of gas particles, world lines of particle motion, Jacobian

References

- [1] Dirichlet G.L. Untersuchungen über ein Problem der Hydrodynamik // *J. Reine Angew. Math.* 1860. Vol. 58. P. 181.
- [2] Riman B. [Essays] *Sochinenia*. M.-L.: GITTL, 1948. Pp. 339-366 (In Russian).
- [3] Ovsannikov L.V. [New solution of hydrodynamic equations] *Novoe reshenie uravnenia gidrodinamiki* // *DAN USSR*. 1956. Vol. 111, No 1. Pp. 47–49 (In Russian).
- [4] Dyson J.F. Dynamics of a spinning gas cloud // *J. Math. Mech.* 1968. Vol. 18, No. 1. Pp. 91–101.
DOI: 10.1512/iumj.1969.18.18009
- [5] Giron J.F., Ramsey S.D., Baty R.S. Nemchinov-Dyson Solutions of the Two-Dimensional Axisymmetric Inviscid Compressible Flow Equations // *Phys. Fluids*. 2020. Vol. 32. 127116.
DOI: 10.1063/5.0032170
- [6] Guo Y., Hadžić M., Jang J. Continued Gravitational Collapse for Newtonian Stars // *Arch. Rational Mech. Anal.* 2021. Vol. 239. Pp. 431–552.
DOI: 10.1007/s00205-020-01580-w
- [7] Nikonorova R., Siraeva D., Yulmukhametova Y. New Exact Solutions with a Linear Velocity Field for the Gas Dynamics Equations for Two Types of State Equations // *Mathematics*. 2022. Vol. 10, Issue 1. 123.
DOI: 10.3390/math10010123
- [8] Yulmukhametova Yu.V. Solution of ideal gas equations describing Galilean invariant motions with helical level lines, with collapse on a helicoid // *Vest. Sam. state tehn. univ. Ser. phys.-mat. science*. 2019. Vol. 23, No 4. Pp. 797–808 (in Russian).
DOI: 10.14498/vsgtu1703
- [9] Yulmukhametova Yu.V. [Submodels of gas dynamics with a linear velocity field] *Podmodeli gazovoi dinamiki s lineinim polem skorostey*: dissertation ... Candidate of Physical and Mathematical Sciences : 01.01.02 / Yulmukhametova Yulia Valeryevna; [Place of defense: Ufa Scientific Center of the Russian Academy of Sciences]. Ufa, 2011. 118 p.
- [10] Ovsyannikov L.V. [Lectures on the fundamentals of gas dynamics] *Lektsii po osnovam gazovoy dinamiki*. M.-Izhevsk: Institut komp'yuternykh issledovaniy. 2003. 336 p. (in Russian).



Напряженно-деформированное состояние подводного морского нефтепровода с учетом изменения грунтовых условий и параметров эксплуатации¹

Зарипов Р.М.* , Масалимов Р.Б.**

*Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

**Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа

В статье в краткой форме описана конструкция обетонированных труб, используемых в последние годы при сооружении морских газопроводов и нефтепроводов. В постановке задачи о напряженно-деформированном состоянии подводного морского нефтепровода рассчитываемый участок условно делится на три части: среднюю размытую оголенную часть и прилегающие к ней слева и справа подземные части. Дано краткое описание решения поставленной задачи. Результаты расчетов основных характеристик напряженно-деформированного состояния подводного участка морского нефтепровода представлены в виде эпюры прогиба трубопровода и изгибных напряжений, а также в таблицах через экстремальные значения прогиба и изгибных напряжений от пролетных и опорных изгибающих моментов для различных значений параметров эксплуатации и состояний грунтов в прилегающих подземных частях. Путем анализа напряженно-деформированного состояния рассчитываемого участка морского нефтепровода определены критические значения параметров эксплуатации, соответствующие им критические величины эквивалентного продольного осевого усилия.

Ключевые слова: нефтепровод, обетонированная труба, грунт, прогиб, напряжение, перепад, всплытие

1. Введение

По сведениям агентства «Интерфакс» от 20 ноября 2019 г. ПАО «Газпром» раскрыл информацию о неожиданном всплытии четвертой нитки на подводном четырехниточном переходе морского газопровода через Байдарацкую губу на Ямале. Годом ранее всплыла вторая нитка на этом переходе. При всплытии газопровода нарушается его проектное положение. ПАО «Газпром» объявил конкурс на разработку проектов капитального ремонта всплывших участков газопроводов. В аналогичных условиях эксплуатации находятся подводные участки морских нефтепроводов (ПУМН), составленные из обетонированных труб (ОТ).

Применение труб с наружным сплошным утяжеляющим бетонным покрытием в большинстве случаев более эффективно, чем традиционные способы балластировки [1–4]. Поэтому они в последние годы применяются при сооружении морских газопроводов и нефтепроводов. Ими также заменяются обычные трубы без бетонной оболочки при капитальном ремонте трубопроводов в болотистой местности, которые были балластированы кольцевыми чугунными и бетонными грузами или закреплены анкерными устройствами в грунте.

В подводных переходах применяются трубы с наружным утяжеляющим (балластным) бетонным покрытием, которые изготавливаются в заводских условиях. Для них принята терминология «обетонированная труба». ОТ, которая состоит из стальной трубы, изоляционного слоя и утяжеляющего бетонного покрытия, в математической модели представлена в виде трехслойного полого трубчатого стержня. Напряженно-деформированное со-

¹Исследование выполнено за счет средств государственного бюджета по госзаданию на 2019–2022 годы (№ 0246-2019-0088).

стояние (НДС) газопровода в подземной части описывается дифференциальным уравнением полого трубчатого стержня в упругой среде [1, 5, 6]:

$$\frac{d^4 u}{dx^4} + \frac{S_x}{EJ} \cdot \frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{c_{y0} \cdot D_H}{EJ} \cdot u = \frac{q_y}{EJ}. \quad (1)$$

Здесь приняты следующие обозначения: x — продольная осевая координата; u — прогиб ОТ; E , J , D_H — обобщенный модуль упругости ОТ, обобщенный момент инерции поперечного сечения ОТ, наружный диаметр ОТ, соответственно; c_{y0} — обобщенный коэффициент нормального сопротивления грунта, МПа/см [1, 2, 5, 6]; q_y — вертикальная составляющая нагрузки [1, 5, 6]; S_x — эквивалентное продольное осевое усилие, значение которого определяется согласно рекомендациям положения 8.29 [7]:

$$S_x = p_0 \cdot F_{св} - N_x,$$

где p_0 — внутреннее давление в нефтепроводе; $F_{св}$ — площадь поперечного сечения стальной трубы «в свету»; N_x — продольное осевое усилие, определяемое по формуле:

$$N_x = \sigma_{кц} \cdot (\mu \cdot F_{0st} + \mu_{iz} \cdot F_{0iz} + \mu_{bt} \cdot F_{0bt}) - \Delta t \times \\ \times (\alpha \cdot E \cdot F_{0st} + \alpha_{iz} \cdot E_{iz} \cdot F_{0iz} + \alpha_{bt} \cdot E_{bt} \cdot F_{0bt}),$$

где E , μ , α , E_{bt} , μ_{bt} , α_{bt} , E_{iz} , μ_{iz} , α_{iz} — модуль упругости, коэффициент Пуассона и коэффициент линейного расширения металла стали трубы, изоляционного покрытия и бетонной оболочки, соответственно; $\sigma_{кц}$ — кольцевые напряжения в стенке ОТ, возникающие от внутреннего давления; Δt — температурный перепад, равный разности температур эксплуатации и замыкания трубы при сооружении нефтепровода; F_{0st} , F_{0iz} , F_{0bt} — площадь поперечного сечения стенки стальной трубы, изоляционного покрытия и бетонной оболочки, соответственно.

На подводных участках нефтепроводов (в частности, морских нефтепроводов), находящихся в Мурманском море, за счет воздействия волн прибойной зоны и температурных напряжений от прогретой трубы и потока нефти, текущей по ней, происходит обводнение и разжижение грунта. Поэтому на одних частях ПУМН ОТ размывается и оголяется, а на других — ослабляется удерживающая способность грунта засыпки и происходит потеря несущей способности грунта основания.

Расчитываемый ПУМН условно делится на три части: средняя размываемая оголенная часть (РОЧ) и прилегающие к ней слева и справа подземные части (ПЧ). На рис. 1 представлена его расчетная схема.

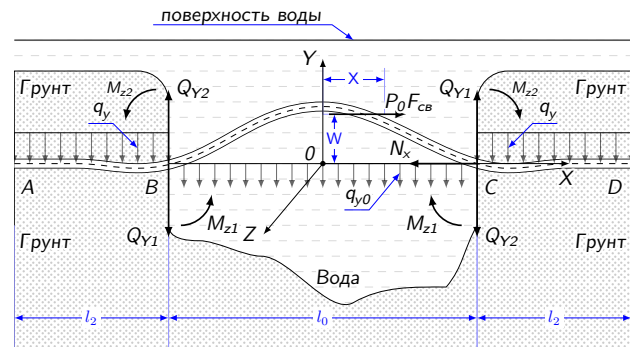


Рис. 1. Расчетная схема ПУМН

На рис. 1 указаны направления осей координат и приняты следующие обозначения: А и D — точки на концах рассчитываемого участка нефтепровода в грунте; В и С — точки на границе РОЧ и ПЧ, в этих точках находятся начала координатных осей прилегающих частей; О — точка в середине РОЧ, где расположено начало координатных осей этой части; w — прогиб ОТ на РОЧ; M_{z1} , M_{z2} и Q_{y1} , Q_{y2} — изгибающие моменты и поперечные силы, действующие на РОЧ и ПЧ.

НДС РОЧ описывается дифференциальным уравнением, в котором обобщенный коэффициент нормального сопротивления грунта принимается равным нулю ($c_{y0} = 0$):

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{S_x}{EJ} \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{q_{y0}}{EJ}. \quad (2)$$

Здесь приняты следующие обозначения: w — прогиб ОТ; q_{y0} — вертикальная составляющая нагрузки, равная разности между весом трубы с продуктом и выталкивающей силой морской воды.

В начале и в конце рассчитываемого участка нефтепровод находится в строго горизонтальном положении. Здесь для дифференциального уравнения (1) должны выполняться следующие граничные условия:

$$u(\pm l_2) = \frac{q_y(\pm l_2)}{c_{y0}}; \quad u'(\pm l_2) = 0. \quad (3)$$

Здесь $u(\pm l_2)$, $u'(\pm l_2)$ и $q_y(\pm l_2)$ — прогиб, угол поворота продольной оси ОТ и вертикальная составляющая нагрузки в начале и конце рассчитываемого участка, соответственно.

В узлах сопряжения РОЧ и ПЧ должны быть непрерывными функции прогиба, угла поворота продольной оси трубы, изгибающих моментов и поперечной силы этих частей. Следовательно, для дифференциальных уравнений (1) и (2) должны

выполняться следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} w\left(\pm \frac{l_0}{2}\right) &= u(0); \quad w'\left(\pm \frac{l_0}{2}\right) = u'(0); \\ Q_{y1}\left(\pm \frac{l_0}{2}\right) &= Q_{y2}(0). \end{aligned} \quad (4)$$

Вышеописанную постановку условно назовем первым вариантом постановки задачи. Во втором варианте рассмотрим постановку, в которой пренебрегаем воздействием внутреннего давления и температурных напряжений на изгиб ОТ. В этом случае для описания НДС нефтепровода в дифференциальных уравнениях (1) и (2) необходимо принять эквивалентное продольное усилие S_x равным нулю.

Авторами настоящей статьи разработана методика совместного интегрирования дифференциальных уравнений (1) и (2) с учетом граничных условий (3) и (4). В методике подстановка полученных решений дифференциальных уравнений (1), (2) в конечных аналитических выражениях в граничные условия (3), (4) приводит к системе линейных алгебраических уравнений, в которой неизвестными являются постоянные интегрирования решений дифференциальных уравнений (1), (2). Составлены программы расчета для компьютера, в которых найдены постоянные интегрирования, построены эпюры основных характеристик НДС по всей длине рассчитываемого ПУМН.

Учет в математической модели трехслойного стержня практически не вносит осложнений в расчет его НДС, который осуществляется по теории механики многослойных оболочек и стержней [2, 8].

Необходимо отметить следующее. Первый вариант постановки задачи о НДС ПУМН представляет собой ее геометрически нелинейную постановку, и с помощью решения этой задачи можно описать переход из одной формы изгиба в другую в зависимости от длины РОЧ, состояния грунтов ПЧ и параметров эксплуатации нефтепровода. Если рассмотреть первую постановку задачи о НДС РОЧ без учета ее совместных деформаций с ПЧ, то

исследованием ее решения находится выражение для критической силы, которое совпадает с формулой критической силы в классической задаче устойчивости Эйлера [1, 5, 6, 9].

Далее представлены геометрические, физико-механические характеристики составляющих труб ОТ (табл. 1), которые соответствуют ориентировочным значениям ОТ.

Общая длина нефтепровода от берега моря до Варандейского терминала в Мурманском море равна 22 км. За счет воздействия волн прибойной зоны и температурных напряжений от прогретой трубы нефтепровод, который находится в неровном рельефе морского дна с неравномерной осадкой грунта, неодинаково проседает по длине. Поэтому расчеты НДС ПУМН были выполнены для двух типов грунтов. Не останавливаясь на описании изменения состояния грунта при его частичном разжижении, задание физико-механических параметров грунтов засыпки и основания осуществим аналогично работам [1, 6, 10–14]. Далее представим их значения для двух типов грунтов в ПЧ.

Первый тип грунта: $E_{гр} = 20$ МПа, $\gamma_{гр} = 19$ н/м³, $\mu_{гр} = 22$, $\varphi_{гр} = 32$ град, $R_{гр} = 0,3$ МПа (грунт-основание); $E_{гр} = 16$ МПа, $\gamma_{гр} = 15$ н/м³, $\mu_{гр} = 2$, $\varphi_{гр} = 22$ град, $\varepsilon = 0,75$, $R_{гр} = 0,2$ МПа (грунт-засыпка).

Второй тип грунта: $E_{гр} = 2$ МПа, $\gamma_{гр} = 15$ н/м³, $\mu_{гр} = 22$, $\varphi_{гр} = 22$ град, $R_{гр} = 0,2$ МПа (грунт-основание); $E_{гр} = 4$ МПа, $\gamma_{гр} = 1,5$ н/м³, $\mu_{гр} = 2$, $\varphi_{гр} = 22$ град, $\varepsilon = 0,25$, $R_{гр} = 0,1$ МПа (грунт-засыпка).

Здесь и далее для грунтов приняты следующие обозначения: $E_{гр}$, $\mu_{гр}$, $\gamma_{гр}$, $\varphi_{гр}$, ε , $R_{гр}$ — модуль деформации, коэффициент Пуассона, удельный вес, угол внутреннего трения, коэффициент пористости грунта засыпки, несущая способность грунта.

Расчеты НДС рассматриваемого здесь ПУМН выполнены для случаев, когда ОТ находится под действием внутреннего рабочего давления p_0 и в опорожняемом состоянии расчетное значение p_0 определяется согласно Положению 2.2 норматив-

Таблица 1. Геометрические, физико-механические характеристики ОТ

Наименование труб	Геометрические, физико-механические характеристики труб				
	Наружный диаметр, толщина стенки, мм	Модуль упругости, E , МПа	Коэффициент Пуассона, μ	Коэффициент линейного температурного расширения, α , °C ⁻¹	Объемная масса, γ , кг/м ³
Стальная труба	820 × 20	2,2 · 10 ⁵	0,3	1,2 · 10 ⁻⁵	7,2 · 10 ³
Изоляционная оболочка	830 × 5	6,2 · 10 ²	0,3	1,2 · 10 ⁻⁴	900
Бетонное покрытие	990 × 80	2,2 · 10 ⁴	0,3	1,2 · 10 ⁻⁵	2,2 · 10 ³

ного документа [12], регламентирующего правила классификации и построение морских трубопроводов по значениям внутреннего рабочего давления в газопроводе p_i , задаваемое в проекте, минимального гидростатического давления $p_{g \min}$, определяемого в зависимости от давления морской воды на нефтепровод и от глубины его укладки, а также добавочного расчетного давления от гидравлического удара Δp :

$$p_0 = (p_i - p_{g \min}) + \Delta p,$$

$$p_{g \min} = \rho_{ж} \cdot g \cdot (H_{\min} - h_w) \cdot 10^6,$$

где $\rho_{ж}$ — плотность морской воды, кг/м^3 ; H_{\min} — минимальный уровень воды по трассе трубопровода, м, учитывающий приливно-отливные явления; g — ускорение свободного падения, м/с^2 ; h_w — расчетная высота волны на проектируемом участке трубопровода, м, с обеспеченностью с 10^{-2} 1/год.

В расчетах НДС значения p_i задавались равными от 0 до 6,5 МПа. С учетом указанной глубины моря, не превышающей 50 м на рассматриваемом здесь участке нефтепровода, и добавочного расчетного давления от гидравлического удара Δp имеем экстремальное значение $p_0 = 6,0$ МПа.

Необходимо отметить следующее. Нефтепроводы в Варандейском терминале в Баренцевом море находятся в условиях Арктики. Терминал функционирует круглогодично. Для его работы в зимний период привлекаются ледокольные суда. Строительство терминала на суше потребовало бы за-

тратного углубления дна, поэтому терминал был вынесен на 22 км в море. Он соединен с берегом моря двумя нитками подводного трубопровода. Кроме самого причала в комплекс Варандейского терминала входит межпромысловый нефтепровод протяженностью 158 км. В аналогичных условиях эксплуатации находятся нефтепроводы в Варандейском терминале в Баренцевом море. Здесь проложен нефтепровод Южно-Хильчуйское месторождение — терминал Варандей длиной около 160 км.

Вышеописанные условия сооружения и эксплуатации нефтепроводов в условиях Арктики свидетельствует о том, что температурный перепад в нефтепроводе может принимать значения в большом диапазоне. Таким образом, этот параметр эксплуатации задается по данным профиля трассы и диспетчерской службы.

В решении задачи прочности и устойчивости морских подводных нефтепроводов необходимо найти критические значения параметров эксплуатации в зависимости от условий нагружения, длины средней РОЧ и жесткости грунта ПЧ. Нахождение критических значений параметров эксплуатации осуществляется численным экспериментом.

На рис. 2 и 3 показаны эпюры прогибов и изгибных напряжений ПУМН, а в табл. 2–5 — значения прогиба в середине пролета и экстремальные значения изгибных напряжений от пролетных и опорных изгибающих моментов. Анализ НДС ПУМН для случая, когда грунт в ПЧ относится к

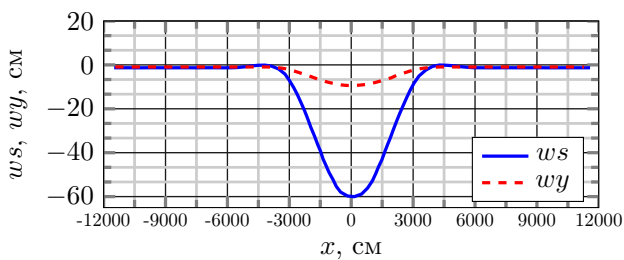


Рис. 2. Эпюры прогибов и изгибных напряжений ОТ до ее потери устойчивости (первый тип грунта, $l_0 = 60$ м, $p_0 = 6,0$ МПа, $\Delta t = 50^\circ\text{C}$)

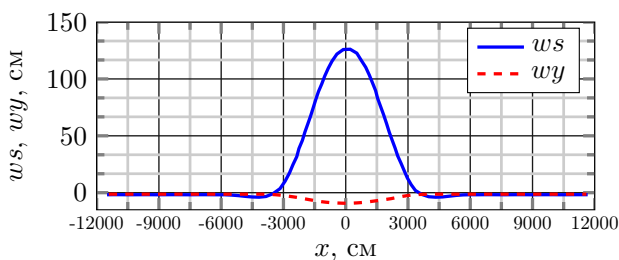
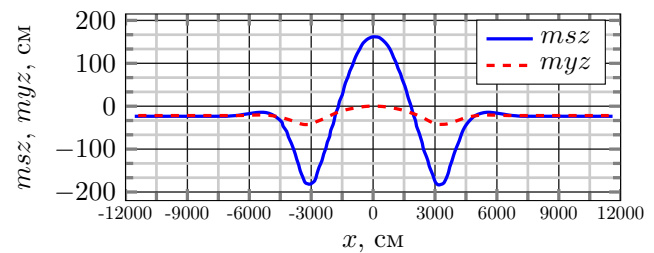
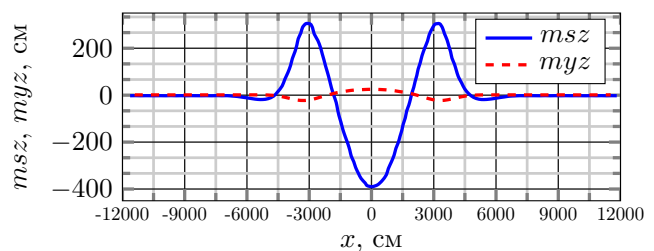


Рис. 3. Эпюры прогибов и изгибных напряжений ОТ при потере устойчивости (первый тип грунта, $l_0 = 60$ м, $p_0 = 6,0$ МПа, $\Delta t = 60^\circ\text{C}$)



первому типу, а длина РОЧ равна $l_0 = 60$ м, по эпюрам рис. 2, 3 и данным табл. 2 позволяет сделать следующие выводы.

1) Сравнение значений стрелы прогиба средней РОЧ в середине пролета w_0 при постоянном значении внутреннего давления $p_0 = 6,0$ МПа и при разных значениях температурного перепада Δt позволило установить его влияние на изгиб нефтепровода. При возрастании температурного перепада Δt от 0°C до 55°C прогиб РОЧ направлен вниз, причем со значения $\Delta t = 55^\circ\text{C}$ его величина начинает резко возрастать. Например, при изменении перепада температуры Δt на 1°C с 55°C до 56°C экстремальное значение прогиба увеличивается в 1,4 раза. При дальнейшем увеличении Δt происходит изменение формы изгиба нефтепровода, стрела прогиба будет направлена вверх, что означает потерю его устойчивости и возможное всплытие. Значения параметров эксплуатации $p_0 = 6,0$ МПа, $\Delta t = 55^\circ\text{C}$ можно принять за критические значения параметров эксплуатации нефтепровода, а соответствующая этим значениям величина $S_x = 4,67 \cdot 10^4$ кН будет его критическим значением.

2) В действующем нефтепроводе технически

сложно изменить температурный перепад. Поэтому на втором этапе установим влияние внутреннего давления p_0 на изгиб нефтепровода и рассмотрим возможность его возвращения в проектное положение понижением внутреннего давления. В нефтепроводе, который испытывал большие прогибы при $p_0 = 6,0$ МПа и $\Delta t = 55^\circ\text{C}$, снизим внутреннее давление в три раза, т.е. до $p_0 = 2,0$ МПа, при этом оставляем неизменным значение температурного перепада $\Delta t = 55^\circ\text{C}$. Как показали расчеты экстремальное значение прогиба w_0 при этом уменьшалось со значения $-148,87$ м до $-107,74$ см, т.е. это уменьшение составило 1,4 раза. При этом значения изгибных напряжения от пролетных изгибающих моментов равные $msz(0)=387,36$ МПа, превышают предел текучести материала стали трубы. Поэтому рассмотрен вариант уменьшения внутреннего давления до значения $p_0 = 1,0$ МПа. В этом случае имеем $msz(0)=349,36$ МПа. Таким образом, сбросом внутреннего давления в нефтепроводе можно уменьшить величину прогиба в середине пролета РОЧ, при этом он будет деформироваться в упругой области, и в случае появления приподнятого участка необходимо вернуть этот участок в проектное положение.

Таблица 2. Экстремальные значения прогиба w_0 в середине пролета и значения изгибных напряжений от пролетных ($ms_0=msz(0)$, $my_0=myz(0)$) и опорных ($msl=msz(\pm \frac{l_0}{2})$, $myl=myz(\pm \frac{l_0}{2})$) изгибающих моментов в РОЧ ОТ (первый тип грунта, $l_0 = 60$ м)

Параметры эксплуатации	Вариант постановки задачи	Расчетные параметры		Прогиб w_0 , см	Изгибные напряжения, МПа	
		q_{y0} , кН/м	S_x , кН		от пролетных изгибающих моментов	от опорных изгибающих моментов
$p_0=6,0$ МПа, $\Delta t = 0^\circ\text{C}$	Первый	-6,82	$1,49 \cdot 10^3$	$w_0 = -9,86$	$ms_0=26,49$	$msl=-25,65$
	Второй	-6,82	0	$w_0 = -9,59$	$my_0=25,50$	$myl=-24,22$
$p_0=6,0$ МПа, $\Delta t = 50^\circ\text{C}$	Первый	-6,82	$3,94 \cdot 10^4$	$w_0 = -61,03$	$ms_0=215,36$	$msl=-180,37$
	Второй	-6,82	0	$w_0 = -9,59$	$my_0=25,50$	$myl=-24,37$
$p_0=6,0$ МПа, $\Delta t = 55^\circ\text{C}$	Первый	-6,82	$4,30 \cdot 10^5$	$w_0 = -148,87$	$ms_0=539,0$	$msl=-434$
	Второй	-6,82	0	$w_0 = -9,59$	$my_0=25,50$	$myl=-24,37$
$p_0=6,0$ МПа, $\Delta t = 56^\circ\text{C}$	Первый	-6,82	$4,38 \cdot 10^4$	$w_0 = -210,34$	—	—
	Второй	-6,82	0	$w_0 = -9,59$	$my_0=25,50$	$myl=-24,37$
$p_0=6,0$ МПа, $\Delta t = 60^\circ\text{C}$	Первый	-6,82	$4,67 \cdot 10^4$	$w_0 = 129,09$	$ms_0=-392,87$	$msl=314,09$
	Второй	-6,82	0	$w_0 = -9,59$	$my_0=25,50$	$myl=-24,37$
$p_0=2,0$ МПа, $\Delta t = 55^\circ\text{C}$	Первый	-6,82	$4,20 \cdot 10^4$	$w_0 = -107,74$	$ms_0=387,36$	$msl=-320,0$
	Второй	-6,82	0	$w_0 = -9,59$	$my_0=25,50$	$myl=-24,37$
$p_0=1,0$ МПа, $\Delta t = 55^\circ\text{C}$	Первый	-6,82	$4,18 \cdot 10^4$	$w_0 = -100,8$	$ms_0=359,0$	$msl=-299,0$
	Второй	-6,82	0	$w_0 = -9,59$	$my_0=25,50$	$myl=-24,37$

Сравнение значений НДС ПУМН, представленных в табл. 3 для случая, когда грунт в ПЧ относится к второму типу, а длина РОЧ $l_0 = 60$ м, позволяет сделать следующие выводы.

1) При значении $\Delta t = 40^\circ\text{C}$, $p_0 = 6,0$ МПа происходит резкое возрастание значения w_0 , далее, при увеличении величины Δt , например, при $\Delta t = 45^\circ\text{C}$, $p_0 = 6,0$ МПа, изменяется форма изгиба нефтепровода, что означает потерю его устойчивости и может сопровождаться его всплытием. Таким образом, значения параметров эксплуатации $p_0 = 6,0$ МПа, $\Delta t = 40^\circ\text{C}$ можно принять за критические, значение $S_x = 3,17 \cdot 10^4$ кН, соответствующее значениям p_0 и Δt , будет его критическим значением. Уменьшение жесткости грунта в ПЧ привело к уменьшению критического значения перепада температуры Δt с 55°C до 40°C , т.е. оно уменьшилось на 15°C .

2) Уменьшение внутреннего давления в нефтепроводе при неизменном значении температурного перепада при $\Delta t = 40^\circ\text{C}$ показало следующее. Если уменьшить внутреннее давление в три раза, т.е. со значения $p_0 = 6,0$ МПа до $2,0$ МПа, то экстремальная величина прогиба в середине пролета размытой оголенной части w_0 уменьшается в 1,5 раза. Но в отличие от ранее рассмотренного случая, когда грунт в подземной части не был подвержен частичному разжижению, нефтепровод деформируется в упруго-пластической области.

Анализ характеристик НДС ПУМН, представленных в табл. 4 и 5 для случая, когда длина РОЧ $l_0 = 80$ м, показал следующее.

1) Найдены критические значения параметров эксплуатации равные $p_0 = 6,0$ МПа, $\Delta t = 32^\circ\text{C}$, которым соответствует значение эквивалентного продольного осевого усилия $S_x = 2,57 \cdot 10^4$ кН для случая, когда грунт в подземной части относится к первому типу. Эти же характеристики для случая, когда грунт в ПЧ относится ко второму типу, равны $p_0 = 6,0$ МПа, $\Delta t = 20^\circ\text{C}$, $S_x = 1,66 \cdot 10^4$ кН. Найденное критическое значение температурного перепада $\Delta t = 32^\circ\text{C}$, когда деформируется ПЧ с первым типом грунта, на $\Delta t = 23^\circ\text{C}$ меньше соответствующей характеристики для случая, когда $l_0 = 60$ м. Аналогичное сравнение критических значений температурного перепада при $l_0 = 60$ и 80 м для случая, когда РОЧ совместно деформируется с ПЧ со вторым типом грунта, указывает на уменьшение этой характеристики на $\Delta t = 16^\circ\text{C}$.

2) Уменьшая внутреннее давление в ОТ в три раза, т.е. с $p_0 = 6,0$ до $2,0$ МПа, при неизменном значении температурного перепада Δt , можно вернуть трубопровод в проектное положение для рассмотренных здесь случаев первого и второго типов грунтов.

Таблица 3. Экстремальные значения прогиба w_0 в середине пролета и значения изгибных напряжений от пролетных ($m_{s0}=m_{zs}(0)$, $m_{y0}=m_{yz}(0)$) и опорных ($m_{sl}=m_{sz}(\pm \frac{l_0}{2})$, $m_{yl}=m_{yz}(\pm \frac{l_0}{2})$) изгибающих моментов в РОЧ (второй тип грунта, $l_0 = 60$ м)

Параметры эксплуатации	Вариант постановки задачи	Расчетные параметры		Прогиб w_0 , см	Изгибные напряжения, МПа	
		q_{y0} , кН/м	S_x , кН		от пролетных изгибающих моментов	от опорных изгибающих моментов
$p_0=6,0$ МПа, $\Delta t = 0^\circ\text{C}$	Первый	-6,82	$1,49 \cdot 10^3$	$w_0 = -26,2$	$m_{s0}=34,92$	$m_{sl}=-17,65$
	Второй	-6,82	0	$w_0 = -25,4$	$m_{y0}=33,18$	$m_{yl}=-16,69$
$p_0=6,0$ МПа, $\Delta t = 30^\circ\text{C}$	Первый	-6,82	$2,42 \cdot 10^4$	$w_0 = -62,53$	$m_{s0}=132,39$	$m_{sl}=-71,60$
	Второй	-6,82	0	$w_0 = -15,4$	$m_{y0}=33,18$	$m_{yl}=-16,69$
$p_0=6,0$ МПа, $\Delta t = 40^\circ\text{C}$	Первый	-6,82	$3,17 \cdot 10^5$	$w_0 = -277,0$	—	—
	Второй	-6,82	0	$w_0 = -25,4$	$m_{y0}=33,18$	$m_{yl}=-16,69$
$p_0=6,0$ МПа, $\Delta t = 45^\circ\text{C}$	Первый	-6,82	$3,55 \cdot 10^4$	$w_0 = 162,75$	$m_{s0}=-336,85$	$m_{yl}=187,67$
	Второй	-6,82	0	$w_0 = -25,4$	$m_{y0}=33,18$	$m_{yl}=-16,69$
$p_0=2,0$ МПа, $\Delta t = 40^\circ\text{C}$	Первый	-6,82	$3,07 \cdot 10^4$	$w_0 = -182,0$	$m_{s0}=460,2$	$m_{sl}=-253,23$
	Второй	-6,82	0	$w_0 = -15,4$	$m_{y0}=33,18$	$m_{yl}=-16,69$

Таблица 4. Экстремальные значения прогиба w_0 в середине пролета и значения изгибных напряжений от пролетных ($ms_0=msz(0)$, $my_0=myz(0)$) и опорных ($msl=msz(\pm \frac{l_0}{2})$, $myl=myz(\pm \frac{l_0}{2})$) изгибающих моментов в РОЧ ОТ (первый тип грунта, $l_0 = 80$ м)

Параметры эксплуатации	Вариант постановки задачи	Расчетные параметры		Прогиб w_0 , см	Изгибные напряжения, МПа	
		q_{y0} , кН/м	S_x , кН		от пролетных изгибающих моментов	от опорных изгибающих моментов
$p_0=6,0$ МПа, $\Delta t = 0^\circ\text{C}$	Первый	-6,82	$1,49 \cdot 10^3$	$w_0 = -24,28$	$ms_0=43,79$	$msl=-50,04$
	Второй	-6,82	0	$w_0 = -23,09$	$my_0=41,17$	$myl=-47,49$
$p_0=6,0$ МПа, $\Delta t = 30^\circ\text{C}$	Первый	-6,82	$2,42 \cdot 10^4$	$w_0 = -143,0$	$ms_0=317,44$	$msl=-295,54$
	Второй	-6,82	0	$w_0 = -23,0$	$my_0=41,17$	$myl=-47,49$
$p_0=6,0$ МПа, $\Delta t = 32^\circ\text{C}$	Первый	-6,82	$2,57 \cdot 10^5$	$w_0 = -220,0$	—	—
	Второй	-6,82	0	$w_0 = -23,09$	$my_0=41,17$	$myl=-47,49$
$p_0=6,0$ МПа, $\Delta t = 40^\circ\text{C}$	Первый	-6,82	$3,17 \cdot 10^4$	$w_0 = -182,2$	$ms_0=452,0$	$msl=-382,0$
	Второй	-6,82	0	$w_0 = -23,09$	$my_0=41,17$	$myl=-47,49$
$p_0=2,0$ МПа, $\Delta t = 32^\circ\text{C}$	Первый	-6,82	$2,47 \cdot 10^4$	$w_0 = -163,67$	$ms_0=439,2$	$msl=-335,5$
	Второй	-6,82	0	$w_0 = -23,09$	$my_0=41,17$	$myl=-47,49$

Таблица 5. Экстремальные значения прогиба w_0 в середине пролета и значения изгибных напряжений от пролетных ($ms_0=msz(0)$, $my_0=myz(0)$) и опорных ($msl=msz(\pm \frac{l_0}{2})$, $myl=myz(\pm \frac{l_0}{2})$) изгибающих моментов в ПМН (второй тип грунта, $l_0 = 80$ м)

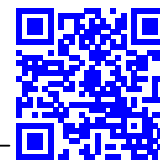
Параметры эксплуатации	Вариант постановки задачи	Расчетные параметры		Прогиб w_0 , см	Изгибные напряжения, МПа	
		q_{y0} , кН/м	S_x , кН		от пролетных изгибающих моментов	от опорных изгибающих моментов
$p_0=6,0$ МПа, $\Delta t = 0^\circ\text{C}$	Первый	-6,82	$1,49 \cdot 10^3$	$w_0 = -47,66$	$ms_0=55,23$	$msl=-40,60$
	Второй	-6,82	0	$w_0 = -45,27$	$my_0=51,08$	$myl=-37,58$
$p_0=6,0$ МПа, $\Delta t = 20^\circ\text{C}$	Первый	-6,82	$1,66 \cdot 10^4$	$w_0 = -141,0$	$ms_0=222,7$	$msl=-159,95$
	Второй	-6,82	0	$w_0 = -45,27$	$my_0=51,08$	$myl=-37,58$
$p_0=6,0$ МПа, $\Delta t = 24^\circ\text{C}$	Первый	-6,82	$1,96 \cdot 10^5$	$w_0 = -280,48$	$ms_0=-410,0$	$msl=-339,0$
	Второй	-6,82	0	$w_0 = -45,27$	$my_0=51,08$	$myl=-37,58$
$p_0=6,0$ МПа, $\Delta t = 30^\circ\text{C}$	Первый	-6,82	$2,42 \cdot 10^4$	$w_0 = 423,0$	—	—
	Второй	-6,82	0	$w_0 = -45,27$	$my_0=51,08$	$myl=-37,58$
$p_0=2,0$ МПа, $\Delta t = 24^\circ\text{C}$	Первый	-6,82	$1,86 \cdot 10^4$	$w_0 = -210,20$	$ms_0=348,25$	$msl=-248,58$
	Второй	-6,82	0	$w_0 = -23,0$	$my_0=41,17$	$myl=-47,49$

2. Заключение

Расчетным путем установлена возможность всплытия обетонированных труб на подводных участках морских нефтепроводов подобно газопроводам на переходе Северного потока 2 через Байда-рацкую губу на Ямале. Выявлено влияние на всплытие обетонированных труб на подводных участках морских нефтепроводов длины РОЧ параметров эксплуатации, ослабления жесткости грунтов за счет их разжижения в подземной части и даны рекомендации по выявлению возможных причин всплытия. Найдены критические значения параметров эксплуатации и соответствующей им критической величины эквивалентного продольного осевого усилия в зависимости от длины РОЧ, жесткости грунта в подземной части. Дано описание способа возвращения нефтепровода в проектное положение. Расчетным путем установлено, что опорожненный нефтепровод, который деформируется совместно с грунтом в подземной части, находится в проектном положении и нет предпосылок для его всплытия.

Список литературы

- [1] Айнбиндер А.Б., Камерштейн А.Г. Расчет магистральных трубопроводов на прочность и устойчивость. М.: Недра. 1982. 340 с.
- [2] Быков Л.И., Мустафин Ф.М., Рафиков С.К. и др. Типовые расчеты при сооружении и ремонте газонефтепроводов. СПб: Недра. 2011. 748 с.
- [3] Васильев Г.Г., Горяинов Ю.А., Саксаганский А.И. Достоинства и недостатки современных подходов к балластировке подводных переходов // НГС. 2012. № 1. С. 30–37.
- [4] Димов Л.А., Богушевская Е.М. Магистральные трубопроводы в условиях болот и обводненной местности. Издательство Московского государственного горного университета. 2010. 392 с.
- [5] Коробков Г.Е., Зарипов Р.М., Шаммазов И.А. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния и устойчивости трубопроводов и резервуаров в осложненных условиях эксплуатации. СПб.: Недра. 2009. 409 с.
- [6] Шаммазов А.М., Зарипов Р.М., Чичелов В.А., Коробков Г.Е. Расчет и обеспечение прочности трубопроводов в сложных инженерно-геологических условиях. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния и устойчивости трубопроводов. М.: Изд-во «Интер». 2005. Т. 1. 706 с.
- [7] СП 36.13330.2012. Свод правил. Магистральные трубопроводы. Актуализированная редакция СНиП 2.05.06-85*. М.: Госстрой, ФАУ «ФЦС». 2013. 100 с.
- [8] Ильгамов М.А. Модель всплытия подводного трубопровода // Физика. Технические науки. ДАН. 2022. Т. 504. С. 12–16. DOI: [10.31857/S2686740021010053](https://doi.org/10.31857/S2686740021010053)
- [9] Ильгамов М.А. Динамика трубопровода при действии внутреннего ударного давления // Механика твердого тела. 2017. № 6. С. 83–96. EDN: [ZVFRDN](https://www.edn.ru/ZVFRDN)
- [10] Лаптева Т.И. Прочность и устойчивость морских трубопроводов при наличии многолетнемерзлых пород на участках берегового примыкания // Экспозиция. Нефть. Газ. 2016. № 7(53). С. 76–79. EDN: [XANSHX](https://www.edn.ru/XANSHX)
- [11] Мансуров М.Н., Лаптева Т.И., Ким С.Д., Чумарин Д.Х., Копаева Л.А. Влияние слабых грунтов на устойчивость морских трубопроводов // Oil & Gas Journal Russia. 2011. № 8. С. 60–63.
- [12] Болотин В.В., Новичков Ю.Н. Механика многослойных конструкций. М.: Машиностроение. 1980. 376 с.
- [13] Мансуров М.Н., Лаптева Т.И. Проблемы надежности и ремонта морских подводных трубопроводов для транспорта нефти и газа при освоении континентального шельфа // Территория Нефтегаз. 2013. № 6. С. 72–80. EDN: [REAU1P](https://www.edn.ru/REAU1P)
- [14] Правила классификации и построение морских подводных трубопроводов. НД № 020301-005. ISBN 978-5-312-3. Российский морской регистр судоходства. 2017. 171 с.



Stress-strain state of an underwater offshore oil pipeline taking into account changes in ground conditions and operating parameters

Zaripov R.M.* , Masalimov R.B.**

*Mavlyutov Institute of Mechanics of UFRC RAS, Ufa, Russia

**Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russia

The article briefly describes the construction of concreted pipes used in recent years in the construction of offshore gas and oil pipelines. In the formulation of the problem of the stress-strain state of an underwater offshore oil pipeline, the calculated section is conditionally divided into three parts: the middle blurred bare part and the underground parts adjacent to it on the left and right. A brief description of the solution of the problem is given. The results of calculations of the main characteristics of the stress-strain state of the underwater section of the offshore oil pipeline are presented in the form of a diagram of the pipeline deflection and bending stresses, as well as in tables through extreme values of deflection and bending stresses from span and support bending moments for various values of operating parameters and soil conditions in adjacent underground parts. By analyzing the stress-strain state of the calculated section of the offshore oil pipeline, the critical values of the operation parameters and the corresponding critical values of the equivalent longitudinal axial force were determined.

Keywords: oil pipeline, concreted pipe, ground, deflection, stress, drop, ascent

References

- [1] Ainbinder A.B., Kamershtwin A.G. [Calculation of main pipelines for strength and stability] Raschet magistr'nykh truboprovodov na prochnost' i ustojchivost. M.: Nedra. 1982. 340 p. (in Russian).
- [2] Bykov L.I., Mustafin F.M., Rafikov S.K. et al. [Typical calculations for the construction and repair of gas and oil pipelines] Tipovye raschety pri sooruzhenii i remonte gozonefteprovodov. SPb.: Nedra. 2011. 748 p. (in Russian).
- [3] Vasil'ev G.G., Goryainov Yu.A. Sakaganskij A.I. [Advantages and disadvantages of modern approaches to ballasting underwater crossings]. NGS [Oil & Gas of Siberia] 2012. No 1. Pp. 30–37 (in Russian).
- [4] Dimov L.A. Bogushevskaya E.M. [Main pipelines in swamps and flooded areas] Magistr'al'nye truboprovody v usloviyax bolot i obvodnennoj mestnosti. M.: Izdatel'stvo MGGU. 2010. 392 p. (in Russian).
- [5] Korobkov G.E., Zaripov P.M., Shammazov I.A. [Numerical modeling of the stress-strain state and stability of pipelines and tanks in complicated operating conditions] Chislennoe modelirovanie napyazhenno-deformirovannogo sostoyaniya i ustojchivosti truboprovodov i rezervuarov v oslozhnennykh usloviyakh ekspluatatsii. SPb.: Nedra. 2009. 409 p. (in Russian).
- [6] Shammazov A.M., Zaripov R.M., Chichelov V.A., Korobkov G.E. [Calculation and ensuring the strength of pipelines in complex engineering and geological conditions. Numerical simulation of the stress-strain state and stability of pipelines] Raschet i obespechenie prochnosti truboprovodov v clozhnykh inzhenerno-geologicheskikh usloviyax. Chislennoe modelirovanie napyazhenno-deformirovannogo sostoyzniz i ustojchivosti truboprovodov. M.: Izdatel'stvo Inter. 2005. Vol. 1. 706 p. (in Russian).
- [7] [36.13330.2012. A set of rules. Main pipelines. Updated version of the NRC] SP 36.13330.2012. Svod pravil. Magistr'al'nye truboprovody. Aktualizirovannaya redakciya SNiP 2.05.06-85*. M.: Gosstroj, FAU «FCS». 2013. 100 p. (in Russian).
- [8] Il'gamov M.A., Shakiryaynov M.M. Dynamic Equilibrium Positions of Bent Pipeline with Vibrating Supports // Doklady Physics. 2021. Vol. 66, No. 2. Pp. 51–54.
DOI: 10.1134/S1028335821020026
- [9] Il'gamov M.A. Dynamics of a Pipeline under the Action of Internal Shock Pressure // Mechanics of Solids. 2017. Vol. 52, No. 6. P. 663–674.
DOI: 10.3103/S0025654417060061
- [10] Lapteva T.I. The strength and stability of offshore pipelines in the presence of subaqueous permafrost on land landfall // Exposition Oil & Gas. 2016. No 7 (53). Pp. 76–79 (in Russian).
EDN: XANSHX

- [11] Mansurov M.N., Lapteva T.I., Kim S.D., Chumarin D.Kh., Kopaeva L.A. [Influence of soft soils on the stability of offshore pipelines] Oil & Gas Journal Russia. 2011. No 8. Pp. 60–63 (in Russian).
- [12] Bolotin V.V., Novichkov Yu.N. [Mechanics of sandwich structures] Mexanika mnogostojnyx konstrukcij. M.: Mashinostroyeniye. 1980. 376 p. (in Russian).
- [13] Mansurov M.N., Lapteva T.I. [Problems of reliability and repair of offshore underwater pipelines for the transport of oil and gas during the development of the continental shelf]. Territoria Neftegaz [Territory Neftegaz]. 2013. No 6. Pp. 72–80 (in Russian).
[EDN: REAUIP](#)
- [14] [Rules for the classification and construction of subsea pipelines] Pravila klassifikacii i postroyeniye morskix podvodnyx truboprovodov. ND No. 020301-005., ISBN 978-5-312-3. [Russian Maritime Register of Shipping] Rossijskij morskoy registr sudoxodstva. 2017. 171 p. (in Russian).



Исследование динамики волн давления в канале со сферическим пузырьковым кластером

Фаттахов С.Р.

Уфимский университет науки и технологий, Уфа

Особенности распространения волн в пузырьковой жидкости связаны с совокупным взаимодействием нелинейных, дисперсионных и диссипативных эффектов. В жидкости с пузырьками свойства практически несжимаемой жидкости, являющейся несущей фазой, кардинально меняются при небольшом по объему (тем более по массе) добавлении газа (пузырьков), являющегося дисперсной фазой. Особенность пузырьковых жидкостей обусловлена их высокой статической сжимаемостью при сохранении высокой плотности, близкой к плотности жидкости, что в свою очередь приводит к малой равновесной скорости звука. В настоящей работе изучены двумерные осесимметричные волновые возмущения в канале с водой, содержащей сферический кластер, заполненный водовоздушной пузырьковой смесью и расположенный у одной из торцевых границ. По результатам численных расчетов проанализирована зависимость максимальной амплитуды давления, формирующейся в канале, от геометрических параметров кластера. Установлено, что наличие приторцевого пузырькового кластера может существенно как увеличить, так и уменьшить воздействие падающего на стенку волнового сигнала в зависимости от подбора размеров кластера и его характеристик.

Ключевые слова: цилиндрический канал, пузырьковый кластер, пузырьковая жидкость, волна давления, сферический пузырьковый кластер

1. Введение

Интересной особенностью пузырьковой жидкости в динамических процессах является проявление инерции жидкости при изменении объема смеси за счет сжатия или расширения пузырьков [1]. К настоящему времени одномерные волны в пузырьковой жидкости хорошо изучены ([1, 2]) и на данный момент активно исследуются двумерные волны. Одной из интереснейших задач волновой динамики пузырьковой жидкости, в которой ярко проявляются многомерные эффекты, является взаимодействие ударной волны с пузырьковым кластером в жидкости.

В [3] проведены исследования по воздействию на пристеночную сферическую пузырьковую заве-

су волновым сигналом в виде «ступенька». Показано, что взаимодействие волны с кластером в жидкости приводит к генерации уединенной волны давления с амплитудой, значительно превышающей амплитуду ударной волны. Объемное содержание пузырьков в завесе бралось равным $\alpha_g = 0.01$. Из-за существенных изменений свойств пузырьковой жидкости при различных объемных содержаниях пузырьков (разность скорости распространения волны, сжимаемости среды и т.д.) возник вопрос о проведении исследований при других значениях начального объемного содержания пузырьков в завесе α_g . Настоящая работа является продолжением этих исследований и в ней рассмотрен диапазон объемных содержаний α_g от 0.001 до 0.05.

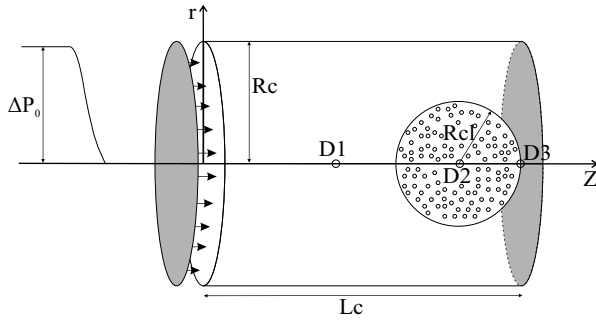


Рис. 1. Схема расчетной области, где R_{cl} – характерный радиус пузырьковой области, R_c – радиус канала, L_c – длина канала, ΔP_0 – амплитуда волны давления, D1–D3 – датчики давления

2. Постановка задачи и основные уравнения

Пусть в канале, заполненном жидкостью, находится прилегающая к одному из торцевых границ канала пузырьковая зона в форме сферы (рис. 1). Рассмотрим двумерные волновые возмущения. Такая ситуация может реализоваться, например, при воздействии на систему граничным давлением $p = p^0(r, t)$ при $z = z_0$. В настоящей работе рассмотрен случай, когда волновые движения в канале инициируются мгновенным повышением давления на границе $z = 0$ от равновесного p_0 до некоторого амплитудного значения Δp_{l0} и поддерживается все время расчета. Требуется определить динамику волнового процесса в канале при $t > 0$.

Для описания волнового движения запишем систему макроскопических уравнений масс, числа пузырьков, импульсов и давления в пузырьках в приближении цилиндрической симметрии [1]:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_i}{dt} + \rho_i \frac{v_r}{r} + \rho_i \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) &= 0 \quad (i = l, g), \\ \frac{dn}{dt} + n \frac{v_r}{r} + n \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) &= 0, \\ \rho \frac{dv_r}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial r} = 0, \quad \rho \frac{dv_z}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial z} &= 0, \\ \frac{dp_g}{dt} = -\frac{3\gamma p_g}{a} w - \frac{3(\gamma-1)}{a} q, \quad w = \frac{da}{dt}, & \\ \left(\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_r \frac{\partial}{\partial r} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \right), & \\ \alpha_l + \alpha_g = 1, \quad \alpha_g = \frac{4}{3} \pi n a^3, & \\ \rho_i = \rho_i^0 \alpha_i, \quad \rho = \rho_g + \rho_l, & \end{aligned}$$

где a – радиус пузырьков; γ – показатель адиабаты для газа; t – время; p_i – давления фаз; ρ_i^0 – ис-

тинные плотности фаз; α_i – объемные содержания фаз; q – интенсивность теплообмена; n – число пузырьков в единице объема; w – радиальная скорость пузырьков; v_r, v_z – радиальная и осевая составляющие скорости. Нижними индексами $i = l, g$ отмечены параметры жидкой и газовой фаз.

При описании радиального движения в соответствии с уточнением, предложенным в [4], будем полагать, что $w = w_R + w_A$, где w_R определяется из уравнения Рейля–Ламба, а w_A – из решения задачи о сферической разгрузке на сфере радиуса a в несущей жидкости в акустическом приближении:

$$a \frac{dw_R}{dt} + \frac{3}{2} w_R^2 + 4\nu_l \frac{w_R}{a} = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0}, \quad w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}},$$

где ν_l – вязкость жидкости; C_l – скорость звука в «чистой» жидкости.

Будем полагать, что жидкость является линейно сжимаемой, а газ – калорически совершенным:

$$p_l = p_0 + C_l^2 (\rho_l^0 - \rho_{l0}^0), \quad p_g = \rho_g^0 R T_g,$$

где R – газовая постоянная. Здесь и в дальнейшем нижним индексом «0» снабжены параметры, относящиеся к начальному невозмущенному состоянию.

Тепловой поток q задается приближенным конечным соотношением [1]:

$$q = \text{Nu} \lambda_g \frac{T_g - T_0}{2a}, \quad \frac{T_g}{T_0} = \frac{p_g}{p_0} \left(\frac{a}{a_0} \right)^3,$$

$$\text{Nu} = \begin{cases} \sqrt{\text{Pe}}, & \text{Pe} \geq 100, \\ 10, & \text{Pe} < 100, \end{cases}$$

$$\text{Pe} = 12(\gamma - 1) \frac{T_0}{|T_g - T_0|} \frac{a|w|}{\kappa_g}, \quad \kappa_g = \frac{\lambda_g}{c_g \rho_g^0}.$$

где $T_0 = \text{const}$ – температура жидкости; c_g и λ_g – теплоемкость и теплопроводность газа; Nu и Pe – числа Нуссельта и Пекле.

Методика численного расчета представлена в работе [5].

3. Начальные и граничные условия

Для проведения численных экспериментов используются следующие условия.

Начальные условия при $t = 0$ и $z > 0$, соответствующие состоянию покоя неоднородной пузырьковой смеси в канале, запишутся в виде:

$$p = p_0, \quad v_r = v_z = 0, \quad \rho = \rho_0.$$

Сферический кластер, соприкасающийся с торцевой стенкой канала ($0 < R_{cl} \leq R_c$) (рис. 1):

$$\begin{cases} (z - z_{cl})^2 + r^2 \leq R_{cl}^2 : \alpha_g = \alpha_{g0}, p_g = p_0, a = a_0, \\ \rho = \rho_{l0}^0 (1 - \alpha_{g0}), w = 0, \\ (z - z_{cl})^2 + r^2 > R_{cl}^2 : \rho = \rho_{l0}^0, \end{cases}$$

где z_{cl} — координата центра кластера по оси z , а R_{cl} — его радиус;

Граничные условия: на оси симметрии ($r_0 = 0$) и на стенке трубы ($r_0 = R_c$) задается условие непротекания жидкости $v_r = 0$.

На торцевой границе $z_0 = 0$ — граничное давление в виде «ступеньки»:

$$z_0 = 0: \quad p_l(r_0, t) = p_0 + \Delta p_{l0}, \quad 0 < r_0 < R_c.$$

На другой торцевой границе ($z_0 = L_z$) используется условие непротекания жидкости $v_z = 0$.

4. Результаты численных расчетов

Дальнейшие численные расчеты проводились при следующих теплофизических параметрах: $c_g = 1006$ Дж/кг·К, $\rho_{g0} = 1.29$ кг/м³, $\lambda_g = 0.026$ м·кг/К·с³, $\gamma = 1.14$, $\kappa_g = 2.003 \cdot 10^{-5}$ м²/с, $a_0 = 10^{-3}$ м (для воздуха); $C_l = 1500$ м/с, $\rho_{l0} = 10^3$ кг/м³, $\nu_l = 6 \cdot 10^{-6}$ м²/с, $T_0 = 293$ К, $p_0 = 0.1$ МПа (для воды). При расчетах для h_{z_0} , h_{r_0} и τ применялись следующие значения: $h_{z_0} = h_{r_0} = 10^{-3}$ м, $\tau = 10^{-7}$ с.

Рассмотрим случай, когда пузырьковый кластер сферической формы соприкасается с правой торцевой стенкой (см. рис. 1). Как и описано выше, в некоторый момент времени на нашу систему воздействуют импульсным давлением по направлению образующей канала. Длина и радиус канала равны $L_z = 0.5$ м и $R_c = 0.1$ м. Амплитуда волнового импульса $\Delta p_{l0} = 0.5$ МПа.

Показания датчиков, расположенных на оси канала и на стенке, представлены на рис. 2. В рас-

четах радиус пузырькового кластера R_{cl} принимал следующие значения: 0.025 м, 0.05 м, 0.075 м, 0.1 м. Объемное содержание пузырьков в кластере α_{g0} изменялось в диапазоне от 0.001 до 0.05. На графике рис. 2(а) представлены показания датчика, расположенного в середине сферического пузырькового кластера, а на рис. 2(б) — показания датчика, расположенного на торцевой границе на оси симметрии канала.

Из представленных результатов можно сделать вывод, что наибольшее давление внутри кластера фиксируется при радиусе кластера равном 0.025 м. Для всех остальных рассмотренных для данных параметров случаев датчик D_2 фиксирует значения давления ниже. Причем увеличение радиуса несущественно влияет на максимальное значение давления. Это можно объяснить следующим механизмом. Для представленных объемных содержаний скорость распространения волны в пузырьковой области мала (до 110 м/с), плюс к этому вносит свою диссипацию большой радиус. Несмотря на то, что на границе пузырькового кластера фиксируется постоянное воздействие волнового сигнала, из-за большого расстояния до середины завесы и малой скорости распространения волны кластер гасит волновые возмущения, которые распространяются к середине. Большой радиус пузырькового кластера играет двоякую роль. Как следует из показаний датчика D_2 , предмет, помещенный в середину пузырькового кластера чувствует небольшое увеличение волнового воздействия для $\alpha_g \leq 0.02$ и практически не чувствует воздействия

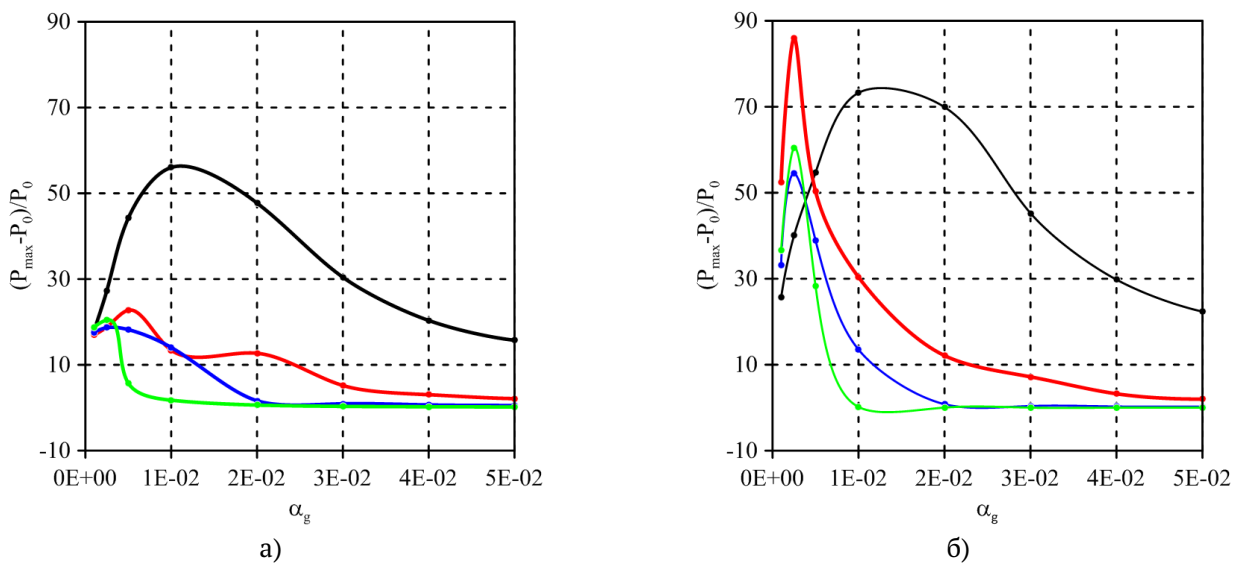


Рис. 2. Максимальное отношение разности давлений к начальному давлению при радиусе завесы $R_{cl} = 0.025$ м (черный), 0.05 м (красный), 0.075 м (синий) и 0.1 м (зеленый): а) показания датчика D_2 , б) показания датчика D_3

для $\alpha_g > 0.02$. При этом, если посмотреть показания датчика D_3 , то видим, что воздействие на твердую стенку за кластером носит совсем иной характер. Воздействие для всех рассмотренных случаев практически одинаково. Отметим отдельно случай, когда радиус кластера равен половине радиуса канала. Здесь фиксируется максимальное значение давления на торцевой стенке. Наряду с тем, что основная волна «огибает» кластер, со стороны кластера движется вторичная волна, сгенерированная «дыханием» кластера. суммарное воздействие этих двух волн дает максимальное воздействие. В остальных случаях данное воздействие носит чуть меньший характер (см. рис. 2(б)).

5. Заключение

Исследована динамика волн типа «ступенька» в канале с водой, содержащей сферический пузырьковый кластер с начальным объемным содержанием в диапазоне от 0.001 до 0.05. Получены значения максимального воздействия на торцевую стенку в зависимости от объемного содержания при четырех значениях радиуса кластера. На основе численных расчетов и согласно рис. 2 установлены следующие закономерности:

- при определенных параметрах кластера происходит фокусировка волны давления на торцевой стенке оси цилиндрического канала;
- увеличение радиуса кластера приводит к уменьшению амплитуды волны в середине кластера, но к увеличению амплитуды волны, которая воздействует на торцевую стенку трубы за кластером.

Список литературы

- [1] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Т. 1, 2. М.: Наука, 1987. 360 с., 464 с.
- [2] Кедринский В.К. Гидродинамика взрыва: эксперимент и модели. Новосибирск: изд-во СО РАН, 2000. 435 с.
- [3] Галимзянов М.Н. Динамика импульсного сигнала в цилиндрическом канале с жидкостью, содержащем сферический пузырьковый кластер // Вестник Башкирского университета. 2022. Т. 27, № 2. С. 275–286.
DOI: [10.33184/bulletin-bsu-2022.2.5](https://doi.org/10.33184/bulletin-bsu-2022.2.5)
- [4] Шагапов В.Ш., Вахитова Н.К. Волны в пузырьковой системе при наличии химических реакции в газовой фазе // Физика горения и взрыва. 1989. № 6. С. 14–22.
https://www.sibran.ru/journals/issue.php?ID=120135&ARTICLE_ID=135857
- [5] Галимзянов М.Н. Волны давления в трубе, заполненной жидкостью при наличии в ней пузырьковой области в форме тора // Многофазные системы. 2021. Т. 16, № 3–4. С. 112–120.
DOI: [10.21662/mfs2021.3.015](https://doi.org/10.21662/mfs2021.3.015)



Study of pressure wave dynamics in a channel with a spherical bubble cluster

Fattakhov S.R.

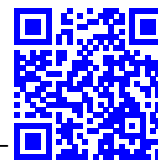
Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia

The features of wave propagation in a bubbly liquid are associated with the combined interaction of nonlinear, dispersive, and dissipative effects. In a liquid with bubbles, the properties of a practically incompressible liquid, which is a carrier phase, change dramatically with a small volume (and even more so, mass) addition of gas (bubbles), which is a dispersed phase. The peculiarity of bubbly liquids is due to their high static compressibility while maintaining a high density close to that of the liquid, which in turn leads to a low equilibrium speed of sound. In this paper, we study two-dimensional axisymmetric wave perturbations in a channel with water containing a spherical cluster filled with a water-air bubble mixture and located at one of the end boundaries. Based on the results of numerical calculations, the dependence of the maximum pressure amplitude formed in the channel on the geometrical parameters of the cluster is analyzed. It has been established that the presence of a near-end bubble cluster can significantly both increase and decrease the effect of the wave signal incident on the wall, depending on the size of the cluster and its characteristics.

Keywords: cylindrical channel, bubble cluster, bubble liquid, pressure wave, spherical bubble cluster

References

- [1] Nigmatulin R.I. Dynamics of Multiphase Media. New York: Hemisphere, 1991. Vols. 1 and 2. P. 360 and P. 464.
- [2] Kedrinskii V.K. Gidrodinamika vzryva: eksperiment i modeli [Explosion hydrodynamics: experiment and models]. Novosibirsk: Izd-vo SO RAN, 2000 (in Russian).
- [3] Galimzyanov M.N. Dynamics of a pulsed signal in a cylindrical channel with a liquid containing a spherical bubble cluster // Vestnik Bashkirskogo Universiteta. 2022. V. 27, No. 2. Pp. 275–286 (in Russian).
DOI: [10.33184/bulletin-bsu-2022.2.5](https://doi.org/10.33184/bulletin-bsu-2022.2.5)
- [4] Shagapov V.Sh., Vakhitova N.K. Waves in a bubble system in the presence of gas-phase chemical reactions // Combust Explos Shock Waves. 1989. V. 25. Pp. 669–677.
DOI: [10.1007/BF00758728](https://doi.org/10.1007/BF00758728)
- [5] Galimzyanov M.N. Pressure waves in a tube filled with a liquid with a bubble region in it in the form of a torus // Multiphase Systems. 2021. V. 16, No. 3–4. Pp. 112–120 (in Russian).
DOI: [10.21662/mfs2021.3.015](https://doi.org/10.21662/mfs2021.3.015)



Акустическая устойчивость перегретой жидкости с парогазовыми пузырьками

Сафиуллин А.Р.

Уфимский университет науки и технологий, Уфа

Известно, что физико-химические свойства жидкостей в метастабильном состоянии в основном определяются наличием в их составе различных включений, например, газовых пузырьков или твердых частиц и установлено, что при механическом и тепловом равновесиях состояние жидкости с распределенными по объему газовыми пузырьками из-за действия капиллярных сил на межфазной поверхности всегда перегретое. В настоящей работе рассмотрено распространение слабых возмущений в перегретой водовоздушной пузырьковой среде, когда в пузырьках помимо пара воды присутствует инертный газ (например, воздух), не участвующий в фазовых переходах. Для описания рассматриваемых задач используется система уравнений, состоящая из законов сохранения массы, числа пузырьков, уравнений импульсов, уравнения Рэлея–Ламба, уравнения теплопроводности и диффузии. Решение ищется в виде затухающей бегущей волны. На основе решения дисперсионного уравнения построены карты зон устойчивости рассматриваемых систем в зависимости от величины перегретости жидкости на плоскости «объемное содержание – радиус пузырьков».

Ключевые слова: перегретая жидкость, пузырьки, фазовый переход, гармонические волны, фазовая скорость, коэффициент затухания

1. Введение

Из научной литературы известно, что физико-химические свойства жидкостей в метастабильном состоянии в основном определяются наличием в их составе различных включений, например, газовых пузырьков или твердых частиц [1]. В работе [2] получено критическое условие для радиуса пузырьков и их объемного содержания в зависимости от вида жидкости и значения давления жидкости, при этом парожидкостная система находится в состоянии устойчивого равновесия. Так как многофазные потоки (например, перегретые жидкости) часто встречаются в промышленности и химических производствах, вопрос безопасности данных производств встает особенно остро. Одной из причин возникновения чрезвычайных ситуаций может являться волновое воздействие на такие среды, поэтому анализ взаимодействия волн с границей

раздела и выявление закономерностей устойчивости многофазных потоков может способствовать повышению безопасности производства.

В настоящей работе рассмотрены особенности распространения звука и развития неустойчивости в перегретой жидкости, содержащей газы зародыши, в зависимости от степени ее перегрева, определяемой как $\Delta T_0 = T_0 - T_s(p_0)$.

2. Постановка задачи и основные уравнения

Пусть на плоскую границу раздела между «чистой» и газонасыщенной жидкостями падает плоская гармоническая волна. Будем полагать, как и в случае обычных однофазных сред, что отраженная от границы и преломленная волны являются плоскими гармоническими волнами [3]. В газонасыщенной жидкости, находящейся при температуре T_0 и давлении p_0 , имеются сферические пузырьки радиусом a_0 , которые содержат пар и нерастворимый в жидкой фазе газ. Рассмотрим двумерные

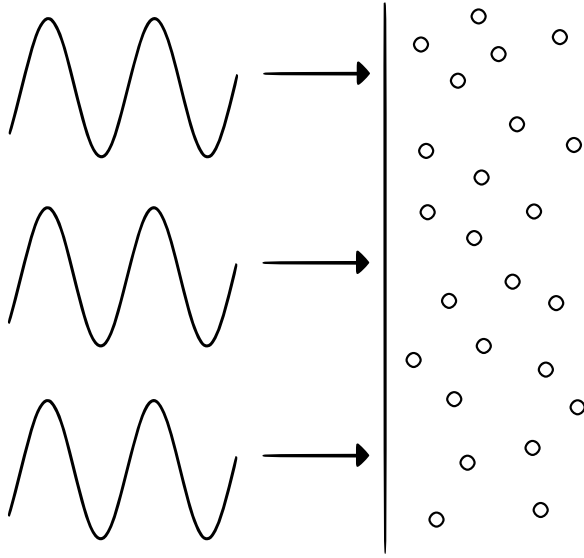


Рис. 1. Схема расчетной области

акустические волны. Ось Ox направим перпендикулярно к плоскости раздела между однофазной и двухфазной средами в сторону жидкости, а начало координат положим на границе раздела (рис. 1).

Для описания свойств акустических волн примем систему основных уравнений, состоящую из приведенного закона сохранения массы, числа пузырьков, уравнений импульсов, уравнения Рэлея–Ламба, уравнения теплопроводности и диффузии [4]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_l^2} \frac{\partial p_l}{\partial t} + \rho_{l0}^0 \frac{\partial u}{\partial x} - 3\rho_{l0}^0 \frac{\alpha_0}{a_0} \frac{\partial a}{\partial t} &= 0, \\ \frac{dn}{dt} + n \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \rho_{l0}^0 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p_l}{\partial x} &= 0, \\ \rho_{l0}^0 a_0 \frac{\partial^2 a}{\partial t^2} + 4 \frac{\rho_{l0}^0 \nu_l^{\text{II}}}{a_0} \frac{\partial a}{\partial t} = p_g - p_l + \frac{2\sigma}{a_0^2} a, \\ p_g &= p_v + p_a, \quad \alpha_0 = \frac{4}{3} \pi n_0 a_0^3, \end{aligned}$$

где индексы l, v, g относятся к параметрам жидкости, пара и газа, а нижний индекс «0» соответствует начальному состоянию; C_l — скорость звука в жидкости; p_l — давления в жидкости; t — время; ρ_{l0}^0 — истинные плотности жидкости; u — скорость среды; α_0 — начальные объемные содержания фаз; a — радиус пузырьков; n_0 — число пузырьков в единице объема; ν_l^{II} — кинематическая вязкость жидкости; p_g — давления в пузырьке; σ — коэффициент поверхностного натяжения.

Полная система уравнений, начальные и граничные условия подробно представлены в [5].

3. Дисперсионный анализ

Решение вышеприведенной системы уравнений будем искать в виде затухающей бегущей волны:

$$\begin{aligned} p_l, p_g, u, a &\sim e^{i(Kx - \omega t)}, \\ T_l' &= T_l(r) e^{i(Kx - \omega t)}, \quad T_g' = T_g(r) e^{i(Kx - \omega t)}, \\ k' &= k(r) e^{i(Kx - \omega t)}, \\ (K &= k + i\delta, \quad C_p = \omega/k, \quad i = \sqrt{-1}), \end{aligned}$$

где K — волновой вектор; δ — коэффициент затухания; C_p — фазовая скорость волны.

Возмущения, соответствующие падающей, отраженной и прошедшей волнам, снабдим верхними значками (0), (r) и (s). В рамках принятой модели пузырьковой жидкости вязкостные и теплообменные процессы учитываются лишь при межфазных взаимодействиях, смесь односкоростная, тензор напряжений — шаровой, поведение жидкости изотермическое, поэтому на границе $x = 0$, как и в случае однофазных сред, можно ограничиться двумя граничными условиями — непрерывности давления и нормальной компоненты скорости:

$$p^{(0)} + p^{(r)} = p^{(s)}, \quad u^{(0)} + u^{(r)} = u^{(s)}.$$

Здесь $u^{(0)}, u^{(r)}$ и $u^{(s)}$ — возмущения скорости, соответствующие плоским падающим, отраженным и прошедшим волнам. Тогда для падающей, отраженной и прошедшей волн можем записать:

$$\begin{aligned} p^{(0)} &= A_p^{(0)} \exp [i(K^{(0)} - \omega t)], \\ p^{(r)} &= A_p^{(r)} \exp [i(K^{(r)} - \omega t)], \\ p^{(s)} &= A_p^{(s)} \exp [i(K^{(s)} - \omega t)]. \end{aligned}$$

Для волновых чисел $K^{(0)}$ и $K^{(r)}$ имеет место $K^{(0)} = K^{(r)} = \omega/C_\ell$.

С учетом этого волновое число $K^{(s)}$ определяется из дисперсионного уравнения.

Из условия существования решения такого вида с учетом эффектов акустической разгрузки пузырьков [6] получим дисперсионное уравнение для пузырьковой жидкости:

$$\frac{K^2}{\omega^2} = \frac{(1 - \alpha_{g0})^2}{C_l^2} + 3 \frac{\rho_{l0}^0 \alpha_{g0} (1 - \alpha_{g0})}{\psi}.$$

Для этого уравнения вывод и основные обозначения представлены в [5].

Таблица 1. Теплофизические параметры, используемые в численных расчетах

Параметры	Синий	Оранжевый	Зеленый	Красный
p_0 , МПа	1.6	2.3	3.3	4.7
T_0 , К	473	493	513	533
$\nu_l \cdot 10^6$, м ² /с	0.158	0.148	0.141	0.135
ρ_{v0} , кг/м ³	7.862	11.62	16.76	23.72
ρ_{l0} , кг/м ³	863	840.3	813.6	784
c_{air} , Дж/кг·К	1025	1030	1035	1040
c_v , Дж/кг·К	3023	3408	3881	4468
c_l , Дж/кг·К	4505	4614	4766	4949
$\lambda_{air} \cdot 10^2$, м·кг/К·с ³	3.93	4.1	4.2	4.3
$\lambda_v \cdot 10^2$, м·кг/К·с ³	3.547	3.896	4.291	4.803
$\lambda_l \cdot 10^2$, м·кг/К·с ³	66.3	64.5	62.8	60.5
$L \cdot 10^{-3}$, Дж/кг	1945.7	1858.2	1759.7	1652.5
$\sigma \cdot 10^3$, Н/м	37.67	33.16	28.55	23.74

Для пузырьковой жидкости, описанной выше, в [7] определено условие для границы устойчивых и неустойчивых состояний:

$$\alpha_0 = \left(\frac{2}{3} \frac{\sigma}{p_{g0} a_0} - (1 - k_0) H_a \right) \frac{\beta}{k_0 \gamma'},$$

$$\beta = (\gamma - 1) \eta H_v \chi^2,$$

$$H_a = \frac{B_a}{B_{g0}}, \quad H_v = \frac{B_v}{B_{g0}}, \quad \eta = \frac{\rho_{l0}^0 c_l}{\rho_{g0}^0 c_g}, \quad \chi = \frac{c_g T_0}{L},$$

где k_0 — массовая доля пара в пузырьках; γ — показатель адиабаты для газа; B_a , B_v и B_{g0} — приведенные газовые постоянные для газа, пара и всего пузырька; c_l и c_g — теплоемкость воды и пузырька; L — удельная теплота парообразования; T_0 — начальная температура в среде.

В случае отсутствия газа в пузырьках получим [7]:

$$\alpha_0 = \frac{2}{3} \frac{\sigma}{\rho_{l0}^0 a_0 C_L^2}, \quad C_L = \frac{\rho_{g0}^0 L}{\rho_{l0}^0 \sqrt{c_l T_0}},$$

где C_L — скорость звука Ландау [8].

4. Результаты численных расчетов

На основе представленных уравнений были выполнены численные расчеты, которые проводились при теплофизических параметрах представленных в табл. 1.

Здесь также принималась скорость звука в воде $C_l = 1500$ м/с. Остальные необходимые параметры вычисляются.

На рис. 2 представлена карта зон устойчивости для четырех различных начальных давлений в

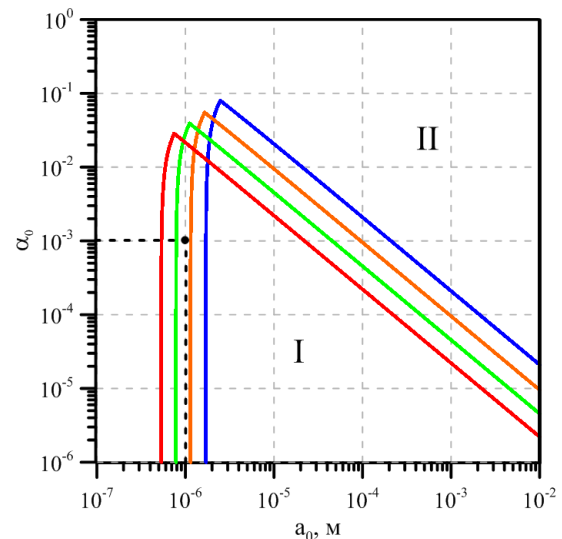


Рис. 2. Карта зон устойчивости в зависимости от начального давления в смеси: синий цвет — 1.6 МПа; оранжевый — 2.3 МПа; зеленый — 3.3 МПа и красный — 4.7 МПа

среде. Синим цветом показаны результаты для начального давления 1.6 МПа; оранжевым — 2.3 МПа; зеленым — 3.3 МПа и красным — 4.7 МПа. Начальное объемное содержание пузырьков в расчетах бралось равным $\alpha_0 = 10^{-3}$ (такое же для рис. 3) и начальная перегретость смеси равна $\Delta T_0 = 1$ К. На представленном рисунке левая граница (возрастающая линия) отвечает за пузырьковую смесь с увеличивающимся паросодержанием. Правая граница (убывающая линия) отвечает за смесь с паросодержанием равным единице. Внутренняя часть (обозначенная на рисунке римской буквой I) соответствует неустойчивому состоянию, а внешняя (обозначенная на рисунке римской буквой II) — устойчивому.

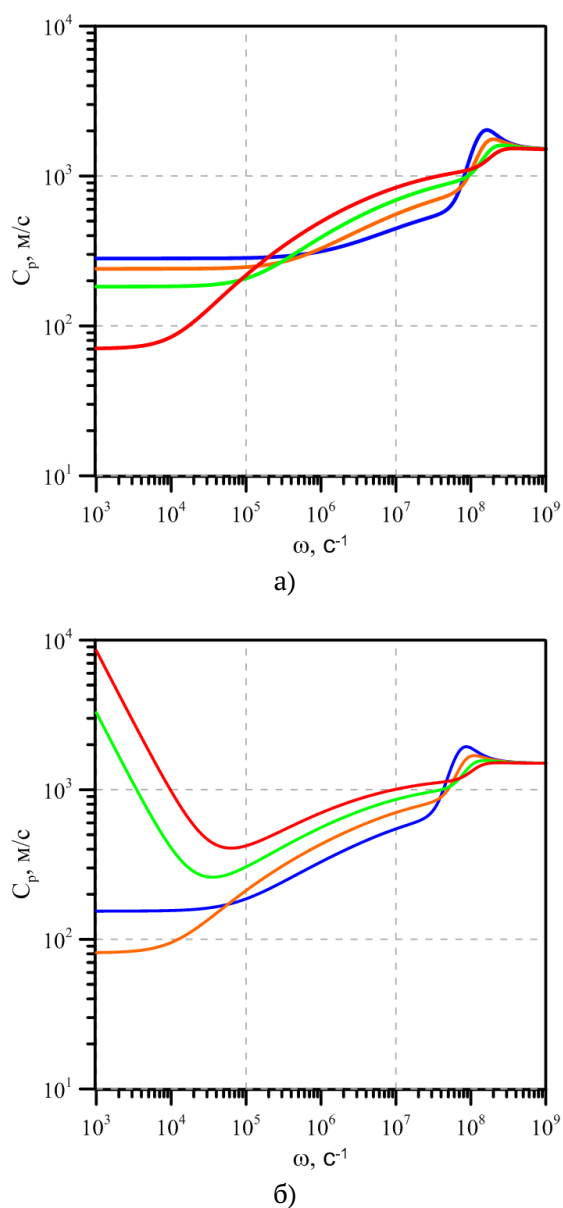


Рис. 3. Зависимость фазовой скорости от частоты возмущений для двух значений начального радиуса пузырьков: $a_0 = 5 \cdot 10^{-7}$ м (а) и $a_0 = 10^{-6}$ м (б)

чивому состоянию. Видно, что с ростом начального давления граница зоны устойчивости смещается левее и опускается ниже, тем самым увеличивая зону устойчивости.

На рис. 3 показаны зависимости фазовой скорости от частоты возмущений для двух начальных значений радиуса пузырьков. Верхний график представлен для радиуса пузырька равного $a_0 = 5 \cdot 10^{-7}$ м, а нижний — для $a_0 = 10^{-6}$ м. Из рис. 3 видно, что радиус $a_0 = 5 \cdot 10^{-7}$ м попадает в зону устойчивости для всех рассмотренных че-

тырех начальных давлений, а радиус $a_0 = 10^{-6}$ м только для двух: 1.6 МПа и 2.3 МПа. На нижнем графике рис. 3 видно, что для радиуса $a_0 = 10^{-6}$ м кривые для указанных выше давлений ведут себя немонотонно в низкочастотной области. Для радиуса $a_0 = 5 \cdot 10^{-7}$ м получаем гладкие графики для фазовой скорости, которые в предельном случае подтверждают ранее полученные результаты других авторов.

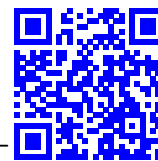
Результаты, полученные в настоящей работе, являются продолжением исследований из [7].

5. Заключение

На основе аналитических и численных расчетов построена карта зон устойчивости пузырьковой парогазожидкостной смеси в зависимости от величины начального давления в смеси. Установлено, что увеличение начального давления смеси приводит к росту зоны устойчивости. Согласно полученной карте показано, что для параметров смеси, не соответствующих зоне устойчивости, фазовая скорость имеет вид немонотонной функции в низкочастотной области.

Список литературы

- [1] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Т. 1, 2. М.: Наука, 1987. 360 с., 464 с.
- [2] Вахитова Н.К., Шагапов В.Ш. О распространении малых возмущений в парожидкостных пузырьковых средах // Прикладная механика и техническая физика. 1984. № 5. С. 34–43. <https://sibran.ru/upload/iblock/71a/71a1de7a615a2b166abb82f311fe4a3c.pdf>
- [3] Исакович М.А. Общая акустика. М.: Наука, 1973. 502 с.
- [4] Шагапов В.Ш., Галимзянов М.Н., Вдовенко И.И. Акустика и устойчивость перегретой жидкости с газовыми зародышами // Прикладная механика и техническая физика. 2019. Т. 60, № 3. С. 85–95. DOI: 10.15372/PMTF20190309
- [5] Шагапов В.Ш., Галимзянов М.Н., Вдовенко И.И., Хабеев Н.С. Особенности распространения звука в теплой воде с воздушными пузырьками // Инженерно-физический журнал. 2018. Т. 91, № 4. С. 912–921. EDN: XUKXWN
- [6] Нигматулин Р.И., Шагапов В.Ш., Вахитова Н.К. Проявление сжимаемости несущей фазы при распространении волны в пузырьковой среде // Докл. АН СССР. 1989. Т. 304, № 5. С. 1077–1081. MathNet: dan48504
- [7] Шагапов В.Ш., Галимзянов М.Н., Вдовенко И.И. Особенности устойчивости и акустических свойств перегретой жидкости с газовыми зародышами при повышении давления // Теплофизика высоких температур. 2019. Т. 57, № 5. С. 748–754. DOI: 10.1134/S0040364419050144
- [8] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Физматлит, 2006. 736 с.



Acoustic stability of a superheated liquid with vapor-gas bubbles

Safullin A.R.

Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia

It is known that the physicochemical properties of liquids in a metastable state are mainly determined by the presence of various inclusions in their composition, for example, gas bubbles or solid particles, and it has been established that, under mechanical and thermal equilibrium, the state of a liquid with gas bubbles distributed over the volume due to the action of capillary forces at the interface, always overheated. In this paper, we consider the propagation of weak perturbations in a superheated water-air bubbly medium, when, in addition to water vapor, the bubbles contain an inert gas (for example, air) that does not participate in phase transitions. To describe the problems under consideration, a system of equations is used, which consists of the laws of conservation of mass, the number of bubbles, momentum equations, the Rayleigh–Lamb equation, the equation of heat conduction and diffusion. The solution is sought in the form of a damped traveling wave. Based on the solution of the dispersion equation, maps of the stability zones of the systems under consideration were constructed depending on the magnitude of the liquid overheating on the plane "volume content – bubble radius".

Keywords: superheated liquid, bubbles, phase transition, harmonic waves, phase velocity, damping factor

References

- [1] Nigmatulin R.I. Dynamics of Multiphase Media. New York: Hemisphere, 1991. Vols. 1 and 2. P. 360 and P. 464.
- [2] Shagapov V.Sh., Vakhitova N.K. Propagation of Small Perturbations in Vapor-and-Liquid Bubbling Media // *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* 1984. V. 25. Pp. 682–691.
DOI: 10.1007/BF00909368
- [3] Isakov M.A. *Obshchaya akustika [General Acoustics]*, Moscow: Nauka, 1973. P. 502.
- [4] Shagapov V.Sh., Galimzyanov M.N., Vdovenko I.I. Acoustics and Stability of an Overheated Liquid with Gas Bubbles // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics.* 2019. V. 60, No. 3. P. 473–482.
DOI: 10.1134/S002189441903009X
- [5] Shagapov V.Sh., Galimzyanov M.N., Vdovenko I.I., Khabeev N.S. Realization of high pressures and temperatures in the gas phase of a bubble liquid flowing through a nozzle // *Journal of engineering physics and thermophysics.* 2018. V. 91, No. 4. P. 1206–1209.
DOI: 10.1007/s10891-007-0155-0
- [6] Nigmatulin R.I., Shagapov V.Sh., Vakhitova N.K. Manifestation of the Carrying Phase Compressibility During Propagation of a Wave in a Bubble Medium // *Doklady Akademii Nauk*, 1989. V. 304, No. 5. P. 1077–1081.
MathNet: dan48504
- [7] Shagapov V.Sh., Galimzyanov M.N., Vdovenko I.I. Characteristics of the stability and acoustic properties of superheated liquid with gas nuclei under increasing pressure // *High temperature.* 2019. V. 57, No. 5. P. 712–717.
DOI: 10.1134/S0018151X19050146
- [8] Landau L.D., Lifshitz E.M. *Gidrodinamika [Hydrodynamics]*. Moscow, Fizmatlit, 2006. P. 736.



Памяти Владислава Шайхулагзамовича Шагапова



17 марта 2023 года главному научному сотруднику Института механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, академику Академии наук Республики Башкортостан, доктору физико-математических наук, профессору, Заслуженному деятелю науки Республики Башкортостан и Российской Федерации, нашему коллеге Шагапову Владиславу Шайхулагзамовичу исполнилось бы 75 лет.

Шагапов Владислав Шайхулагзамович родился 17 марта 1948 года в деревне Новокутово Чекмагушевского района БАССР. После окончания школы в 1966–1971 гг. учился на механико-математическом факультете Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова. В 1974 году там же, одним из первых на курсе, защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук.

В 1978 году стал лауреатом обкома комсомола БАССР в области науки. Далее работал в Башкирском государственном университете (и до последнего времени с ним активно сотрудничал) до 1984 года. С 1984 года работал старшим научным сотруд-

ником в отделе физики и математики Башкирского филиала АН СССР. В 1988 году был приглашен в Тюменский научный центр Сибирского отделения РАН в качестве заведующего лабораторией. В 1989 году защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. В 1991 избран член-корреспондентом АН РБ. В 2012 году Шагапов В.Ш. был избран Академиком АН РБ. В 1993 году Владиславу Шайхулагзамовичу присвоено ученое звание профессора по кафедре механики многофазных систем.

Шагапов В.Ш. являлся с 1995 года главным научным сотрудником Института механики Уфимского научного центра РАН. С 1996 года работал в должности профессора, а с 2001 по 2005 годы — заведующим кафедрой «Прикладной математики и механики» в Стерлитамакской государственной педагогической академии. В 1998 году стал дипломантом конкурса «Соросовский профессор». С 2004 по 2015 года работал заведующим кафедрой «Прикладной математики и механики» Бирского филиала Башкирского государственного университета.

В Уфе, Стерлитамаке, Салавате, Бирске, Москве и других городах России функционируют научно-исследовательские группы, в составе которых работают его ученики по различным аспектам физико-химической механики гетерогенных систем. Владиславом Шайхулагзамовичем Шагаповым подготовлено более 55 кандидатов наук и 7 докторов наук. За время своей педагогической деятельности читал основные и специальные курсы лекций по следующим дисциплинам: теоретическая механика, классическая механика, механика сплошных сред, волновая динамика, динамика гетерогенных систем. Автор более 300 научных трудов и авторских свидетельств, среди которых 10 изобретений. В 2016 году им была выпущена монография «Динамика образования и разложения гидратов в системах добычи, транспортировки и хранения газа», которая не имеет аналогов в мире.



Сфера научных интересов В.Ш. Шагапова включает в себя следующие направления:

- Волновая динамика газожидкостных систем;
- Акустика насыщенных пористых сред;
- Фильтрационные течения с фазовыми превращениями;
- Гидродинамика двухфазных потоков со склеротическими осложнениями;
- Математическое моделирование химических реакторов;
- Динамика атмосферных выбросов.

Шагаповым В.Ш. развита теория нелинейных и детонационных волн в неоднородных пузырьковых жидкостях. Установлено, что за счет двухфазных и нелинейных эффектов возможно инициирование детонации в жидкости с горючей газовой смесью в пузырьках при гораздо меньших амплитудах первоначального волнового импульса, чем это имеет место в одномерных процессах. В пузырьковых шнурах, находящихся в неограниченном объеме жидкости, могут устойчиво распространяться детонационные солитоны в случае, если радиус шнура превышает некоторое критическое значение, зависящее от параметров пузырьковой смеси (размер, объемная концентрация пузырьков, состав горючей смеси). Из-за действия капиллярных сил на межфазной поверхности в большинстве случаев состояние парожидкостной пузырьковой системы неустойчиво и в этой связи область применения формулы Ландау для равновесной скорости весьма ограничена.

Разработаны теоретические основы дистанционного и локального способов акустического зондирования прискважинных зон открытых участков

газовых и нефтяных скважин. Эти способы позволяют оперативно анализировать состояние коллекторов в призабойных зонах по отраженным сигналам, а также по эволюции акустических сигналов на проницаемых участках скважин. Кроме того, предложенный метод опрессовки с введением газа позволяет по темпу релаксации давления определить проницаемость призабойной зоны.

Построена теория разрушения и образования газогидратов в пористых средах. Установлено, что в отличие от плавления обычных твердых тел, когда фазовые переходы происходят на фронтальных границах, разложение газогидратов может происходить в объемных зонах. Обобщена теория Стефана для задач с фазовыми переходами в пористых средах. На основе анализа решения задачи о тепловом ударе показано, что нагрев пористой среды может приводить к сильному повышению давления (порядка тысячи атмосфер). Причем высвобождение энергии при таком ударе может сопровождаться выбросом огромной массы газа. Развита теория инъекции теплоносителей в пористые среды применительно к проблеме доставки тепла из геотермальных резервуаров, а также извлечение углеводородных систем из битумных залежей. Предложенная схема «газового подшипника» позволила объяснить явление «сверхтекучести», наблюдаемое в экспериментах по фильтрации газонасыщенной жидкости.

Развита теория гидравлики двухфазных потоков, сопровождающейся образованием склеротических бляшек на стенках каналов для процессов в трубчатых печах, используемых в нефтепереработке, при добыче нефти и газа в осложненных горно-климатических условиях и транспортировке газа по трубопроводам. На основе этой теории показано, что даже только за счет определенной технологической культуры эксплуатации гидравлических систем можно исключить образование твердой фазы на стенках каналов.

Созданы теоретические основы для ряда химико-технологических процессов, таких как обжиг известняка в коксовой печи, сушка ленточного каучука, получение хлорорганических продуктов в трубчатых или барботажных реакторах. Эти методы расчета служат базой при определении оптимальных режимов функционирования реакторов с точки зрения экономии топлива и глубины превращений.

Изучено распространение и накопление атмосферных выбросов, представляющих собой аэрозольные системы и смеси тяжелых газов, температуры которых значительно отличаются от температуры окружающей атмосферы. Установлено,

что не только наблюдаемая конфигурация образовавшихся при выбросах облаков, но и свойства их плавучести определяются фазовыми переходами, содержащимися в составе выбросов водяного пара.

За многолетнюю и плодотворную работу в сфере науки и образования Владислав Шайхулагзамович Шагапов награжден Почетной Грамотой Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук, Почетной Грамотой Российской академии наук, Почетной Грамотой Академии наук Республики Башкортостан, Почетной Грамотой Администрации городского округа город Уфа Республики Башкортостан, Почетной Грамотой городского округа город Уфа Республики Башкортостан и имеет звания Заслуженный деятель науки Республики Башкортостан и Заслуженный деятель науки Российской Федерации.

Творческий путь Владислава Шайхулагзамовича является ярким примером преданности своей профессии, башкирской и российской науке.

Светлая память о Шагапове Владиславе Шайхулагзамовиче — выдающемся ученом, прекрасном учителе, верном друге и замечательном человеке — навсегда сохранится в наших сердцах.

Защищенные доктора наук

1. Хлесткина Нина Михайловна «Разработка теоретических основ волновой технологии акустического метода исследования коллекторских свойств пластов» (2001 г.).
2. Гималтдинов Ильяс Кадилович «Двумерные волны в пузырьковой жидкости» (2005 г.).
3. Баянов Ильмир Масуилович «Динамика многофазных выбросов в приземном слое атмосферы» (2008 г.).
4. Мусакаев Наиль Габсалямovich «Двухфазные течения с физико-химическими превращениями в каналах и пористых средах в задачах нефтегазовой механики» (2012 г.).
5. Хусаинов Исмагилян Гарифьянович «Динамика акустических возмущений и фильтрационных полей в насыщенных пористых средах и перфорированных скважинах» (2016 г.).
6. Чиглинцева Ангелина Сергеевна «Гидродинамические и теплофизические основы процессов разложения и образования газогидрата метана в технологиях добычи и хранения природного газа» (2017 г.).
7. Галиакбарова Эмилия Вильевна «Теоретические основы процессов очистки, перемешивания и волнового зондирования в технологиях подготовки, хранения и транспортировки углеводородных систем» (2021 г.).

Защищенные кандидаты наук

1. Вахитова Наиля Канзафаровна «Численное исследование нестационарных и волновых процессов в жидкостях с пузырьками газа и пара» (1988 г.).
2. Хлесткина Нина Михайловна «Акустика каналов с пористыми и проницаемыми стенками» (1994 г.).
3. Сыртланов Виль Ромэнович «Некоторые особенности фильтрации многофазных систем в пористых средах при наличии фазовых переходов» (1994 г.).
4. Мусакаев Наиль Габсалямovich «Математическое моделирование работы скважины в осложненных условиях» (1996 г.).
5. Гимранова Гузель Асгатовна «Эволюция волн на проницаемых участках каналов, окруженных пористой средой» (1996 г.).
6. Галиакбарова Эмилия Вильевна «Некоторые автомодельные задачи фильтрации при разложении газогидратов в пористых средах» (1997 г.).
7. Гималтдинов Ильяс Кадилович «Динамика волн в жидкостях и газах при наличии двухфазных зон» (1998 г.).
8. Насырова Ляля Ахметовна «Некоторые автомодельные задачи процессов фильтрации в пористых средах с фазовыми переходами» (1999 г.).
9. Егоров Борис Александрович «Газожидкостные потоки в трубчатых каналах с физико-химическими превращениями» (2000 г.).
10. Костомаров Юрий Валерьевич «Фильтрация кипящей жидкости в пористой среде» (2000 г.).
11. Булатова Зульфия Абдрахмановна «Теория акустического зондирования прискважинных областей проницаемых горных пород» (2002 г.).
12. Галиаскарова Гузель Рафкатовна «Динамика накопления и распространения выбросов отрицательной плавучести вдоль земной поверхности» (2002 г.).

13. Гудкова Ольга Сергеевна «Динамика двухфазных потоков, сопровождаемых фазовыми превращениями, в атмосфере» (2002 г.).
14. Ильясов Урал Рафкатович «Фильтрационные течения с фазовыми переходами при наличии интенсивных тепловых потоков» (2003 г.).
15. Потапов Александр Анатольевич «Математическое моделирование процессов тепловоздействия на пористые среды, насыщенные газогидратом» (2004 г.).
16. Мухаметшин Салават Мидхатович «Растекание тяжелых атмосферных выбросов с учетом ландшафта местности» (2004 г.).
17. Галимзянов Марат Назипович «Динамика двумерных волн в пузырьковой жидкости» (2004 г.).
18. Гильмуллин Марат Заянович «Численное исследование распространения тяжелых газовых выбросов методом крупных частиц» (2004 г.).
19. Ахмадуллин Фаниль Фанзилевич «Динамика детонационных волн в неоднородной пузырьковой жидкости» (2005 г.).
20. Буркин Максим Васильевич «Многофазная модель процесса обжига известняка в коксовой печи» (2005 г.).
21. Дмитриев Владислав Леонидович «Распространение линейных волн в насыщенных пористых средах с учетом межфазного теплообмена» (2005 г.).
22. Уразов Руслан Рубикович «Динамика накопления и диссоциации газогидратных отложений в действующих газопроводах» (2005 г.).
23. Хафизов Рустем Марварович «Динамика релаксации давления в полости, окруженной пористой и проницаемой средой, после опрессовки» (2005 г.).
24. Баязитова Алина Разифовна «Моделирование двумерных волн в пузырьковой жидкости в случае цилиндрической симметрии» (2006 г.).
25. Рахматуллин Ильдар Раушанович «Инжекция пара в пористую среду, насыщенную газом» (2005 г.).
26. Каримов Альберт Фларисович «Исследование динамики газовых выбросов с учетом теплопереноса» (2007 г.).
27. Лепихин Сергей Анатольевич «Волновые течения пузырьковой жидкости в каналах переменного сечения» (2007 г.).
28. Султанов Айдар Шакурович «К акустической теории взаимодействия ударной волны с пористой средой» (2007 г.).
29. Хамидуллин Ильдар Раифович «Динамика парогидратного облака с фазовыми превращениями» (2007 г.).
30. Хасанов Марат Камилевич «Особенности образования и разложения газогидратов в пористой среде» (2007 г.).
31. Хузина Фанира Рифовна «Об истечении вскипающей жидкости из трубчатого канала и емкости конечного объема» (2007 г.).
32. Щеглов Андрей Владимирович «Динамика акустических волн в каналах с перфорированными стенками» (2007 г.).
33. Чиглинцева Ангелина Сергеевна «Течение газожидкостного потока в каналах, находящихся в газогидратных массивах» (2008 г.).
34. Нурисламов Олег Робертович «Некоторые пристеночные и фильтрационные автомодельные течения с фазовыми переходами» (2009 г.).
35. Чиглинцев Игорь Александрович «Волны в пузырьковой жидкости с образованием газогидрата» (2010 г.).
36. Игошин Дмитрий Евгеньевич «Исследование конвективно-диффузионных режимов массопереноса при тепловом воздействии на влажные пористые среды» (2010 г.).
37. Шагиева Файруза Ингелевна «Термогидродинамические процессы при инъекции газа в насыщенную льдом (парафином)» (2011 г.).
38. Столповский Максим Владимирович «Численное исследование процессов образования и разложения газовых гидратов в пористых средах конечной протяженности» (2011 г.).
39. Гильманов Салават Ахатович «Моделирование распространения и накопления жидких сбросов» (2011 г.).
40. Ишмухаметова Аида Асфановна «Эволюция импульсных сигналов в скважине, имеющей перфорированный участок» (2012 г.).

41. Хабибуллина Айгуль Ринатовна «Фильтрация с фазовыми переходами при депрессионном воздействии на геотермальные и газогидратные пласты» (2013 г.).
42. Юмагулова Юлия Александровна «Динамика давления в замкнутых объемах вследствие фазовых переходов при тепловых нагрузках» (2013 г.).
43. Запивахина Марина Николаевна «Течения в пористых средах при нагнетании воды или газа» (2013 г.).
44. Коледин Виктор Владимирович «Развитие неустойчивости паровых, газовых и парогазовых пузырьков в перегретой жидкости» (2013 г.).
45. Ялаев Андрей Витальевич «К теории объемного вскипания жидкости при снижении давления» (2013 г.).
46. Тазетдинов Булат Ильгизович «Особенности образования и разложения газогидратов в водных и газовых средах» (2014 г.).
47. Сарапулова Вероника Владимировна «Особенности отражения и преломления звука на границе раздела однофазной и двухфазной систем» (2014 г.).
48. Русинов Алексей Александрович «Особенности всплытия газовых пузырьков в воде в условиях стабильности гидрата и процесса извлечения газа из гидратных пластов» (2015 г.).
49. Кунсбаева Гульназ Абдулхаковна «Математическое моделирование процессов переработки и синтеза газогидратов в трубчатых реакторах» (2016 г.).
50. Дударева Ольга Владимировна «Особенности фильтрации в низкопроницаемых коллекторах» (2016 г.).
51. Рафикова Гузаль Ринатовна «Математическое моделирование образования газогидратов в пористых средах с учетом диффузионной кинетики» (2017 г.).
52. Насыров Азат Аскатович «Моделирование функционирования подводного «куполо – сепаратора», предназначенного для разделения газированной нефти в условиях гидратообразования» (2019 г.).
53. Нагаева Зия Мунировна «К теории фильтрационных волн давления в трещине, находящейся в пористой и проницаемой среде» (2019 г.).
54. Гиззатуллина Алина Азатовна «Исследование фильтрации высоковязкой нефти в пласте с горизонтальной скважиной при тепловом воздействии» (2019 г.).
55. Хакимова Зульфия Разифовна «К теории акустического сканирования наземных и подземных трубопроводов и резервуаров» (2021 г.).

Избранные труды

- [1] Айдагулов Р.Р., Хабеев Н.С., Шагапов В.Ш. Структура ударной волны в жидкости с пузырьками газа с учетом нестационарного межфазного теплообмена // Прикладная механика и техническая физика. 1977. № 3. С. 67–74.
- [2] Вахитова Н.К., Шагапов В.Ш. О распространении малых возмущений в парожидкостных пузырьковых средах // Прикладная механика и техническая физика. 1984. № 5. С. 34–43.
- [3] Шагапов В.Ш. К теории распространения звука в тумане // Известия Академии наук СССР. Физика атмосферы океана. 1988. Т. 24. № 5. С. 506–512.
- [4] Нигматулин Р.И., Шагапов В.Ш., Вахитова Н.К. Проявление сжимаемости несущей фазы при распространении волн в пузырьковой среде // Доклады Академии наук СССР. 1989. Т. 304, № 5. С. 1077–1081.
- [5] Шагапов В.Ш. О фильтрации газированной жидкости // Прикладная механика и техническая физика. 1993. Т. 34, № 3. С. 97–105.
- [6] Хлесткина Н.М., Шагапов В.Ш. Акустика каналов с пористыми и проницаемыми стенками // Прикладная механика и техническая физика. 1996. Т. 37, № 5. С. 82–92.
- [7] Шагапов В.Ш., Мусакаев Н.Г. Теоритическое моделирование работы газонефтяной скважины в осложненных условиях // Прикладная механика и техническая физика. 1997. Т. 8, № 2. С. 125–134.
- [8] Нигматулин Р.И., Шагапов В.Ш., Сыртланов В.Р. Автомодельная задача о разложении газогидратов в пористой среде при депрессии и нагреве // Прикладная механика и техническая физика 1998. Т. 39, № 3. С. 111–118.
- [9] Нигматулин Р.И., Шагапов В.Ш., Галеева Г.Я. Вынужденные нелинейные колебания газового пузырька в большой сферической колбе (резонаторе), заполненной жидкостью // Прикладная механика и техническая физика. 1998. Т. 39, № 5. С.77–87
- [10] Шагапов В.Ш., Галеева Г.Я. Взрывное истечение газонасыщенной жидкости из трубчатых каналов и емкостей // Прикладная механика и техническая физика. 1999. Т. 40, № 1. С. 64–73.
- [11] Нигматулин Р.И., Шагапов В.Ш., Насырова Л.А «Тепловой удар» в пористой среде, насыщенной газогидратом // Доклады Академии наук. 1999. Т. 366, № 3. С. 337–340.

- [12] Шагапов В.Ш., Гудкова О.С. Распространение парогазокапельных струй в атмосфере // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2001. Т. 37, № 3. С. 313–321.
- [13] Галимзянов М.Н., Гималтдинов И.К., Шагапов В.Ш. Двумерные волны давления в жидкости, содержащей пузырьки // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2002. № 2. С. 139–147.
DOI: 10.1023/A:1015818602291
- [14] Булатова З.А., Шагапов В.Ш. К теории акустического зондирования прискважинных областей пористых и проницаемых горных пород // Геофизический журнал. 2002. Т. 24, № 2. С. 79–91.
- [15] Шагапов В.Ш., Галиаскарова Г.Р. К теории накопления смога в штиль // Известия Академии наук. Физика атмосферы океана. 2002. Т. 38, № 1. С. 71–80.
- [16] Нигматулин Р.И., Шагапов В.Ш., Гималтдинов И.К., Ахмадуллин Ф.Ф. Взрыв пузырьковой завесы с горючей смесью газов при воздействии импульсом давления // Доклады Академии наук. 2003. Т. 388, № 5. С. 611–615.
EDN: OQOJH
DOI: 10.1134/1.1560735
- [17] Шагапов В.Ш., Буркин М.В., Воронин А.В., Шатов А.А. К расчету обжига известняка в коксовой печи // Теоретические основы химической технологии. 2004. Т. 38, № 4. С. 467–474.
EDN: OXBVQT
DOI: 10.1023/B:TFCE.0000036974.32157.89
- [18] Шагапов В.Ш., Уразов Р.Р. Характеристики газопровода при наличии гидратных отложений // Теплофизика высоких температур. 2004. Т. 42, № 3. С. 461–468.
EDN: OXKJSZ
DOI: 10.1023/B:HITE.0000033884.53813.1d
- [19] Баянов И.М., Хамидуллин И.Р., Шагапов В.Ш. Движение выбросов, содержащих водяной конденсат, в приземном слое атмосферы // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2007. № 6. С. 159–171.
- [20] Баянов И.М., Хамидуллин И.Р., Шагапов В.Ш. Автомодельная задача о диффузионном перемешивании парогазокапельных систем // Прикладная математика и механика. 2008. Т. 72, № 4. С. 613–624.
EDN: JKOOKH
DOI: 10.1016/j.jappmathmech.2008.08.010
- [21] Нурисламов О.Р., Шагапов В.Ш. Нагнетание газа во влажную пористую среду с образованием газогидрата // Прикладная математика и механика. 2009. Т. 76, № 5. С. 809–823.
EDN: KVPWHT
DOI: 10.1016/j.jappmathmech.2009.11.011
- [22] Шагапов В.Ш., Нурисламов О.Р. Об обтекании пластины жидкостью со вскипанием и вдувом газа // Теплофизика высоких температур. 2010. Т. 48, № 4. С. 582–591.
EDN: MTJDLF
DOI: 10.1134/S0018151X10040139
- [23] Шагапов В.Ш., Сарапулова В.В. Особенности преломления и отражения звука на границе раздела между «чистой» и пузырьковой водой // Акустический журнал. 2015. Т. 61, № 1. С. 40–48.
DOI: 10.7868/S032079191406015X
DOI: 10.1134/S1063771014060153
- [24] Шагапов В.Ш., Рафикова Г.Р., Хасанов М.К. К теории образования газогидрата в частично водонасыщенной пористой среде при нагнетании метана // Теплофизика высоких температур. 2016. Т. 54, № 6. С. 911–920.
DOI: 10.7868/S004036441606017X
DOI: 10.1134/S0018151X16060171
- [25] Нагаева З.М., Шагапов В.Ш. Об упругом режиме фильтрации в трещине, расположенной в нефтяном или газовом пласте // Прикладная математика и механика. 2017. Т. 81, № 3. С. 319–329.
EDN: YSPCJL DOI: 10.1016/j.jappmathmech.2017.08.013
- [26] Шагапов В.Ш., Мусакаев Н.Г. Динамика образования и разложения гидратов в системах добычи, транспортировки и хранения газа. М.: Наука. 2016. 240 с. ISBN 978-5-02-039976-1.
EDN: YSPCJL

Содержание

Механика жидкости и газа

Шагапов В.Ш., Башмаков Р.А., Фокеева Н.О., Шамматова А.А.

Динамика давления жидкости в трещине гидроразрыва пласта
при изменяющемся режиме работы скважины 1–8

Гумеров И.И., Каташова А.А., Юлмухаметова Ю.В.

Коллапсирующие движения двухатомного газа,
плотность которого зависит только от времени 8–16

Механика твердого тела

Зарипов Р.М., Масалимов Р.Б.

Напряжённо-деформированное состояние подводного морского нефтепровода
с учетом изменения грунтовых условий и параметров эксплуатации 17–26

Краткие сообщения

Фаттахов С.Р.

Исследование динамики волн давления в канале со сферическим пузырьковым кластером 27–31

Сафиуллин А.Р.

Акустическая устойчивость перегретой жидкости с парогазовыми пузырьками 32–36

Портрет ученого

Памяти Владислава Шайхулагзамовича Шагапова 37–42

Contents

Liquid & Gas Mechanics

- Shagapov V.Sh.**, **Bashmakov R.A.**, **Fokeeva N.O.**, **Shammatova A.A.**
Fluid pressure dynamics in a hydraulic fracture during transient-well-operation mode 1–8
- Gumerov I.I.**, **Katashova A.A.**, **Yulmukhametova Y.V.**
Collapsing motions of a diatomic gas whose density depends only on time 8–16

Solid Mechanics

- Zaripov R.M.**, **Masalimov R.B.**
Stress-strain state of an underwater offshore oil pipeline taking into account changes
in ground conditions and operating parameters 17–26

Brief Communications

- Fattakhov S.R.**
Study of pressure wave dynamics in a channel with a spherical bubble cluster 27–31
- Safiullin A.R.**
Acoustic stability of a superheated liquid with vapor-gas bubbles 32–36

Profiles

- In memory of Vladislav Shaihulagzamovich Shagapov 37–42