

ISSN: 2658–5782

Номер 3–4

2022

МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

mfs.uimech.org





Распад топологического солитона в линейном дефекте доменной структуры закрученного нематика

Делев В.А.

ИФМК УФИЦ РАН, Уфа

В данной работе исследуется распад топологического солитона в осциллирующем линейном дефекте электроконвективной структуры (доменов Вильямса), возникающей в закрученном на $\pi/2$ нематическом жидком кристалле. В отличие от планарно ориентированных нематиков гидродинамические потоки в доменах закрученного нематика носят геликоидальный характер, так как кроме тангенциальной компоненты скорости имеется и аксиальная составляющая, направление которой противоположно в соседних доменах. Эта особенность приводит к образованию устойчивых локализованных протяженных образований — линейных дефектов, — ориентированных нормально к доменам Вильямса. С увеличением приложенного напряжения в линейных дефектах возникают доменные zig-zag осцилляции. Границами между zig и zag состояниями являются классические дислокации. Обнаружено, что дислокация, двигаясь вдоль ядра дефекта, распадается на антидислокацию и две дислокации. В отличие от случая планарно ориентированных нематиков, дислокации не изолируются друг от друга невозмущенными роллами, а остаются «связанными» гидродинамическими потоками в пределах ядра линейного дефекта. Предполагается, что расщепление дислокации происходит в результате возникновения локальной неустойчивости ориентационной твист-моды директора \mathbf{n} из-за ее сильной связи со скоростью гидродинамического потока. В рамках уравнения синус–Гордона, при наличии диссипативного слагаемого и пространственных возмущений, рассматривается механизм распада топологического солитона (кинка) на антисолитон и два солитона.

Ключевые слова: нематический жидкий кристалл, нематик, электроконвекция, домены Вильямса, твист-мода, линейный дефект, дислокация, уравнение синус–Гордона, кинк

1. Введение

Одним из наиболее распространенных сценариев перехода от упорядоченного состояния к пространственно-временному хаосу в неравновесных системах связан с процессами образования и взаимодействия топологических дефектов (defects mediated turbulence, topological turbulence) [1]. Как правило, топологические дефекты появляются спонтанно в различных неравновесных системах с большим аспектным соотношением [2]. При этом нарушается когерентность пространственных структур, которые могут образовываться в этих системах. Наиболее часто изучаемыми примерами являются термоконвекция Рэлея–Бенара [3], электроконвекция в нематических жидких кристаллах (НЖК, нематик) [4–7] и др.

В достаточно протяженных двумерных системах с увеличением надкритичности вначале развивается фазовая турбулентность¹ [8], а затем, в результате пинчевания фазы, рождаются пары топологических дефектов и возникает топологическая турбулентность или хаос дефектов [9]. Механизм образования пары топологических дефектов-дислокаций является универсальным для многих систем, где могут образовываться пространственно-упорядоченные структуры [10].

¹Автор использует термин «фазовая турбулентность», значение которого в гидродинамике не имеет четкого определения. Для читателей настоящего журнала предлагаем формулировку, данную в работе Б. Шраймана [Shraiman B.I. Order, Disorder, and Phase Turbulence // *Phys. Rev. Lett.* 1986. V. 57, No. 3. Pp. 325–328. DOI: 10.1103/PhysRevLett.57.325]: «Фазовая турбулентность — явление, связанное с временной эволюцией протяженных пространственных структур».

Аналогичным образом следует трактовать и термин «топологическая турбулентность»: это турбулентность, обусловленная дефектами. [Прим. ред.]

Однако в случае изотропных сред исследование динамики и взаимодействия отдельных пар топологических дефектов является весьма сложной задачей, так как экспериментально реализовать идеально упорядоченные структуры с малой плотностью дефектов весьма затруднительно. Здесь, как правило, образуются конвективные валы (роллы) с различными направлениями их оси, а плотность образующихся при этом дефектов достаточно велика [3].

НЖК характеризуются наличием ориентационного упорядочения молекул удлиненной формы, которые имеют тенденцию устанавливаться параллельно некоторой общей оси, характеризующейся единичным вектором — директором \mathbf{n} , в то же время дальний порядок в расположении центров масс молекул отсутствует [5–7]. Поэтому в системе электроконвекции НЖК ситуация иная. Наличие осевой анизотропии позволяет получить практически идеальные и достаточно протяженные структуры параллельных роллов — доменов Вильямса.

Динамика и взаимодействие дислокаций в электроконвективных структурах планарно ориентированных НЖК достаточно хорошо изучены как экспериментально, так и теоретически [11–14]. Результаты этих работ свидетельствуют о важной роли дефектов при усложнении пространственно-временной динамики доменных структур в НЖК с увеличением приложенного напряжения. В частности установлено, что механизм отбора оптимального волнового числа при формировании доменных структур как в изотропной, так и в анизотропной среде, непосредственно связан с процессами рождения и аннигиляции дислокаций. Поведение дислокаций в системе электроконвекции в приближении слабой надкритичности хорошо описывается амплитудным уравнением Гинзбурга–Ландау [12–14].

Типичными элементарными дефектами электроконвективных структур в НЖК являются дислокации с топологическими зарядами $S = \pm 1$. Дефект с топологическим зарядом $S = \pm 1$ соответствует скачку фазы на $\pm 2\pi$ в структуре доменов Вильямса, т.е. его сингулярность определяется лишним (или недостающим) пространственным периодом при обходе замкнутого контура вокруг его ядра [14].

Топологический дефект характеризуется условием

$$\oint dl \nabla \phi(x, t) = \pm 2\pi S,$$

где ϕ — фаза параметра порядка; целое $S \neq 0$ — сила, или топологический заряд дислокации.

Как показано в [14], при определенной скорости увеличения приложенного к ЖК-ячейке напряжения дислокации могут образовывать в пространстве новые локализованные квазистационарные состояния с более низкой симметрией. Как правило, такое состояние зарождается вблизи ядра классической дислокации и распространяется вдоль линии, нормальной к доменам Вильямса. При этом возникающий *линейный дефект* с «размытым» ядром имеет такой же топологический заряд как и исходная дислокация. Кроме того, локализованное состояние может возникать спонтанно в результате развития модуляционной неустойчивости как простой сдвиг доменов на половину пространственного периода π друг относительно друга без образования дислокаций. Поэтому такое искажение доменной структуры получило название *линии скачка фазы* [14]. С увеличением приложенного напряжения указанные типы линейных образований в планарно ориентированных НЖК становятся неустойчивыми. При этом линейные дефекты распадаются на нечетное число (не менее трех) дислокаций, а линии скачка фазы — на четное число (не менее двух) дислокаций с противоположными топологическими зарядами $S = \pm 1$. В обоих случаях суммарный топологический заряд сохраняется [14].

Подобные стационарные линейные локализованные деформации наблюдаются и в доменных структурах закрученных на $\pi/2$ НЖК [15, 16]. При определенной скорости увеличения приложенного напряжения их длина L увеличивается и может достигать размеров ЖК-образца (Рис. 1(a)). Здесь гидродинамические потоки несут геликоидальный характер, т.к. наряду с тангенциальной компонентой скорости v_t , имеется и аксиальная составляющая v_a , направление которой противоположно в соседних доменах. Из-за сильной связи ориентации директора \mathbf{n} (твист-мода) со скоростью гидродинамического потока в роллах закрученных НЖК такие линейные образования являются достаточно устойчивыми [17]. При дальнейшем увеличении напряжения в ядрах линейных дефектов возникают доменные *zig-zag* осцилляции (Рис. 1(b)).

Необходимо подчеркнуть, что для описания дислокаций в НЖК кроме амплитудного подхода [12–14] может быть использована модель Френкеля–Конторовой (ФК) [18]. Если в стандартной модели ФК пренебречь эффектами дискретности, то получится хорошо известное уравнение синус–Гордона (УСГ) для функции смещения u :

$$u_{tt} - u_{xx} + \sin u = 0. \quad (1)$$

Данное уравнение является полностью интегри-

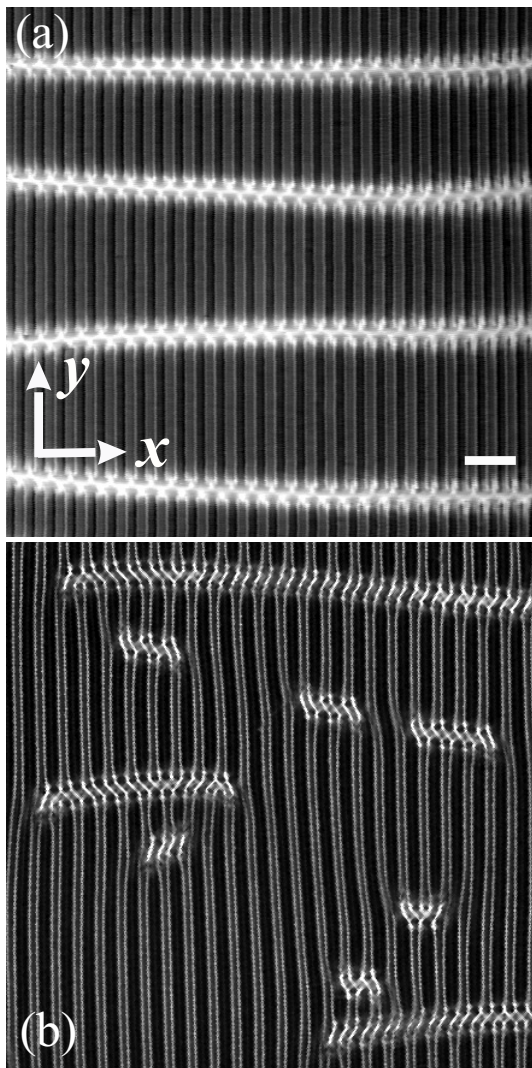


Рис. 1. Стационарные линейные локализованные образования в закрученном на $\pi/2$ нематике при напряжении $U = 5.6$ В и частоте $f = 30$ Гц (а); линейные осциллирующие дефекты при $U = 12.5$ В и $f = 30$ Гц (б); масштаб 100 мкм

руемым и было одним из первых обнаруженных уравнений с многосолитонным решением, а первое приложение УСГ нашло в физике для построения упрощенных моделей дислокаций в металлах. УСГ (1) имеет ряд аналитических решений [19]. Одним из них, является топологический солитон, или кинк:

$$u(x, t) = 4 \arctan \left[\exp \left(\sigma \frac{x - x_0 + v(t - t_0)}{\sqrt{1 - v^2}} \right) \right], \quad (2)$$

где $\sigma = \pm 1$ — топологический заряд кинка; $0 \leq v \leq 1$ — скорость движения кинка; величина x_0 характеризует положение кинка в момент времени $t = t_0$.

Топологические солитоны и модель ФК имеют

множество приложений в физике конденсированного состояния. Например, в физике твердого тела они описывают доменные стенки в ферромагнетиках и сегнетоэлектрических материалах, дислокации в кристаллах, волны зарядовой плотности, межфазные границы в металлических сплавах, динамику вихрей в длинных джозефсоновских контактах и т.д. [18].

В настоящее время солитоны разбиваются на два больших класса. Первый из них — консервативные солитоны (КС), — существующие в системах с пренебрежимо слабой диссипацией, роль которой сводится в основном к ограничению времени жизни солитона. КС распространяются с постоянной скоростью, не изменяя своей формы, благодаря балансу дисперсионных и нелинейных эффектов. Некоторые уединенные волны ведут себя как частицы при упругих столкновениях, что и побудило Забуски и Крускала ввести термин «солитон» [20]. Второй класс — автосолитоны, или диссипативные солитоны (ДС), — возникают благодаря балансу притока и оттока энергии [21, 22]. ДС при столкновении демонстрируют, как правило, неупругие взаимодействия.

Анизотропные среды, такие как НЖК, предлагают особенно богатые возможности для экспериментального изучения солитонов, которые могут описываться в рамках модели синус-Гордона [23, 24]. Так УСГ нашло успешное применение для описания дислокаций при электроконвекции в закрученных на $\pi/2$ НЖК [25]. Установлено, что в зависимости от длины линейного дефекта наблюдается различная динамика и взаимодействие дислокаций, а средняя длина возникающих линейных дефектов может контролироваться приложенным напряжением [25–28]. В то же время поведение и взаимодействие элементарных дислокаций в осциллирующих линейных дефектах доменов Вильямса до сих пор остается мало изученным.

В данной работе исследуется динамика и распад дислокации в осциллирующем линейном дефекте электроконвективной структуры (доменов Вильямса), возникающей в закрученном на $\pi/2$ НЖК. Обнаружено, что при движении по ядру дефекта дислокация распадается на антидислокацию и две дислокации. Предполагается, что расщепление дислокаций происходит в результате возникновения локальной неустойчивости внутренней твист-моды директора \mathbf{n} закрученного НЖК, когда гидродинамические потоки в линейных дефектах перестают быть стационарными и возникают «зиг-заг» осцилляции. В рамках возмущенного УСГ рассматривается возможный механизм распада топологического солитона — кинка.

2. Методика эксперимента

В качестве НЖК использовался 4-*n*-метоксибензилиден-*n*-бутиланилин (МББА), который помещался в ЖК-ячейку между двумя стеклянными подложками с проводящим покрытием из SnO₂. Поверхность подложек с электродами покрывалась слоем ориентанта — полиимида AL1254 (JSR Corp. Japan), — который затем натирался в одном направлении для создания однородной планарной ориентации директора *n*. Толщина ЖК-ячейки размером 16 × 12 мм задавалась майларовыми прокладками $d \simeq 20$ мкм. После её заполнения нематиком и формирования однородной планарной ориентации, верхняя подложка медленно поворачивалась относительно нижней по часовой стрелке на угол $\pi/2$ так, что во всем слое НЖК возникла однородно закрученная ориентация директора *n* (Рис. 2). К ЖК-слою прикладывалось переменное напряжение U с частотой $f_U = 30$ Гц. Критическое напряжение возникновения доменов Вильямса составляло $U_c = 5.6$ В. При этом их ось ориентирована перпендикулярно директору *n* в середине слоя НЖК и составляет углы -45° и 45° с ориентацией директора соответственно на верхней и нижней подложках. Направления гидродинамических потоков в доменах определялись путем анализа движений пробных частиц диаметром 2 ÷ 3 мкм, добавленных в НЖК. Доменные структуры и их дефекты наблюдались в поляризационный микроскоп Axiolab (Zeiss, Germany), а их изображения регистрировались видеокамерой VX44 (PCO Inc., Germany) с разрешением 720 × 576 пикселей и оцифровывались внешней платой Pinnacle 700-USB (USA).

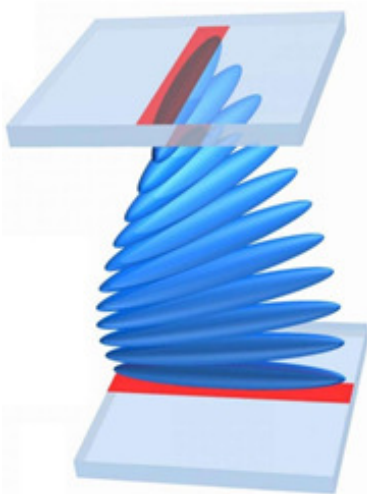


Рис. 2. Схематическое изображение молекул в закрученном на $\pi/2$ слое НЖК

3. Результаты и обсуждение

Изображение электроконвективной структуры в НЖК представляет собой пространственно-периодические модуляции интенсивности прошедшего через ячейку с НЖК света. Эти модуляции соответствуют локальным изменениям оптической анизотропии $\langle \Delta n(t) \rangle$ под действием внешнего электрического поля. При критическом напряжении электроконвекции в слое НЖК возбуждаются гидродинамические вихревые движения в виде роллов. Вихревое движение ориентирует НЖК особенно сильно в области максимального градиента скорости, т.е. в центре вихревых шнуров — доменов Вильямса. Образующиеся цилиндрические вихри играют роль линз, фокусирующих свет в светлые линии [4]. В итоге формируется изображение в виде темных и светлых полос — доменов Вильямса (Рис. 3)

Рассмотрим структуру линейного стационарного дефекта с диссоциированным ядром в доменной структуре закрученного НЖК с учетом особенностей гидродинамики течений (Рис. 3).

На Рис. 3 стрелками показаны направления аксиальных компонент скорости конвективных потоков v_a в доменах вблизи ядра линейного дефекта; тонкими пунктирными линиями — перераспределение потоков в ядре дефекта; светлые оптические линии соответствуют центрам доменов (осям роллов), вокруг которых наблюдалось геликоидальное движение частиц [17]. Поэтому пространственный период структуры определяется как $T = 2\lambda$. При этом непрерывность потоков в дефекте обеспечивается как замыканием сонаправленных аксиальных компонент скорости v_a через ядро, так и их замыканием с противоположно направленными потоками в соседних доменах. При напряжениях $U \lesssim 7.4$ В потоки конвективного течения в доменах являются стационарными.

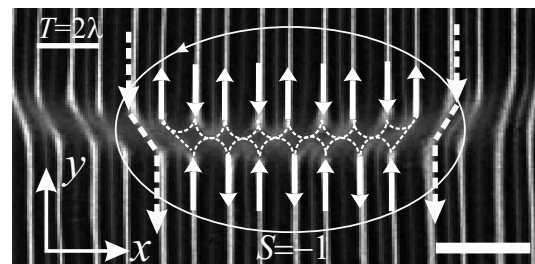


Рис. 3. Изображение линейного дефекта с диссоциированным ядром в доменной структуре закрученного НЖК при $U = 6.5$ В и $f = 30$ Гц. Масштаб 100 мкм

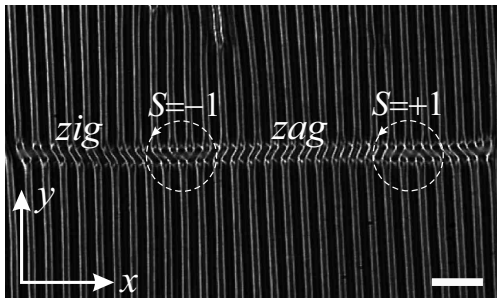


Рис. 4. Линейный осциллирующий дефект в закрученном на $\pi/2$ НЖК при $U = 7.6$ В и $f = 30$ Гц (b). Границей zig и zag областей являются дислокации с топологическими зарядами $S = \pm 1$. Масштаб 100 мкм

С увеличением приложенного напряжения обе компоненты скорости потока анизотропной жидкости в доменах v_t и v_a возрастают и при $U > 7.4$ В линейный дефект теряет устойчивость. Однако, в отличие от планарно ориентированного НЖК [14], ядро дефекта не распадается сразу на отдельные дислокации, а сначала начинает осциллировать. При этом наблюдается поочередное периодическое во времени переоткрытие доменов с направленными потоками анизотропной жидкости то влево (zig), то вправо (zag) и движение жидкости в ядре дефекта приобретает пульсирующий характер. Затем происходит образование zig и zag областей, осциллирующих в противофазе. Одновременно между границами zig и zag областей возникают дислокации с топологическими зарядами $S = \pm 1$ (Рис. 4). При этом, в отличие от случая планарно ориентированных нематиков, дислокации не изолируются друг от друга невозмущенными роллами, а остаются «связанными» гидродинамическими течениями в пределах ядра линейного дефекта.

Дальнейшая динамика дислокаций устанавливается таким образом, чтобы в ядре нестационарного линейного дефекта обеспечивалась непрерывность геликоидального потока анизотропной жидкости.

Далее проследим за динамикой дислокации с топологическим зарядом $S = +1$ в ядре линейного дефекта $L = 6T$ и исследуем процесс ее распада (Рис. 5). Заметим, что в модельных представлениях дислокация с топологическим зарядом $S = +1$ соответствует кинку, а антидислокация с $S = -1$ — антикинку. Дислокация с $S = +1$ движется слева направо по ядру линейного дефекта с скоростью $v \simeq 13$ мкм/с (Рис. 5(a)–(c)). При достижении правого края дефекта наблюдается ее распад на антидислокацию и две дислокации. По-видимому, расщепление дислокаций происходит в результате возникновения локальной неустойчивости твист-

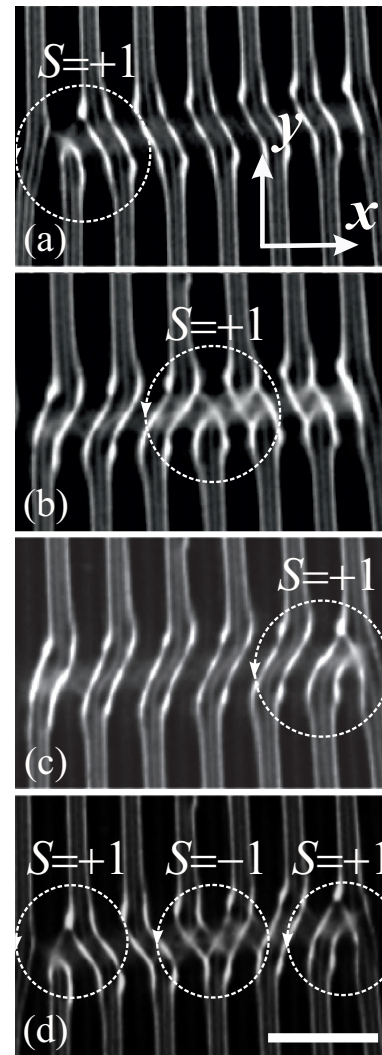


Рис. 5. Распад дислокации с топологическим зарядом $S = +1$ на антидислокацию с $S = -1$ и две дислокации с $S = +1$ в линейном дефекте при $U = 7.6$ В и $f = 30$ Гц. Интервал между кадрами $\Delta t \simeq 0.76$ с. Масштаб 100 мкм

моды директора \mathbf{n} в ядре линейного дефекта, когда гидродинамические потоки в нем перестают быть стационарными (при $U > 7.4$ В) и возникают «зиг-заг» осцилляции.

Для качественного описания воспользуемся результатами работ [29, 30], в которых моделируются различные механизмы распада УСГ солитонов. Авторами вначале доказывалось существование внутренних мод УСГ солитонов, когда они находятся в присутствии неоднородных, зависящих от пространства, внешних сил [29]. Рассматриваются условия (различные значения управляющего параметра B в выражении (3) ниже), при которых внутренняя мода становится неустойчивой, что приводит к распаду солитона на антисолитон и два

солитона. Также подчеркивается, что при наличии пространственно-временных сил солитон ведет себя как деформируемый (неупругий) объект.

Будем рассматривать УСГ с диссипативным членом, возмущенное внешней силой [29, 30]:

$$u_{tt} + \gamma u_t - u_{xx} + \sin u = F(x).$$

Здесь γ — некоторый параметр.

Вначале кинк движется с левого края линейного дефекта в сторону его правой границы практически без изменения формы и скорости в соответствии с решением (2) (Рис. 6(a)–(c)). При этом внешняя сила $F(x) = 0$. При столкновении кинка с правой границей линейного дефекта внутренняя мода топологического солитона становится неустойчивой под действием локализованной неоднородной внешней силы [29]

$$F(x) = 2(B^2 - 1) \sinh(Bx) / \cosh^2(Bx), \quad (3)$$

где B — управляющий параметр.

Анализ численных результатов для различных значений B показал, что самое впечатляющее явление происходит для $B^2 < 2/[\Lambda_*\Lambda_* + 1]$, где $\Lambda_* = (5 + \sqrt{17})/2$ [29]. В этом случае первая внутренняя мода является неустойчивой, что и приводит к распаду кинка на антикинк и два кинка (Рис. 6(d)).

В соответствии с [29] выбор вида функции (3) обусловлен следующими ее свойствами: (i) можно получить точное решение для солитона, покоящегося в положении равновесия; и (ii) можно точно решить задачу устойчивости этого солитона. Кроме того, с данным примером связаны реальные физические системы [31]. Например, аналогичная функция может описывать локальную деформацию системы волн зарядовой плотности [32].

Таким образом расщепление дислокации на антидислокацию и две дислокации в доменах Вильямса закрученного на $\pi/2$ НЖК качественно можно объяснить возникновением локальной неустойчивости внутренней твист-моды директора \mathbf{n} в рамках возмущенного УСГ, возникающей в момент, когда гидродинамические потоки в ядре дефекта перестают быть стационарными. Такая неустойчивость может возникнуть, например, в результате критического роста ориентационных флуктуаций директора \mathbf{n} при увеличении внешнего приложенного напряжения (при $U > 7.4$ В). В этом случае переход к топологической турбулентности в закрученных НЖК характеризуется не только процессами рождения и аннигиляции дислокаций, но и их распадом.

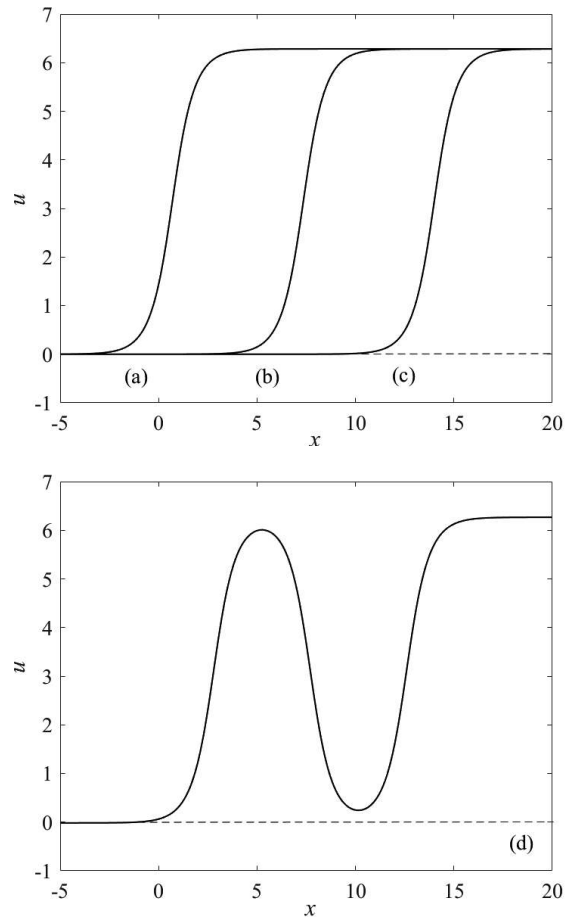


Рис. 6. Численная иллюстрация зависимости $u(x, t)$ от x , демонстрирующая распад кинка с топологическим зарядом $\sigma = +1$ на антикинк $\sigma = -1$ и два кинка с $\sigma = +1$. $\gamma = 0.2$, $\Delta T = 20$

4. Заключение

В представленной работе экспериментально обнаружено, что процесс перехода к турбулентности в системе электроконвекции в закрученных на $\pi/2$ НЖК может сопровождаться не только процессами рождения и аннигиляции дислокаций [27], но и их «элементарным» распадом на антидислокацию и две дислокации. Предпринята попытка качественно объяснить распад солитона возникновением локальной неустойчивости твист-моды директора \mathbf{n} в рамках возмущенного УСГ. Неустойчивость твист-моды директора \mathbf{n} наблюдается, когда гидродинамические потоки в линейных дефектах перестают быть стационарными и возникают доменные осцилляции. При этом дальнейшая динамика дислокаций устанавливается таким образом, чтобы в ядре нестационарного линейного дефекта обеспечивалась непрерывность геликоидального потока анизотропной жидкости.

Необходимо подчеркнуть, что исследование перехода от регулярного движения дефектов к сильно нестационарной пространственно-временной динамике остается актуальной задачей современной физики конденсированного состояния. Это явление связано с турбулентностью, обусловленной появлением дефектов [1, 2]. Кинки, как вихри и спирали, являются частными случаями более общего явления, называемого топологическими дефектами. Хотя эти объекты могут иметь разное происхождение и природу в разных физических системах, все они обладают очень похожими динамическими свойствами. В частности, одним из возможных механизмов, который в настоящее время считается ответственным за переход от тахикардии к фибрилляции желудочков в ткани сердца, является спонтанный распад одной спиральной волны электрической активности на несколько спиралей, приводящих к турбулентному волновому поведению [33].

Таким образом, такие неустойчивости, как распады солитонов, могут влиять на различные процессы в технике, медицине и др. Поэтому очень важно понимать не только все возможные механизмы распада солитонов, чтобы научиться избегать их, но и по возможности их контролировать [34].

В экспериментальных исследованиях использовалось оборудование Центра коллективного пользования «Спектр» ИФМК УФИЦ РАН и Регионального центра коллективного пользования «Агидель».

Работа выполнена в рамках госзадания № 1021052103972-3-1.3.2;1.3.1.

Список литературы

- [1] Couillet P., Gil L., and Lega J. Defect-mediated turbulence // *Physical Review Letters*. 1989. V. 62, No. 14. Pp. 1619–1622. DOI: 10.1103/PhysRevLett.62.1619
- [2] Cross M.C., Hohenberg P.C. Pattern formation outside of equilibrium // *Reviews of Modern Physics*. 1993. V. 65. Pp. 851–1112. DOI: 10.1103/RevModPhys.65.851
- [3] Гетлинг А.В. Конвекция Рэлея-Бенара. М.: Эдиториал УРСС, 1999. 248 с.
- [4] Блинов Л.М. Электро- и магнитооптика жидких кристаллов. М.: Наука, 1978. 384 с.
- [5] Пикин С.А. Структурные превращения в жидких кристаллах. М.: Наука, 1981. 336 с.
- [6] De Gennes P.G. and Prost J. *The Physics of Liquid Crystals*. Oxford: Clarendon, 1994. 596 p.
- [7] Buka A. and Kramer L. (editors). *Pattern Formation in Liquid Crystals*. N.Y.: Springer-Verlag, 1996. 339 p.
- [8] Kuramoto Y. Phase dynamics of weakly unstable periodic structures // *Progress of Theoretical Physics*. 1984. V. 71, No. 6. Pp. 1182–1196. DOI: 10.1143/PTP.71.1182
- [9] Toulouse G., Kléman M. Principles of a classification of defects in ordered media // *Journal de Physique Lettres*. 1976. V. 37, No. 6. Pp. 149–151. DOI: 10.1051/jphyslet:01976003706014900
- [10] Eckmann J.-P., Goren G. and Procaccia I. Nonequilibrium nucleation of topological defects as a deterministic phenomenon // *Physical Review A*. 1991. V. 44, No. 2. Pp. 805–808. DOI: 10.1103/PhysRevA.44.R805
- [11] Kai S., Chizumi N., and Kohno M. Pattern formation, defect motions and onset of defect chaos in the electrohydrodynamic instability of nematic liquid crystals // *Journal of the Physical Society of Japan*. 1989. V. 58. Pp. 3541–3554. DOI: 10.1143/JPSI.58.3541
- [12] Rasenat S., Steinberg V., and Rehberg I. Experimental studies of defect dynamics and interaction in electrohydrodynamic convection // *Physical Review A*. 1990. V. 42, No. 10. Pp. 5998–6008. DOI: 10.1103/PhysRevA.42.5998
- [13] Bodenschatz E., Weber A., and Kramer L. Interaction and dynamics of defects in convective roll patterns of anisotropic fluids // *Journal of Statistical Physics*. 1991. V. 64, No. 5. Pp. 1007–1015. DOI: 10.1007/BF01048810
- [14] Joets A. and Ribotta R. Localized bifurcations and defect instabilities in the convection of a nematic liquid crystal // *Journal of Statistical Physics*. 1991. V. 64, No. 5/6. Pp. 981–1005. DOI: 10.1007/BF01048809
- [15] Delev V.A., Toth P., and Krekhov A.P. Electroconvection in twisted nematic liquid crystals // *Molecular Crystals and Liquid Crystals*. 2000. V. 351. Pp.179–186. DOI: 10.1080/10587250008023267
- [16] Tatsumi S., Sano M., and Rossberg A.G. Observation of stable phase jump lines in convection of a twisted nematic liquid crystal // *Phys. Rev. E*. 2006. V. 73. Pp. 011704-1–8. DOI: 10.1103/PhysRevE.73.011704
- [17] Hertrich A., Krekhov A.P., and Scaldin O.A. The electrohydrodynamic instability in twisted nematic liquid crystals // *Journal de Physique II (France)*. 1994. V. 4. Pp. 239–252. DOI: 10.1051/jp2:1994126
- [18] Браун О.М., Кившарь Ю.С. Модель Френкеля-Конторовой. Концепции, методы, приложения. М.: Физматлит, 2008. 536 с.
- [19] Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Моррис Х. Солитоны и нелинейные волновые уравнения. М.: Мир, 1988. 694 с.
- [20] Zabusky N.J., Kruskal M.D. Interaction of solitons in a collisionless plasma and recurrence of initial states // *Physical Review Letters*. 1965. V. 15, No. 6. P. 240–243. DOI: 10.1103/PhysRevLett.15.240
- [21] Кернер Б.С., Осипов В.В. Автосолитоны // *Успехи Физических Наук*. 1989. Т. 157, Вып. 2. С. 201–266.
- [22] Rosanov N.N. *Spatial hysteresis and optical patterns*. Berlin: Springer, 2002. 308 p.
- [23] Lam L., Prost J. (editors). *Solitons in liquid crystals*. N.Y.: Springer Science & Business Media, 1992. 338 p.
- [24] Shen Yu. and Dierking I. Recent progresses on experimental investigations of topological and dissipative solitons in liquid crystals // *Crystals*. 2022. V. 12, No. 1. Pp. 1–17. DOI: 10.3390/cryst12010094

- [25] Чувывров А.Н., Скалдин О.А., Делев В.А., Лебедев Ю.А., Батыршин Э.С. Структура и динамика дислокаций Френкеля-Конторовой при электроконвекции в жидких кристаллах // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. 2006. Т. 130, № 6. С. 1072–1081.
[eLIBRARY ID: 9430706](#)
- [26] Скалдин О.А., Делев В.А., Шиховцева Е.С., Лебедев Ю.А., Батыршин Э.С. Бризероподобные дефекты и их динамика в одномерной ролловой структуре закрученных нематиков // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. 2015. Т. 148, Вып. 6(12). С. 1232–1247.
[DOI: 10.7868/S0044451015120172](#)
- [27] Делев В.А., Назаров В.Н., Скалдин О.А., Батыршин Э.С., Екомасов Е.Г. Сложная динамика каскада кинк-антикинкковых взаимодействий в линейном дефекте электроконвективной структуры нематика // Письма в Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. 2019. Т. 110, Вып. 9. С. 607–613.
[DOI: 10.1134/S0370274X19210070](#)
- [28] Делев В.А. Неупругие взаимодействия солитонов в линейном дефекте электроконвективной структуры нематика // Письма в Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. 1921. Т. 113, Вып. 1-2. С. 26–32.
[DOI: 10.31857/S1234567821010043](#)
- [29] González J.A., Bellorín A., Guerrero L.E. Internal modes of sine-Gordon solitons in the presence of spatiotemporal perturbations // *Physical Review E*. 2002. V. 65. Pp. 065601-1-4.
[DOI: 10.1103/PhysRevE.65.065601](#)
- [30] González J.A., Bellorín A., Guerrero L.E. Kink-soliton explosions in generalized Klein–Gordon equations // *Chaos, Solitons & Fractals*. 2007. V. 33. Pp. 143–155.
[DOI: 10.1016/j.chaos.2006.10.047](#)
- [31] Kivshar Yu.S. and Malomed B.A. Dynamics of solitons in nearly integrable systems // *Reviews of Modern Physics*. Vol. 61, No. 4. 1989. Pp. 763–915.
[DOI: 10.1103/RevModPhys.61.763](#)
- [32] Bak P. and Brazovskiy A. Theory of quasi-one-dimensional conductors: Interaction between chains and impurity effects // *Physical Review B*. 1978. V. 17, No. 8. Pp. 3154–3164.
[DOI: 10.1103/PhysRevB.17.3154](#)
- [33] Zipes D.P., Jalife J, and Stevenson W.G. Cardiac electrophysiology: from cell to bedside. E-Book, 2017. 1120 p.
- [34] González J.A., Bellorín A., Guerrero L.E. Controlling soliton explosions // *Physics Letters A*. 2005. V. 338. Pp. 60–65.
[DOI: 10.1016/j.physleta.2005.02.018](#)



The topological soliton decay in a linear defect of the domain structure of twisted nematic

Delev V.A.

IMCP UFRC RAS, Ufa, Russia

In this paper, the topological soliton decay in an oscillating linear defect of electroconvective structure (Williams domains) arising in $\pi/2$ twisted nematic liquid crystal are studied. In contrast to planarly oriented nematics, hydrodynamic flows in the domains of a twisted nematic have a helical character. Since, in addition to the tangential velocity component, there is also axial component, the direction of which is opposite in neighboring domains. This feature leads to the formation of stable localized extended objects – linear defects oriented normal to Williams domains. With increasing applied voltage, "zig-zag" oscillations occurs in linear defects. The boundaries between the "zig" and "zag" states are classical dislocations. It has been found, that the dislocation, moving along the core of the defect, breaks up into an antidislocation and two dislocations. Unlike case of planarly oriented nematics, dislocations are not isolated from each other by unperturbed rolls but remain "bound" by hydrodynamic flows within the core of a linear defect. It is assumed that the splitting of the dislocation occurs as a result of the local instability of the orientational twist mode of the director \mathbf{n} due to its strong coupling with the hydrodynamic velocity. In the framework of the sine–Gordon equation, in the presence of a dissipative term and spatial perturbations, the mechanism of a topological soliton (kink) decay into antisoliton and two solitons is considered.

Keywords: nematic liquid crystal, nematic, electroconvection, Williams domains, twist mode, linear defect, dislocation, sine–Gordon equation, kink

References

- [1] Couillet P., Gil L., and Lega J. Defect-mediated turbulence // *Physical Review Letters*. 1989. V. 62, No. 14. Pp. 1619–1622.
DOI: [10.1103/PhysRevLett.62.1619](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.62.1619)
- [2] Cross M.C., Hohenberg P.C. Pattern formation outside of equilibrium // *Reviews of Modern Physics*. 1993. V. 65. Pp. 851–1112.
DOI: [10.1103/RevModPhys.65.851](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.65.851)
- [3] Getling A.V. Rayleigh-Benard convection. M.: Editorial URSS, 1999. 248 s. (In Russian)
- [4] Blinov L.M. Electro-Optical and Magneto-Optical Properties of Liquid Crystals (Nauka, Moscow, 1978; Wiley, New York, 1983). 384 p.
- [5] Pikin S.A. Strukturnye prevrashcheniya v zhidkikh kristallah. M.: Nauka, 1981. 336 s. (In Russian)
- [6] De Gennes P.G. and Prost J. The Physics of Liquid Crystals. Oxford: Clarendon, 1994. 596 p.
- [7] Buka A. and Kramer L. (editors). Pattern Formation in Liquid Crystals. N.Y.: Springer-Verlag, 1996. 339 p.
- [8] Kuramoto Y. Phase dynamics of weakly unstable periodic structures // *Progress of Theoretical Physics*. 1984. V. 71, No. 6. Pp. 1182–1196.
DOI: [10.1143/PTP.71.1182](https://doi.org/10.1143/PTP.71.1182)
- [9] Toulouse G., Kléman M. Principles of a classification of defects in ordered media // *Journal de Physique Lettres*. 1976. V. 37, No. 6. Pp. 149–151.
DOI: [10.1051/jphyslet:01976003706014900](https://doi.org/10.1051/jphyslet:01976003706014900)
- [10] Eckmann J.-P., Goren G. and Procaccia I. Nonequilibrium nucleation of topological defects as a deterministic phenomenon // *Physical Review A*. 1991. V. 44, No. 2. Pp. 805–808.
DOI: [10.1103/PhysRevA.44.R805](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.44.R805)
- [11] Kai S., Chizumi N., and Kohno M. Pattern formation, defect motions and onset of defect chaos in the electrohydrodynamic instability of nematic liquid crystals // *Journal of the Physical Society of Japan*. 1989. V. 58. Pp. 3541–3554.
DOI: [10.1143/JPSJ.58.3541](https://doi.org/10.1143/JPSJ.58.3541)
- [12] Rasenat S., Steinberg V., and Rehberg I. Experimental studies of defect dynamics and interaction in electrohydrodynamic convection // *Physical Review A*. 1990. V. 42, No. 10. Pp. 5998–6008.
DOI: [10.1103/PhysRevA.42.5998](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.42.5998)
- [13] Bodenschatz E., Weber A., and Kramer L. Interaction and dynamics of defects in convective roll patterns of anisotropic fluids // *Journal of Statistical Physics* 1991. V. 64, No. 5. Pp. 1007–1015.
DOI: [10.1007/BF01048810](https://doi.org/10.1007/BF01048810)
- [14] Joets A. and Ribotta R. Localized bifurcations and defect instabilities in the convection of a nematic liquid crystal // *Journal of Statistical Physics* 1991. V. 64, No. 5/6. Pp. 981–1005.
DOI: [10.1007/BF01048809](https://doi.org/10.1007/BF01048809)

- [15] Delev V.A., Toth P., and Krekhov A.P. Electroconvection in twisted nematic liquid crystals // *Molecular Crystals and Liquid Crystals*. 2000. V. 351. Pp.179–186.
DOI: [10.1080/10587250008023267](https://doi.org/10.1080/10587250008023267)
- [16] Tatsumi S., Sano M., and Rossberg A.G. Observation of stable phase jump lines in convection of a twisted nematic liquid crystal // *Physical Review E*. 2006. V. 73. Pp. 011704-1–8.
DOI: [10.1103/PhysRevE.73.011704](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.73.011704)
- [17] Hertrich A., Krekhov A.P., and Scaldin O.A. The electrohydrodynamic instability in twisted nematic liquid crystals // *Journal de Physique II (France)*. 1994. V. 4. Pp. 239–252.
DOI: [10.1051/jp2:1994126](https://doi.org/10.1051/jp2:1994126)
- [18] Braun O.M., Kivshar' YU.S. Model' Frenkelya-Kontorovoj. Konceptii, metody, prilozheniya. M.: Fizmatlit, 2008. 536 s. (In Russian)
- [19] Dodd R., Ejlbek Dzh., Gibbon Dzh., Morris H. Solitony i nelinejnye volnovye uravneniya. M.: Mir, 1988. 694 s. (In Russian)
- [20] Zabusky N.J., Kruskal M.D. Interaction of solitons in a collisionless plasma and recurrence of initial states // *Physical Review Letters*. 1965. V. 15, No. 6. P. 240–243.
DOI: [10.1103/PhysRevLett.15.240](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.15.240)
- [21] Kerner B.S., Osipov V.V. Autosolitons // *Uspehi Fizicheskikh Nauk*. 1989. V. 157, No. 2. Pp. 201–266. (In Russian)
- [22] Rosanov N.N. Spatial hysteresis and optical patterns. Berlin: Springer, 2002. 308 p.
- [23] Lam L., Prost J (editors). Solitons in liquid crystals. N.Y.: Springer Science & Business Media, 1992. 338 p.
- [24] Shen Yu. and Dierking I. Recent progresses on experimental investigations of topological and dissipative solitons in liquid crystals // *Crystals*. 2022. V. 12, No. 1. Pp. 1–17.
DOI: [10.3390/cryst12010094](https://doi.org/10.3390/cryst12010094)
- [25] CHuvyrov A.N., Skaldin O.A., Delev V.A., Lebedev YU.A., Batyrshin E.S. Struktura i dinamika dislokacij Frenkelya-Kontorovoj pri elektrokonvekcii v zhidkikh kristallah // *ZHurnal Eksperimental'noj i Teoreticheskoj Fiziki*. 2006. T. 130, № 6. S. 1072–1081. (In Russian)
eLIBRARY ID: 9430706
- [26] Skaldin O.A., Delev V.A., Shikhovtseva E.S., Lebedev Yu.A., and Batyrshin E.S. Breatherlike defects and their dynamics in the one-dimensional roll structure of twisted nematics // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2015. V. 121, No. 6. Pp. 1082–1095.
DOI: [10.1134/S1063776115120158](https://doi.org/10.1134/S1063776115120158)
- [27] Delev V.A., Nazarov V.N., Scaldin O.A., Batyrshin E.S., and Ekomasov E.G. Complex dynamics of the cascade of kink–antikink interactions in a linear defect of the electroconvective structure of a nematic liquid crystal // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2019. V. 110, No. 9. Pp. 607–612.
DOI: [10.1134/S0021364019210069](https://doi.org/10.1134/S0021364019210069)
- [28] Delev V.A. Inelastic interactions of solitons in a linear defect of the electroconvective structure of a nematic liquid crystal // *Letters to Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2021. Vol. 113, No. 1. Pp. 23–29.
DOI: [10.1134/S0021364021010021](https://doi.org/10.1134/S0021364021010021)
- [29] González J.A., Bellorín A., Guerrero L.E. Internal modes of sine-Gordon solitons in the presence of spatiotemporal perturbations // *Physical Review E*. 2002. V. 65. Pp. 065601-1-4.
DOI: [10.1103/PhysRevE.65.065601](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.65.065601)
- [30] González J.A., Bellorín A., Guerrero L.E. Kink-soliton explosions in generalized Klein–Gordon equations // *Chaos, Solitons & Fractals*. 2007. V. 33. Pp. 143–155.
DOI: [10.1016/j.chaos.2006.10.047](https://doi.org/10.1016/j.chaos.2006.10.047)
- [31] Kivshar Yu.S. and Malomed B.A. Dynamics of solitons in nearly integrable systems // *Reviews of Modern Physics*. Vol. 61, No. 4. 1989. Pp. 763–915.
DOI: [10.1103/RevModPhys.61.763](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.61.763)
- [32] Bak P. and Brazovskiy A. Theory of quasi-one-dimensional conductors: Interaction between chains and impurity effects // *Physical Review B*. 1978. V. 17, No. 8. Pp. 3154–3164.
DOI: [10.1103/PhysRevB.17.3154](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.17.3154)
- [33] Zipes D.P., Jalife J, and Stevenson W.G. Cardiac electrophysiology: from cell to bedside. E-Book, 2017. 1120 p.
- [34] González J.A., Bellorín A., Guerrero L.E. Controlling soliton explosions // *Physics Letters A*. 2005. V. 338. Pp. 60–65.
DOI: [10.1016/j.physleta.2005.02.018](https://doi.org/10.1016/j.physleta.2005.02.018)