

ISSN: 2658–5782

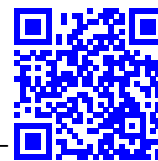
Номер 1–2

2022

# МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

[mfs.uimech.org](https://mfs.uimech.org)





## Динамика давления жидкости в трещине гидроразрыва при изменяющихся режимах работы скважины<sup>1</sup>

Шагапов В.Ш.\* , Башмаков Р.А.\*\* , Фокеева Н.О.\*,\*\* , Шамматова А.А.\*\*

\*Институт механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского федерального исследовательского центра РАН, Уфа

\*\*Башкирский государственный университет, Уфа

\*\*\*ООО «РН-БашНИПинефть», Уфа

\*\*\*\*Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа

В настоящее время гидроразрыв пласта — один из наиболее эффективных методов интенсификации добычи углеводородов. В работе описываются переменные режимы работы скважины, устанавливается связь между изменяющимся расходом жидкости на скважине и давлением в трещине и пласте. Для этого находится решение интегро-дифференциального уравнения, описывающего изменение давления в трещине гидроразрыва пласта при известном изменении давления на скважине или по заданному дебиту.

По данным изменения давления на забое при непродолжительном включении насосов, поддерживающих постоянный дебит и последующего выключения насосов (П-образное изменение дебита), удобно определять характеристики трещины гидроразрыва пласта по формулам, предлагаемым в работе. Результаты работы могут быть использованы при гидродинамических исследованиях скважин.

**Ключевые слова:** гидроразрыв пласта, нефтяная скважина, дебит скважины, динамика давления в трещине ГРП, переменные режимы работы скважин

### 1. Введение

В настоящее время одним из основных способов интенсификации добычи углеводородов является гидроразрыв пласта (ГРП). Возникшие или расширившиеся существовавшие трещины при закачке расклинивающей жидкости, соединяясь между собой, становятся проводниками нефти или воды. Трещины связывают скважину с удаленными зонами пласта, расширяя достигаемую территорию и облегчая транспортировку нефти к скважине при извлечении жидкости или увеличивая отток флюида от скважины при нагнетании. Созданные трещины закрепляются проппантом с целью предотвращения их смыкания после прекращения подачи жидкости под большим давлением. Моделирование процесса гидроразрыва и фильтрации жидкости в окрестности скважины с ГРП достаточно сложный процесс. Развитие вычислительной техники позволяет совершенствовать модели, однако современный уровень пока не позволяет отказаться от приближенного описания процессов или пренебрежения какими-либо из них.

В литературе, описываются различные методы создания трещин в нефтяных пластах (см. [1]). В работе [1] А.С. Gringarten, Н.Г. Ramey Jr., а также статье Cinco L., Heber, Samaniego V., F., and N. Dominguez A. [2] выделяются различные периоды фильтрации по характеру изменения забойного давления, предлагается система дифференциальных уравнений, описывающая фильтрацию флюида

<sup>1</sup>Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-11-00207, <https://rscf.ru/project/21-11-00207/>

ида от скважины при нагнетании. Созданные трещины закрепляются проппантом с целью предотвращения их смыкания после прекращения подачи жидкости под большим давлением. Моделирование процесса гидроразрыва и фильтрации жидкости в окрестности скважины с ГРП достаточно сложный процесс. Развитие вычислительной техники позволяет совершенствовать модели, однако современный уровень пока не позволяет отказаться от приближенного описания процессов или пренебрежения какими-либо из них.

В литературе, описываются различные методы создания трещин в нефтяных пластах (см. [1]). В работе [1] А.С. Gringarten, Н.Г. Ramey Jr., а также статье Cinco L., Heber, Samaniego V., F., and N. Dominguez A. [2] выделяются различные периоды фильтрации по характеру изменения забойного давления, предлагается система дифференциальных уравнений, описывающая фильтрацию флюида

да в трещине ГРП и пласте вокруг трещины. В статьях [2–6] описана работа скважины с вертикальной трещиной ГРП в режимах постоянного расхода или постоянного давления на скважине.

В представленной работе изучается распределение давления в вертикальной трещине ГРП при различных режимах работы скважины: при изменяющемся давлении на скважине и при изменяющемся дебите скважины; установлена связь между динамикой расхода жидкости на скважине и давлением. Найден точное аналитическое и приближенное аналитическое решения системы уравнений, описывающих фильтрацию флюида в трещине ГРП. Результаты работы сопоставлены с практическими данными, полученными на реальных скважинах. По данным изменения давления на забое при непродолжительном включении насосов, поддерживающих постоянный дебит и последующего выключения насосов (П-образное изменение дебита), удобно определять характеристики трещины ГРП по формулам, предлагаемым в работе.

## 2. Основные уравнения

В работах [2–6] приведена математическая модель, описывающая фильтрацию флюида из скважины в трещину ГРП и далее в пласт или из него в трещину и, затем, в скважину.

Рассматривается вертикальная нефтяная скважина. Параллельно оси скважины расположена трещина, полученная путем гидроразрыва пласта. Считается, что трещина симметрична, закреплена пропантом, препятствующим смыканию. Проницаемость трещины предполагается существенно более высокой, чем проницаемость пласта.

В силу симметричности данной задачи достаточно рассматривать одно крыло трещины. Направим ось  $Ox$  вдоль направления трещины, поместив

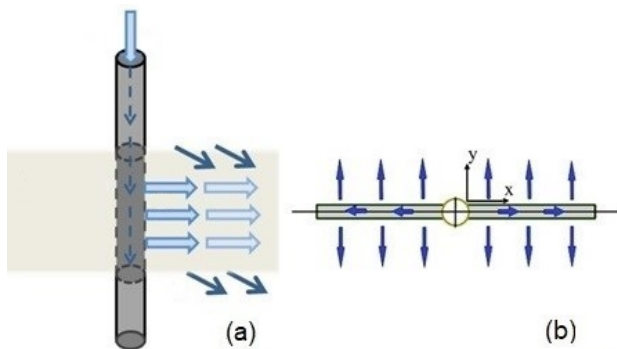


Рис. 1. Схема течения жидкости: (а) из скважины в трещину и из трещины в пласт; (б) вид сверху

начало отсчета на стенку скважины. Ось  $Oy$  определим перпендикулярно плоскости трещины, отсчет ведется от стенки трещины (Рис. 1).

Считаем пласт однородным, высота трещины  $h_f$  существенно больше ее ширины  $d_f$ , давление в трещине слабо изменяется с глубиной. Такая упрощенная модель позволяет отказаться от введения третьей пространственной координаты — глубины. Нижние индексы  $f, p$  при переменных означают, что рассматриваются значения, относящиеся к трещине и пласту соответственно, а индекс 0 используется для начального «невозмущенного» значения.

Пусть первоначальное давление в пласте и трещине равно  $P_0$ , давление в трещине  $P_f$ , давление в пласте  $P_p$ :

$$\Delta P_i = P_i - P_0 \quad (i = f, p).$$

Заметим, что  $P_p$  есть функция координат  $x, y$  и времени  $t$ ,  $P_f$  — функция от  $x$  и  $t$ .

Для описания распределения давления в пласте и трещине запишем систему уравнений (см. [3–6]):

$$\frac{\partial \Delta P_f}{\partial t} = \alpha_f \frac{\partial^2 \Delta P_f}{\partial x^2} + 2 \frac{m_p \alpha_p}{m_f d_f} \left( \frac{\partial \Delta P_p}{\partial y} \right) \Big|_{y=0}, \quad (1)$$

$$(0 < x < l_f).$$

$$\frac{\partial \Delta P_p}{\partial t} = \alpha_p \frac{\partial^2 \Delta P_p}{\partial y^2}, \quad (0 < x < l_f, 0 < y < \infty) \quad (2)$$

где  $\alpha_i = \frac{k_i \rho_0 C^2}{m_i \mu}$  — коэффициент пьезопроводности;  $k_i$  — коэффициент проницаемости;  $\rho_0$  — плотность жидкости;  $C$  — скорость звука для флюида;  $m_i$  — пористость ( $i = p, f$ );  $\mu$  — вязкость флюида;  $l_f$  — длина;  $d_f$  — ширина трещины.

Уравнение (1), описывающее фильтрацию флюида в трещине, отличается от классического уравнения пьезопроводности последним слагаемым, отвечающим за переток жидкости между пластом и трещиной ГРП.

Краевые условия запишем в виде:

$$\Delta P_p|_{y=0} = \Delta P_f, \quad \Delta P_p|_{y \rightarrow \infty} = \Delta P_f|_{y \rightarrow \infty} = 0.$$

Система уравнений (1)–(2) в работе [4] сводится к одному интегро-дифференциальному уравнению:

$$\frac{\partial \Delta P_f}{\partial t} = \alpha_f \frac{\partial^2 \Delta P_f}{\partial x^2} - \frac{2m_p \alpha_p}{m_f d_f} \int_{-\infty}^t \frac{\partial \Delta P_f(\tau, x)}{\partial \tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\pi \alpha_p (t - \tau)}}. \quad (3)$$

Здесь считаем, что при  $t \rightarrow -\infty$  система находится в покое, т.е.

$$\Delta P_f|_{t=-\infty} = \Delta P_p|_{t=-\infty} = 0.$$

Левая часть уравнения (3), отвечающая за упругоэластичность флюида в трещине, несущественна (см. [5]).

Поэтому будем вместо (3) пользоваться упрощенным уравнением

$$\frac{\partial^2 \Delta P_f}{\partial x^2} = \chi \int_{-\infty}^t \frac{\partial \Delta P_f(\tau, x)}{\partial \tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\pi(t-\tau)}}, \quad (4)$$

где

$$\chi = \frac{2 m_p \sqrt{\alpha_p}}{d_f m_f \alpha_f}.$$

### 3. Точные аналитические решения для трещины бесконечной длины

В работе [5] приведено решение уравнения (4) для случая резкого изменения давления на фиксированную величину  $\Delta P_{(w)} = \text{const}$  в некоторый момент времени  $\tau$ .

Рассмотрим решение (4) в предположении, что длина трещины бесконечна ( $l_f = \infty$ ).

Пусть до момента времени  $\tau$  нефть в трещине и пласте находилась в покое:

$$\begin{aligned} \Delta P_f &= 0 & (t < \tau, x > 0), \\ \Delta P_f &= \Delta P_{(w)} & (t \geq \tau, x = 0). \end{aligned}$$

Если происходит нагнетание флюида в пласт через трещину, то  $\Delta P_{(w)} > 0$ . А если отбор флюида, то  $\Delta P_{(w)} < 0$ . Решение уравнения (4), описывающее распределение давления в трещине ГРП при приведенных условиях и удовлетворяющее условию  $\Delta P_f \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow \infty$ , можно записать, согласно результатам работы [9], в виде

$$\Delta P_f = \Delta P_{f(w)} \text{Gil} \left( \sqrt{\chi/2} \cdot x(t-\tau)^{-1/4} \right),$$

где

$$\text{Gil}(z) = 1 - \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin(z\eta^{1/4})}{\eta} e^{-\eta - z\eta^{1/4}} d\eta.$$

На основе этого решения можно определить формулу для объемного расхода флюида в одном крыле трещины на единицу высоты трещины:

$$\begin{aligned} q &= \frac{d_f k_f}{\mu} \left( \frac{\partial P_f}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} = \\ &= -\Delta P_{f(w)} \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{\chi}{2}} \frac{d_f k_f}{\mu} \int_0^\infty e^{-(t-\tau)\xi^4} d\xi. \end{aligned}$$

Отсюда

$$q = -\frac{3.6}{\pi} \sqrt{\frac{\chi}{2}} \frac{d_f k_f}{\mu} \frac{P_{f(w)}}{(t-\tau)^{1/4}}, \quad t > \tau.$$

Рассмотрим теперь случай, когда давление на забое изменяется в моменты времени  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ . Считаем, что до момента времени  $\tau_1$  скорости течения жидкости и перепады давления в трещине и пласте равны нулю  $v_f|_{t<\tau_1} = 0, v_p|_{t<\tau_1} = 0, \Delta P_f|_{t<\tau_1} = \Delta P_{(w)0} = 0, P_p|_{t<\tau_1} = 0$ . В момент времени  $\tau_1$  начинается работа скважины и давление на скважине, приняв значение  $\Delta P_{(w)1}$ , поддерживается постоянным до момента времени  $\tau_2$ . С момента времени  $\tau_2$  до момента времени  $\tau_3$  давление на скважине  $\Delta P_{(w)2}$  и т. д.

Тогда решение, описывающее изменение давления в трещине может быть записано в виде

$$\begin{aligned} \Delta P_f(t, x) &= \sum_{i=1}^n H(t-\tau_i) (\Delta P_{(w)i} - \Delta P_{(w)i-1}) \times \\ &\times \text{Gil} \left( \sqrt{\chi/2} x(t-\tau_i)^{-1/4} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь функция Хевисайда

$$H(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases}$$

Далее, учитывая, что, согласно закону Дарси расход жидкости на единицу высоты трещины

$$q = \frac{d_f k_f}{\mu} \left( \frac{\partial \Delta P_f}{\partial x} \right) \Big|_{x=0}$$

получим

$$\begin{aligned} q &= -\frac{3.6}{\pi} \frac{d_f k_f}{\mu} \sqrt{\chi/2} \sum_{i=1}^n H(t-\tau_i) \times \\ &\times \left( \Delta P_{(w)i} - \Delta P_{(w)i-1} \right) (t-\tau_i)^{-1/4}. \end{aligned} \quad (6)$$

То есть по формулам (5)–(6) можно, зная изменение давления на забое скважины, описать динамику давления в трещине ГРП и расход жидкости на скважине.

Пусть теперь до момента времени  $\tau$  скважина и пласт находились в состоянии покоя. В момент времени  $\tau$  начинается работа скважины в режиме поддержания постоянного расхода жидкости ( $q = \text{const}$ ). В работе [5] приведено автоматическое решение уравнения (4) для этого случая:

$$\begin{aligned} \Delta P_f &= -\frac{q\mu(t-\tau)^{1/4}}{d_f k_f \sqrt{\chi/2}} \cdot \text{Zil}(z), \\ z &= \sqrt{\chi/2} \cdot x(t-\tau)^{-1/4}, \quad (t \geq \tau), \end{aligned} \quad (7)$$

где специальная функция  $Zil(z)$  определяется, как

$$Zil(z) = \int_z^{+\infty} Gil(\zeta) d\zeta.$$

Подставляя в выражение (7) значение  $x = 0$ , получим закон изменения перепада давления на скважине

$$\Delta P_{f(w)} = \frac{Zil(0) q\mu}{d_f k_f \sqrt{\chi/2}} (t - \tau)^{1/4}.$$

Используя линейность уравнения (4), мы можем обобщить полученные выражения для  $\Delta P_f$  и  $\Delta P_{f(w)}$  на случай, когда дебит принимает постоянные значения  $q_1, q_2, \dots, q_n$  в промежутках времени  $[\tau_1, \tau_2), [\tau_2, \tau_3), \dots, [\tau_n, \infty)$ :

$$\begin{aligned} \Delta P_f(t, x) = & -\frac{\mu}{d_f k_f \sqrt{\chi/2}} \times \\ & \times \left( \sum_{i=1}^n H(t - \tau_i) (q_i - q_{i-1}) (t - \tau_i)^{1/4} \right. \\ & \left. \times Zil\left(\sqrt{\frac{\chi}{2}} x (t - \tau_i)^{-1/4}\right) \right). \end{aligned}$$

$\Delta P_f(t, x)$  — давление в трещине ГРП. Величину  $q_0$  считаем равной нулю.

Для перепада давления между значениями забоя скважины и пластом ( $\Delta P_{f(w)} = \Delta P_f(t, 0)$ ) получим

$$\begin{aligned} \Delta P_{f(w)} = & \frac{-\mu Zil(0)}{d_f k_f \sqrt{\chi/2}} \times \\ & \times \left( \sum_{i=1}^n (t - \tau_i)^{1/4} H(t - \tau_i) (q_i - q_{i-1}) \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Подставим в (8) выражение для  $\chi$  из (4), тогда:

$$\begin{aligned} \Delta P_{f(w)} = & -Zil(0) \frac{\mu^{3/4} \rho_0^{1/4} C^{1/2}}{d_f^{1/2} k_f^{1/2} m_p^{1/4} k_p^{1/4}} \times \\ & \times \left( \sum_{i=1}^n (t - \tau_i)^{1/4} H(t - \tau_i) (q_i - q_{i-1}) \right). \end{aligned}$$

Для практических целей можно брать значение  $Zil(0) = 0.78$  (см. [4, 5]).

#### 4. Приближенные аналитические решения, полученные с помощью метода последовательной смены стационарных состояний для трещины бесконечной длины

Согласно методу последовательной смены стационарных состояний (ПССС) [7] уравнение (2) решается приближенно в предположении, что пласт

в каждый момент времени условно разделен на «возмущенную» и «невозмущенную» зоны. В невозмущенной зоне давление считается равным первоначальному. Расстояние  $l$  от трещины до границы невозмущенной зоны определяется количеством жидкости, перетекшей из трещины в пласт,  $t > \tau$ , где  $\tau$  — время начала работы скважины.

$$l_p = \sqrt{2\alpha_p(t - \tau)}.$$

При этом в невозмущенной зоне решается уравнение установившейся фильтрации, т.е. считаем что давление в пласте определяется линейной функцией по координате  $y$ :

$$\Delta P_p = -\Delta P_f \frac{y}{l_p}, \quad t \geq \tau. \quad (9)$$

В (9) время  $t$  входит как параметр.

В уравнении (1) для задач, имеющих наибольший практический интерес, можно пренебречь слагаемым в левой части, отвечающим за упругость жидкости в трещине, также как мы это сделали в разделе 2. То есть вместо (1) будем рассматривать уравнение

$$\frac{\partial^2 \Delta P_f}{\partial x^2} = -\frac{2}{d_f} \frac{m_p \alpha_p}{m_f \alpha_f} \left( \frac{\partial \Delta P_p}{\partial y} \right) \Big|_{y=0}.$$

Откуда, учитывая (9) запишем уравнение

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Delta P_f}{\partial x^2} = & \frac{\chi}{\sqrt{2(t - \tau)}} \Delta P_f, \\ \chi = & \frac{2}{d_f} \frac{m_p \sqrt{\alpha_p}}{m_f \alpha_f}, \quad t \geq \tau. \end{aligned} \quad (10)$$

Решая (4), получим

$$\begin{aligned} \Delta P_f = & C_1 \exp\left(-x\sqrt{\chi/\sqrt{2(t - \tau)}}\right) + \\ & + C_2 \exp\left(x\sqrt{\chi/\sqrt{2(t - \tau)}}\right), \end{aligned} \quad (11)$$

где  $t \geq \tau$ ,  $0 < x < l_f$ ,  $l_f$  — длина трещины;  $C_1$  и  $C_2$  — произвольные константы.

Рассмотрим решение (11) в предположении, что длина трещины бесконечна ( $l_f = \infty$ ). Сравнение полученных в работе приближенных формул с полевыми испытаниями показывает, что предположение о бесконечной длине трещины для большинства реальных ГРП вполне допустимо и дает хорошо согласующиеся с практикой результаты.

Пусть до момента времени  $\tau$  нефть в трещине и пласте находилась в покое ( $v_p = v_f = 0$ ,  $P_p = 0$ ,

$P_f = 0$ ). Тогда, из условия  $P_f \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow \infty$ , получим, что  $C_2 = 0$ , откуда

$$\Delta P_f = \Delta P_{f(w)} \exp \left( -x \sqrt{\chi / \sqrt{2(t - \tau)}} \right). \quad (12)$$

Здесь  $P_{f(w)}$  — значение давления на скважине, установившееся в момент времени  $\tau$ .

Отсюда можем определить расход (дебит) нефти на единицу высоты трещины:

$$\begin{aligned} q &= \frac{d_f k_f}{\mu} \left( \frac{\partial \Delta P_f}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} = \\ &= -2^{1/4} \sqrt{\frac{\chi}{2}} \frac{d_f k_f}{\mu} \frac{\Delta P_{f(w)}}{(t - \tau)^{1/4}}, \quad t > \tau. \end{aligned} \quad (13)$$

Обобщим формулы (12) и (13) для случая, когда давление принимает кусочно-постоянные значения, изменяясь скачкообразно в моменты времени  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ . Считаем, что скорости течения жидкости до момента времени  $\tau_1$ , и перепады давления в трещине и пласте равны нулю ( $v_f|_{t < \tau_1} = 0$ ,  $v_p|_{t < \tau_1} = 0$ ,  $\Delta P_f|_{t < \tau_1} = \Delta P_{(w)0} = 0$ ,  $P_p|_{t < \tau_1} = 0$ ). В момент времени  $\tau_1$  начинается работа скважины и давление на скважине, приняв значение  $\Delta P_{(w)1}$ , поддерживается постоянным до момента времени  $\tau_2$ . С момента времени  $\tau_2$  до момента времени  $\tau_3$  давление на скважине равно  $\Delta P_{(w)2}$  и т.д.

Тогда решение, полученное методом ПССС, описывающее изменение давления в трещине, может быть записано в виде

$$\begin{aligned} \Delta P_f(t, x) &= \sum_{i=1}^n H(t - \tau_i) \left( \Delta P_{(w)i} - \Delta P_{(w)i-1} \right) \times \\ &\times \exp \left( -2^{1/4} \sqrt{\frac{\chi}{2}} \frac{x}{(t - \tau_i)^{1/4}} \right). \end{aligned}$$

Дебит (расход) жидкости на единицу высоты трещины на скважине будет равен

$$\begin{aligned} q &= -2^{1/4} \sqrt{\frac{\chi}{2}} \frac{d_f k_f}{\mu} \times \\ &\times \left( \sum_{i=1}^n H(t - \tau_i) \left( \Delta P_{(w)i} - \Delta P_{(w)i-1} \right) (t - \tau_i)^{-1/4} \right). \end{aligned}$$

Отсюда можно найти количество жидкости, извлекаемое из двух рукавов трещины высоты  $h_f$ :

$$\begin{aligned} V &= 2h_f \int_{\tau_1}^t q(\tau) d\tau = 2^{1/4} \sqrt{\frac{\chi}{2}} \frac{d_f k_f}{\mu} \frac{4}{3} \times \\ &\times \left( \sum_{i=1}^n H(t - \tau_i) \left( \Delta P_{(w)i} - \Delta P_{(w)i-1} \right) (t - \tau_i)^{3/4} \right). \end{aligned}$$

Рассмотрим далее работу скважины в режиме постоянного расхода. Исходное состояние пласта и трещины такое же, как и в предыдущем случае, расход жидкости при  $t < \tau$  нулевой. Требуется определить эволюцию распределения давления в трещине  $P_f$  и закон изменения давления в скважине  $\Delta P_{f(w)}$ .

Из закона Дарси

$$q = \frac{d_f k_f}{\mu} \left( \frac{\partial \Delta P_f}{\partial x} \right) \Big|_{x=0}, \quad t > \tau.$$

Воспользуемся решением (11) уравнения (10). Т.к.  $\Delta P_f \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow \infty$ , получаем, что  $C_2 = 0$ , и, используя (9), получаем что

$$\begin{aligned} \Delta P_f &= -\frac{\mu q}{d_f k_f} \frac{1}{\sqrt{\chi / \sqrt{2(t - \tau)}}} \times \\ &\times \exp \left( -x \sqrt{\chi / \sqrt{2(t - \tau)}} \right). \end{aligned}$$

Отсюда на скважине при  $x = 0$

$$\Delta P_{f(w)} = -\frac{q \mu (t - \tau)^{1/4}}{2^{1/4} d_f k_f \sqrt{\chi / 2}}.$$

Используя линейность системы уравнений (1)–(2) можем обобщить полученные выражения для  $P_f$  и  $P_{f(w)}$  на случай, когда дебит принимает постоянные значения  $q_1, q_2, \dots, q_n$  в промежутках времени  $[\tau_1, \tau_2), [\tau_2, \tau_3), \dots, [\tau_n, \infty)$ :

$$\begin{aligned} \Delta P_f &= \frac{-\mu}{2^{1/4} d_f k_f \sqrt{\chi / 2}} \times \\ &\times \left( \sum_{i=1}^n H(t - \tau_i) (q_i - q_{i-1}) (t - \tau_i)^{1/4} \times \right. \\ &\left. \times \exp \left( -x \sqrt{\chi / \sqrt{2(t - \tau_i)}} \right) \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Величину  $q_0$  считаем равной нулю. Для перепада давления между значениями забоя скважины и пластом ( $\Delta P_{f(w)} = \Delta P_f(t, 0)$ ) запишем

$$\begin{aligned} \Delta P_{f(w)} &= \frac{-\mu}{2^{1/4} d_f k_f \sqrt{\chi / 2}} \times \\ &\times \left( \sum_{i=1}^n (t - \tau_i)^{1/4} H(t - \tau_i) (q_i - q_{i-1}) \right). \end{aligned} \quad (15)$$

В случае П-образного изменения расхода на скважине (Рис. 2), то есть когда расход в начальный момент времени  $t = 0$  изменяется на величину  $q$ , а затем возвращается в момент времени  $\tau$  к



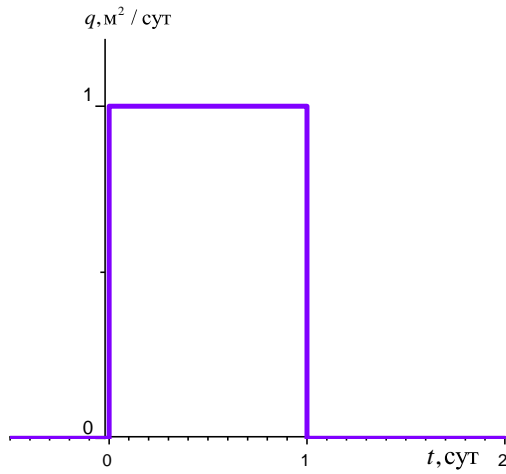


Рис. 2. П-образное изменение дебита

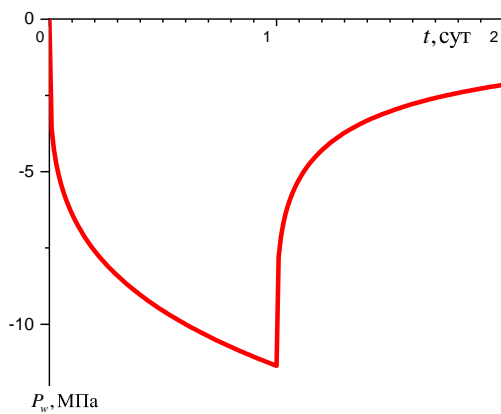


Рис. 3. Изменение давления на скважине при П-образном изменении дебита

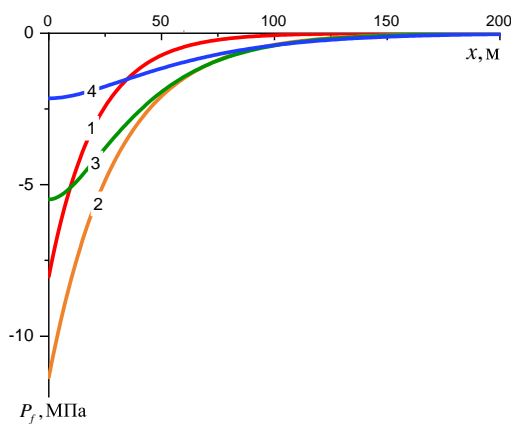


Рис. 4. Эволюция давления в трещине ГРП при П-образном изменении дебита

нулевому значению, получим из (11) формулу для определения изменения давления в трещине ГРП при  $0 < t < \tau$ :

$$\Delta P_f = \frac{-\mu}{d_f k_f \sqrt{\chi/\sqrt{2}}} q t^{1/4} \exp(-x \sqrt{\chi/\sqrt{2t}}),$$

при  $t > \tau$ :

$$\Delta P_f = -\mu q \left( t^{1/4} \exp(-x \sqrt{\chi/\sqrt{2t}}) - (t - \tau)^{1/4} \times \exp(-x \sqrt{\chi/\sqrt{2(t - \tau)}}) \right) / d_f k_f \sqrt{\chi/\sqrt{2}}.$$

Отсюда при  $x = 0$  получаем закон изменения давления на скважине.

$$\Delta P_{f(w)} = \begin{cases} \frac{-\mu}{d_f k_f \sqrt{\chi/\sqrt{2}}} q t^{1/4}, & 0 < t < \tau, \\ \frac{-\mu}{d_f k_f \sqrt{\chi/\sqrt{2}}} q (t^{1/4} - (t - \tau)^{1/4}), & t \geq \tau. \end{cases}$$

Для параметров пласта и трещины определены следующие значения:  $\rho_0 = 860 \text{ кг/м}^3$ ;  $m_f = 0.1$ ;  $\mu = 10^{-2} \text{ Па}\cdot\text{с}$ ;  $C = 1500 \text{ м/с}$ ;  $k_p = 10^{-14} \text{ м}^2$ ;  $m_p = 0.1$ ;  $k_f = 10^{-10} \text{ м}^2$ ;  $d_f = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ .

На Рис. 3 показано давление на скважине при П-образном изменении дебита (Рис. 2) до величины  $q = 1$  в начальный момент  $t = 0$  и возврата в значение 0 через 1 сутки. При П-образном изменении дебита образуется характерный зубец на кривой изменения давления. По величине зубца могут быть определены параметры трещины ГРП. На Рис. 4 показана эволюция давления в трещине ГРП при П-образном изменении дебита скважины, соответствующему Рис. 2. Кривая 1 соответствует моменту времени  $\tau = 1/4$  сут.; кривая 2 — 1 сут.; кривая 3 — 1 сут. 2 часа.; кривая 4 — 2 суток.

Рассмотрим теперь двухступенчатый перепад расхода жидкости на скважине (Рис. 5). Пусть до момента времени  $t = 0$  расход жидкости на единицу высоты трещины равен 0 в момент времени  $t = 0$  вырастет на величину  $q_1$  и поддерживается постоянным до момента времени  $\tau$ , далее вновь поменяется до величины  $q_2$  (Рис. 5). Тогда можно определить изменение давления в трещине на основе формулы (11). При  $0 < t < \tau$ :

$$\Delta P_f = \frac{-\mu q_1 t^{1/4}}{2^{1/4} d_f k_f \sqrt{\chi/2}} \exp\left(-x \sqrt{\frac{\chi}{\sqrt{2t}}}\right),$$

при  $t > \tau$ :

$$\Delta P_f = -\mu \left( q_1 t^{1/4} \exp\left(-x \sqrt{\frac{\chi}{\sqrt{2t}}}\right) + (q_2 - q_1) \times (t - \tau)^{1/4} \exp\left(-x \sqrt{\frac{\chi}{\sqrt{2(t - \tau)}}}\right) \right) / 2^{1/4} d_f k_f \sqrt{\chi/2}.$$

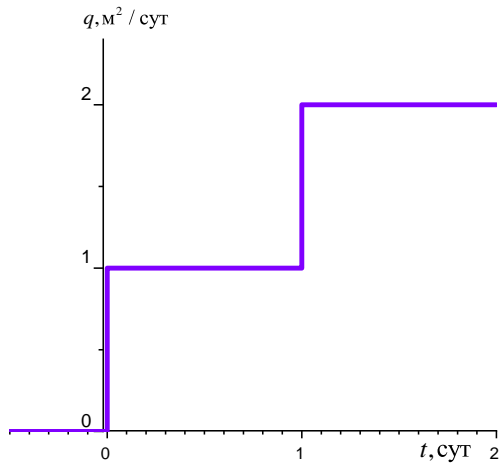


Рис. 5. Двухступенчатое изменение расхода жидкости

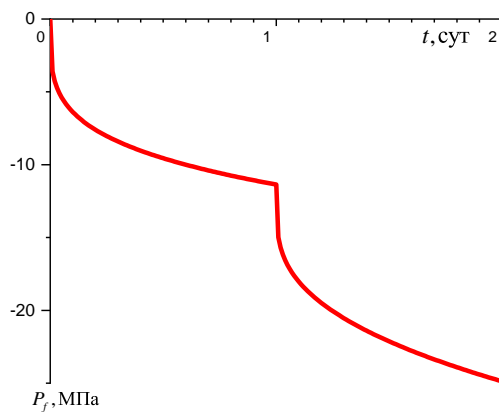


Рис. 6. Изменение давления на скважине при двухступенчатом изменении расхода жидкости

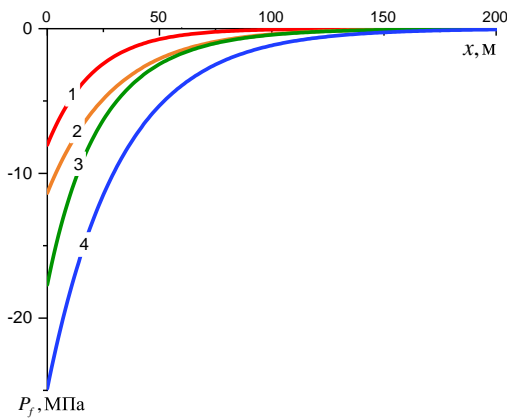


Рис. 7. Эволюция давления в трещине ГРП при двухступенчатом изменении расхода жидкости

Найдем изменение давления на скважине:

$$\Delta P_{f(w)} = \begin{cases} \frac{-\mu q_0 t^{1/4}}{2^{1/4} d_f k_f \sqrt{\chi/\sqrt{2}}}, & 0 < t < \tau, \\ \frac{-\mu(q_1 t^{1/4} + (q_2 - q_1)(t - \tau)^{1/4})}{2^{1/4} d_f k_f \sqrt{\chi/\sqrt{2}}}, & t > \tau. \end{cases}$$

На Рис. 6 показана динамика давления на скважине при ступенчатом изменении дебита (Рис. 5), до величины  $q = 1$  в начальный момент  $t = 0$  и до величины  $q = 2$  через 1 сутки. На Рис. 7 показана эволюция давления в трещине ГРП при ступенчатом изменении давления на скважине, соответствующему Рис. 5. Кривая 1 соответствует моменту времени  $\tau = 1/4$  сут.; кривая 2 – 1 сут.; кривая 3 – 1 сут. 2 часа.; кривая 4 – 2 суток.

В случае, если имеются подобные изменения давления в начальный момент времени эксплуатации скважины и соответствующее изменение дебита, или есть значения давления и дебита после длительной работы скважины в режиме постоянного расхода и последующего резкого изменения режима работы, то с помощью формулы (12) можно определить параметры трещины ГРП.

Особенно удобно определять параметры трещины при П-образном изменении дебита скважины исходя из формулы (14).

Выразив величину  $\chi$  и используя значения коэффициентов пьезопроводности из формул (1) и (2) получим

$$\chi = \frac{2\sqrt{k_p} \sqrt{m_p} \sqrt{\mu}}{C \sqrt{\rho_0} d_f k_f}$$

и из (14) найдем проводимость трещины:

$$d_f k_f = \frac{q^2 \sqrt{\tau}}{2(\Delta P_{(w)}(\tau))^2} \cdot \frac{\mu^{3/2}}{\sqrt{k_p}} \cdot \frac{C \sqrt{\rho}}{\sqrt{m_p}}.$$

### 5. Сравнение с промышленными данными

На Рис. 8 представлена кривая изменения дебита во времени для реальной промышленной скважины [9]. Для параметров скважины и пласта использованы следующие данные:  $\mu = 0.00115$ ;  $k_p = 10^{-15} \text{ м}^2$ ;  $m_p = 0.17$ . Величины всех параметров, входящих в формулы, обычно являются известными, кроме проводимости трещины  $d_f \cdot k_f$ . Значение этого параметра можно определить из П-образного закона изменения дебита и соответствующего изменения давления на забое скважины.



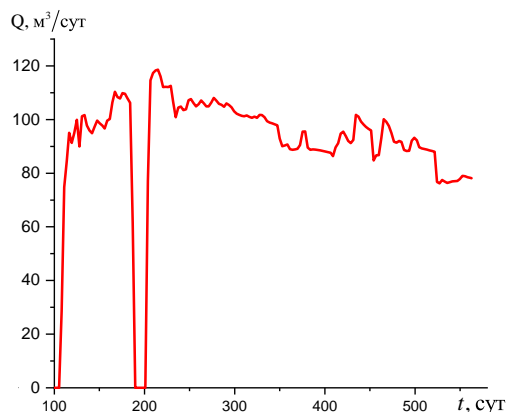


Рис. 8. Промысловый дебит

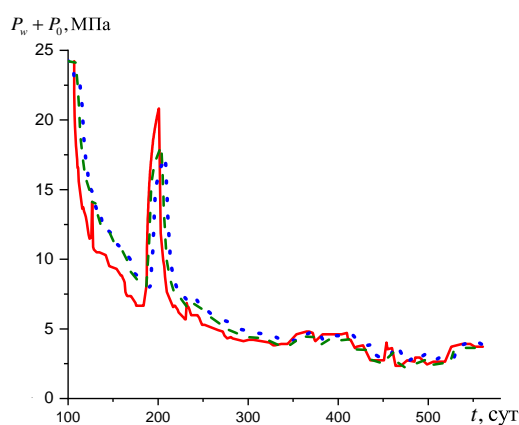


Рис. 9. Сопоставление давления: исходных промысловых данных (красный), точные аналитические решения (зеленый), приближенные решения методом ПССС (синий)

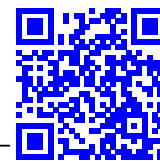
На Рис. 9 приведено сопоставление исходного промыслового давления (красная кривая), результатов вычислений по точным аналитическим формулам (8) (зеленый пунктир) и приближенным методом ПССС (15) (синие точки). По первым значениям скачков дебита и соответствующим значениям реального давления на скважине предварительно была определена проводимость трещины по формуле (15).

## 6. Заключение

В результате работы получены точные и приближенные аналитические решения системы уравнений мало отличающиеся от точных, но более удобные с практической точки зрения. На основе этих выражений появляется возможность определить дебит или забойное давление при заданном законе изменения давления на забое или дебита скважины и эволюцию давления в трещине ГРП. Решения сопоставлены с практическими данными, полученными на реальных скважинах. Результаты работы могут быть применены для интерпретации данных гидродинамических исследований скважин и определения проводимости трещины ГРП.

## Список литературы

- [1] Gringarten A.C., Henry J.R. Unsteady-State Pressure Distributions Created by a Well With a Single Horizontal Fracture, Partial Penetration, or Restricted Entry // SPE J. 1974. V. 14. Pp. 413–426. DOI: 10.2118/3819-PA
- [2] Heber Cinco L., F. Samaniego V., N. Dominguez A. Transient Pressure Behavior for a Well With a Finite-Conductivity Vertical Fracture // SPE J. 1978. V. 18. Pp. 253–264. DOI: 10.2118/6014-PA
- [3] Хабибуллин И.Л., Хисамов А.А. Нестационарная фильтрация в пласте с трещиной гидроразрыва // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2019. № 5. С. 6–14. DOI: 10.1134/S0568528119050050
- [4] Шагапов В.Ш., Нагаева З.М. К теории фильтрационных волн давления в трещине, находящейся в пористой проницаемой среде // Прикладная механика и техническая физика. 2017. Т. 58, № 5. С. 121–130. DOI: 10.15372/PMTF20170512
- [5] Нагаева З.М., Шагапов В.Ш. Об упругом режиме фильтрации в трещине, расположенной в нефтяном или газовом пласте // Прикладная математика и механика. 2017. Т. 81, № 3. С. 319–329. eLIBRARY ID: 29364383
- [6] Хабибуллин И.Л., Хисамов А.А. Моделирование неустановившейся фильтрации жидкости в пласте с трещиной гидроразрыва // Прикладная механика и техническая физика. 2022. № 4. С. 116–125. DOI: 10.15372/PMTF20220412
- [7] Charnyi, I. A. Underground Hydrogasdynamics. Moscow, Gostoptekhizdat. 1963. (in Russian)
- [8] Шагапов В.Ш., Нагаева З.М. приближенное решение задачи об упругом режиме фильтрации в трещине, находящейся в нефтяном пласте // Инженерно-физический журнал. 2020. Т. 93, No 1. С. 206–215. eLIBRARY ID: 42335233
- [9] Башмаков Р.А., Фокеева Н.О., Шагапов В.Ш. Давление и дебит при переходных режимах работы скважины с вертикальной трещиной гидроразрыва // Прикладная математика и механика. 2022. Т. 86, Вып. 6. С. 998–1012. DOI: 10.31857/S0032823522060017



## Fluid Pressure Dynamics in a Hydraulic Fracture during Transient-Well-Operation Modes

Shagapov V.Sh. \*, Bashmakov R.A. \*\*, Fokeeva N.O.\*\*\*\*, Shammatova A.A. \*\*\*\*

\*Mavlyutov Institute of Mechanics UFRC RAS, Ufa, Russia

\*\*Bashkir State University, Ufa, Russia

\*\*\*LLC "RN-BashNIPIneft", Ufa, Russia

\*\*\*\*Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russia

At present, hydraulic fracturing is one of the most effective methods for intensifying hydrocarbon production. The paper describes the transient-well-operation modes of the well, establishes a connection between the changing fluid flow in the well and the pressure in the fracture and reservoir. With this purpose, a solution is found to the integro-differential equation that describes the change in pressure in the hydraulic fracture with a known change in pressure in the well or at a given flow rate.

Based on the bottomhole pressure change data for a short-term pump operation that maintains a constant flow rate and subsequent pump shutdown (II-shaped flow rate change), it is convenient to determine the characteristics of a hydraulic fracture using the formulae proposed in the paper. The results of the work can be used in hydrodynamic studies of wells.

**Keywords:** hydraulic fracturing, oil well, flow rate, hydraulic fracture pressure dynamics, transient-well-operation modes

### References

- [1] Gringarten A.C., Henry J.R. Unsteady-State Pressure Distributions Created by a Well With a Single Horizontal Fracture, Partial Penetration, or Restricted Entry // SPE J. 1974. V. 14. Pp. 413–426.  
DOI: 10.2118/3819-PA
- [2] Heber Cinco L., F. Samaniego V., N. Dominguez A. Transient Pressure Behavior for a Well With a Finite-Conductivity Vertical Fracture // SPE J. 1978. V. 18. Pp. 253–264.  
DOI: 10.2118/6014-PA
- [3] Khabibullin I.L., Khisamov A.A. Unsteady Flow through a Porous Stratum with Hydraulic Fracture // Fluid Dynamics. 2019. V. 54. Pp. 594–602.  
DOI: 10.1134/S0015462819050057
- [4] Shagapov V.S., Nagaeva Z.M. On the theory of seepage waves of pressure in a fracture in a porous permeable medium // J. Appl. Mech. Tech. Phy. 2017. V. 58. Pp. 862–870.  
DOI: 10.1134/S0021894417050121
- [5] Nagaeva Z.M., Shagapov V.Sh. Elastic seepage in a fracture located in an oil or gas reservoir // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2017. V. 81, Issue 3. Pp. 214–222.  
DOI: 10.1016/j.jappmathmech.2017.08.013
- [6] Khabibullin I.L., Khisamov A.A. Modeling of unsteady fluid filtration in a reservoir with a hydraulic fracture // J. Appl. Mech. Tech. Phy. 2022. V. 63. Pp. 652–660.  
DOI: https://doi.org/10.1134/S0021894422040125
- [7] Charnyi, I. A. Underground Hydrogasdynamics. Moscow, Gostoptekhizdat. 1963. (in Russian)
- [8] Shagapov V.S., Nagaeva Z.M. Approximate Solution of the Problem on Elastic-Liquid Filtration in a Fracture Formed in an Oil Stratum // J. Eng. Phys. Thermophy. 2020. V. 93. Pp. 201–209.  
DOI: 10.1007/s10891-020-02109-4
- [9] Bashmakov R.A., Fokeeva N.O., Shagapov V.Sh. Some features of fluid filtration in a hydraulic fracture under transient conditions of well operation // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2022. V. 86, Issue. 6. Pp. 998–1012. (in Russian)  
DOI: 10.31857/S0032823522060017