



ISSN: 2658–5782

Номер 1–2

2022

МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

mfs.uimech.org





Моделирование динамических явлений в водных пенах (обзор)¹

Болотнова Р.Х., Гайнуллина Э.Ф.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Приведен аналитический обзор исследований, направленных на изучение поведения водной пены в условиях ударно-волнового воздействия. Проанализированы основные подходы и теоретические приближения, используемые при разработке моделей водных пен. Рассмотрена двухфазная газожидкостная модель водной пены, основанная на законах сохранения массы, импульса и энергии в соответствии с однодавленческим, двухскоростным, двухтемпературным приближениями, описывающая ее динамику при ударной нагрузке высокой интенсивности, при воздействии которой происходит разрушение пенной структуры на микрокапли. Модель учитывает межфазный теплообмен, силы межфазного сопротивления, присоединенных масс и явление синерезиса (осаждения) пены. Численная реализация модели проведена с применением новых решателей в программном комплексе OpenFOAM. Дан анализ численного решения задачи о сферическом взрыве в водной пене для условий литературных экспериментальных данных. Показано влияние синерезиса на интенсивность и скорость распространения ударной волны. Рассмотрена двухфазная модель водной пены, учитывающая ее упруго-вязко-пластические свойства для условий слабого ударного воздействия, не разрушающего ее структуру. Модель учитывает упругие свойства водной пены при небольших деформациях и при переходе пены из упругого состояния в вязкопластическое описывает ее как неньютоновскую жидкость. Проанализирована динамика распространения слабой ударной волны в слое водной пены с формированием двухволновой структуры волны сжатия, состоящей из основной волны и опережающего ее упругого предвестника. Показан процесс формирования за фронтом ударной волны локальной зоны уплотнения водной пены, за которой следует газовая область. Достоверность полученных результатов численных исследований подтверждена их согласованием с литературными экспериментальными данными.

Ключевые слова: ударная волна, водная пена, пакет OpenFOAM, математическое и численное моделирование

1. Введение

Широкое практическое применение ударных волн (УВ) в различных областях технологической деятельности связано с необходимостью поиска эффективных средств противоударной защиты для обеспечения безопасности на промышленных объектах и производствах.

Перспективным методом ослабления интенсивности ударного воздействия является применение защитных преград на основе водных пен,

способных существенно снижать амплитуду и скорость УВ. В сравнении с другими демпфирующими средами пены обладают рядом весомых преимуществ: они недороги и просты в изготовлении, безопасны в эксплуатации, а защитный пенный барьер может быть быстро сооружен непосредственно на месте использования. В связи с этим важно построение и развитие математических моделей водной пены для исследования пространственных нестационарных процессов, приводящих к ослаблению интенсивности УВ применением водной пены, с целью изучения ее демпфирующих свойств.

Одной из простых моделей, используемых для описания водной пены, является равновесная модель псевдогаза (или модель эффективного газа) Рудингера [1], основанная на нестационарных урав-

¹Работа выполнена при финансовой поддержке средствами государственного бюджета по госзаданию № 0246–2019–0052.

нениях Эйлера. В рамках данного подхода пена рассматривается как идеальный газ с высокой молекулярной массой. Для моделирования реального содержания воды в пене используется эффективный показатель адиабаты в экспоненциальном виде, который варьируется от значения показателя адиабаты для газа до некоего значения, соответствующего равновесному состоянию. Уменьшенное количество основных параметров делает модель эффективного газа удобной для расчетов динамики давления за УВ в пене [2–6]. Модификации модели псевдогаза и сейчас используются исследователями при изучении макроскопических процессов в водных пенах, например, если формируемый при взаимодействии УВ и водной пены газожидкостный поток быстро достигает равновесного состояния и может быть описан в рамках однокомпонентного подхода, при котором две фазы находятся в динамическом и тепловом равновесии [7, 8].

Еще в ранних экспериментальных работах по ударному воздействию на водную пену было обнаружено, что при больших значениях избыточного давления пена разрушается на капли жидкости сразу за основной УВ [9, 10]. Вследствие передачи импульса и тепла между жидкой и газовой фазами характеристики УВ существенно изменяются, что приводит к неравновесному распределению скоростей и диффузионному воздействию на ударно-волновой фронт [11]. В связи с этим, используя предположение о разрушении пенной структуры за фронтом сильной УВ, в более комплексных подходах пену стали представлять в виде газокapельной смеси [12–14], поскольку применение многофазных моделей позволяет учитывать диссипативные процессы, что значительно повышает точность численных решений.

Дискретная или «ячеичная» модель водной пены, описывающая ее как непроницаемую для газа среду с ячеистой структурой, была предложена В.С. Суrowым [15, 16]: если допустить, что компоненты двухфазной среды сжимаются независимо друг от друга и пренебречь теплообменом и массопереносом между фазами, то получится замкнутая модель двухфазной среды Х.А. Рахматулина [17], которая ранее для исследования волновой динамики в пенах не применялась.

Среди моделей, описывающих распространение УВ в двухфазной смеси, следует выделить модель М. Ваер и J. Nunziato [18], которая была изначально разработана для моделирования неравновесных процессов в зоне реакции при взрыве ВВ и предполагала отличающиеся скорости и давления фаз. В [19] R. Abgrall и R. Saurel предложили модификацию модели М. Ваер, J. Nunziato, ис-

пользуемую в том числе для моделирования однородных двухфазных потоков (пузырьковых и капельных), ударных волн в конденсированных многофазных смесях и явлений кавитации в жидкостях. Позднее данная модель была расширена для многомерного случая [20].

В дальнейшем А. Chinnayya и др. [21] на основе модификаций дискретных уравнений [22] создали многофазную модель для описания динамики УВ, учитывающую отсутствие термодинамического равновесия между фазами: при распространении УВ по двухфазной среде механические и термодинамические состояния фаз отличаются, что обусловлено различием их акустических импедансов, и система стремится к равновесному состоянию под действием релаксационных процессов.

Новым подходом при изучении распространения импульса давления в водной пене стало применение математической модели двухфазной среды, основанной на положениях механики многофазных сред Р.И. Нигматулина [23]. Предложенная одномерная модель двухфазной среды в лагранжевых переменных представлена системой уравнений, которая включает в себя законы сохранения массы и внутренней энергии для каждой фазы и закон сохранения импульса смеси [24–26]. При этом для описания свойств жидкой фазы используется широкодиапазонное уравнение состояния [27] в форме Ми–Грюнайзена.

Однако в вышеописанных теоретических исследованиях взаимодействие водных пен с сильными УВ рассматривалось преимущественно в одномерном приближении и с использованием уравнений состояния, которые предполагают сжимаемость только газовой фазы, либо описывают сжимаемость жидкости по линейному закону. В случае моделирования слабых волн исследователями не учитывались упругие свойства пенной структуры.

В настоящем обзоре рассмотрены предложенные авторами [28–33] пространственные модели водных пен и дан анализ исследований по динамике сильных и слабых УВ в водной пене с учетом реологических особенностей ее поведения в зависимости от интенсивности ударного воздействия.

2. Ударно-волновые процессы в водной пене с учетом явления синерезиса

При изучении динамики сильных УВ в водной пене предполагалось, что под воздействием мощной УВ пена разрушается на микрокапли и может быть описана моделью газокapельной смеси с диаметром капель, определяемым толщиной жидких пленок пены [12]. В этом случае система дифферен-

циальных уравнений двухфазной газокапельной смеси в эйлеровых переменных в предположении равенства давлений, различающихся скоростей и температур фаз имеет вид [23], [34]:

- уравнения сохранения массы i -ой фазы

$$\frac{\partial(\alpha_i \rho_i)}{\partial t} + \operatorname{div}(\alpha_i \rho_i \vec{v}_i) = 0, \quad (1)$$

- уравнения сохранения импульса i -ой фазы

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\alpha_i \rho_i \vec{v}_i)}{\partial t} + \operatorname{div}(\alpha_i \rho_i \vec{v}_i \vec{v}_i) = \\ = -\alpha_i \nabla p + \operatorname{div}(\alpha_i \boldsymbol{\tau}_i) + \vec{F}_i, \end{aligned} \quad (2)$$

- уравнения сохранения полной энергии i -ой фазы

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\alpha_i \rho_i (u_i + K_i))}{\partial t} + \operatorname{div}(\alpha_i \rho_i (u_i + K_i) \vec{v}_i) = \\ = -p \frac{\partial \alpha_i}{\partial t} - \operatorname{div}(\alpha_i \vec{v}_i p) + \operatorname{div}(\alpha_i \gamma_i \frac{c_{p,i}}{c_{v,i}} \nabla h_i) + \\ + K_{ht} (T_j - T_i), \end{aligned} \quad (3)$$

- уравнение динамики объемного содержания воды в пене

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} + \operatorname{div}(\alpha_1 \vec{v}) + \operatorname{div}(\alpha_1 \alpha_2 (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)) - \alpha_1 \operatorname{div} \vec{v} = \\ = \alpha_1 \alpha_2 \left(\frac{1}{\rho_2} \frac{d\rho_2}{dt} - \frac{1}{\rho_1} \frac{d\rho_1}{dt} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

В уравнениях (1)–(4) использованы следующие обозначения: α_i – объемное содержание; ρ_i – плотность; \vec{v}_i – вектор скорости; t – время; p – давление; $\boldsymbol{\tau}_i$ – тензор вязких напряжений; \vec{F}_i – вектор плотности межфазных сил; u_i , K_i – внутренняя и кинетическая энергии; γ_i – температуропроводность; $c_{p,i}$, $c_{v,i}$ – удельные теплоемкости при постоянном давлении и объеме; h_i – энтальпия; K_{ht} – коэффициент теплообмена; T_i – температура; $\vec{v} = \alpha_1 \vec{v}_1 + \alpha_2 \vec{v}_2$ – скорость газокапельной смеси. Нижними индексами $i, j = 1, 2$ обозначены водная и газовая фазы смеси.

Выражение для тензора вязких напряжений имеет вид:

$$\boldsymbol{\tau}_i = \mu_i (\nabla \vec{v}_i + \nabla \vec{v}_i^T) - \frac{2}{3} (\mu_i \operatorname{div} \vec{v}_i) \mathbf{I},$$

где μ_i – динамическая вязкость; \mathbf{I} – единичный тензор.

Плотность межфазных сил представлена суммой

$$\vec{F}_i = \vec{F}_{i,drag} + \vec{F}_{i,vm},$$

где слагаемое

$$\vec{F}_{i,drag} = \frac{3}{4} \alpha_1 C_D \frac{\rho_2}{d_{10}} (\vec{v}_i - \vec{v}_j) |\vec{v}_i - \vec{v}_j|$$

определяет силу межфазного сопротивления по модели Шиллера–Науманна [35] в газокапельной среде с диаметром капели d_{10} .

При исследовании распространения УВ в водной пене важно учитывать синергизис пены – ее осаждение под действием гравитационных сил. Для этого в предложенной модели [28–30] в коэффициент сопротивления C_D была введена зависимость $c_s(\alpha_{10})$, ослабляющая действие межфазного сопротивления при уменьшении начального водосодержания пены:

$$C_D = \frac{c_s(\alpha_{10})(1 + 0.15 \operatorname{Re}^{0.687})}{\operatorname{Re}}, \quad \operatorname{Re} \leq 1000.$$

Выражение для силы присоединенных масс имеет вид:

$$\vec{F}_{i,vm} = 0.5 \alpha_1 \rho_2 \left(\frac{d_i \vec{v}_i}{dt} - \frac{d_j \vec{v}_j}{dt} \right).$$

Интенсивность межфазного теплообмена определена моделью Ранца–Маршалла [36]:

$$K_{ht} = \frac{\kappa_2 \operatorname{Nu}}{d_{10}}, \quad \operatorname{Nu} = 2 + 0.6 \operatorname{Re}^{1/2} \operatorname{Pr}^{1/3},$$

где κ_2 – теплопроводность газа; Nu , Re , Pr – числа Нуссельта, Рейнольдса и Прандтля.

Для описания свойств воздуха выбрано уравнение состояния в форме Пенга–Робинсона [37]:

$$p = \frac{RT_2}{V_m - b} - \frac{a(T_2)}{V_m(V_m + b) + b(V_m - b)}, \quad (5)$$

в котором

$$\begin{aligned} a = 0.45724 \frac{R^2 T_c^2}{p_c} \lambda(T_r, \omega), \quad b = 0.07780 \frac{RT_c}{p_c}, \\ \lambda = (1 + \theta(1 - T_r^{0.5}))^2, \quad T_r = \frac{T_2}{T_c}, \\ \theta = 0.37464 + 1.54226\omega - 0.26992\omega^2, \end{aligned}$$

где R – универсальная газовая постоянная; V_m – молярный объем; T_c , p_c – критические значения температуры и давления для воздуха; ω – ацентрический фактор.

Термодинамические параметры воды определялись широкодиапазонным уравнением состояния [27] в форме Ми–Грюнайзена с упругим потенциалом типа Борна–Майера:

$$p = p^{(p)} + p^{(T)}, \quad u = u^{(p)} + u^{(T)}, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} p^{(p)}(\rho) = A \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{-\beta+1} \exp \left[b \left(1 - \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{-\beta} \right) \right] - \\ - K \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\xi+1}, \quad \rho = \frac{1}{V}, \end{aligned}$$

$$u^{(p)}(\rho) = \int_{\rho^*}^{\rho} \frac{p^{(p)}(\rho)}{\rho^2} d\rho =$$

$$= \frac{A}{\beta\rho_0 b} \exp \left[b \left(1 - \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{-\beta} \right) \right] - \frac{K}{\xi\rho_0} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\xi} + u^*,$$

$$\frac{\xi_V(\rho)}{\rho} = \Gamma(\rho)c_V.$$

Константа интегрирования u^* обеспечивает выполнение условий $u^{(p)}(\rho^*) = 0, p^{(p)}(\rho^*) = 0$.

Модель (1)–(6) была численно реализована методом контрольных объемов с применением алгоритма PIMPLE посредством создания и сборки нового решателя в программном комплексе OpenFOAM [38]. Модель расчета термодинамических свойств, описываемых уравнением состояния воды [27] (6), внедрена в библиотеку thermophysicalModels пакета OpenFOAM.

На основе предложенной модели в работах [28–30] было выполнено численное исследование динамики мощного сферического взрыва в водной пене для условий эксперимента [39].

Схема экспериментальной установки изображена на рис. 1: в цилиндрическом сосуде, заполненном водной пеной с начальным объемным водосодержанием $\alpha_{10} = 0.0083$, происходит детонация ВВ PLANP (масса заряда 145 г). Параметры сильной УВ, инициированной взрывом, измерялись датчиками 1–4.

Рассматриваемая задача решалась в двумерной осесимметричной постановке (рис. 2) с начальными и граничными условиями, выбранными в соответствии с данными эксперимента [39].

Для учета синерезиса пены начальное объемное водосодержание α_{10} варьировалось в диапазоне 0.001 – 0.0083, поскольку процесс осаждения пены длился $\Delta t \approx 10$ мин вплоть до инициирования взрыва [39]. Неравномерное распределение α_{10} показано на рис. 1 синим цветом различной интенсивности.

В соответствии с данными экспериментов [39] датчики 1 и 2 находились в одной горизонтальной плоскости с центром взрыва, и начальное содержание воды в положениях этих датчиков ($l_1 = 0.41$ м, $l_2 = 0.53$ м от точки взрыва) принималось равным экспериментальному значению $\alpha_{10} = 0.0083$. Датчики 3 и 4 ($l_3 = 0.67$ м, $l_4 = 0.93$ м) располагались выше центра взрыва ($h_3 = 0.6$ м, $h_4 = 0.75$ м), и для учета синерезиса начальное объемное водосодержание пены задавалось в виде распределения $\alpha_{10}(h)$ по высоте от центра взрыва, приведенного на рис. 3.

В результате расчетов показано, что процесс синерезиса пены приводит к увеличению скорости фронта УВ в вертикальном направлении вверх



Рис. 1. Схема эксперимента: 1–4 – датчики давления

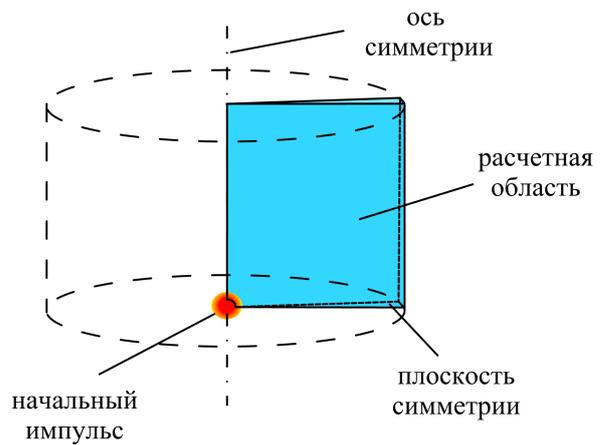


Рис. 2. Схема расчетной области

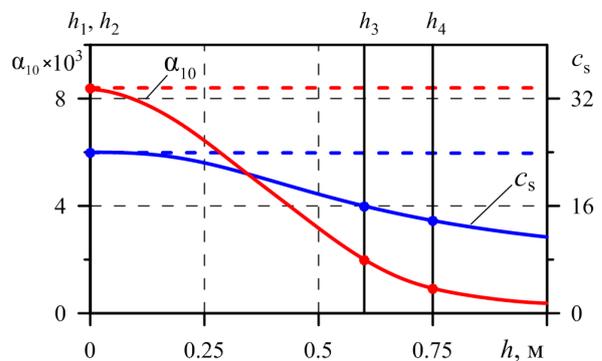


Рис. 3. Начальное распределение $\alpha_{10}(h)$ и зависимость $c_s(\alpha_{10}(h))$ по высоте h от центра взрыва; h_1, \dots, h_4 – высота положения датчиков давления

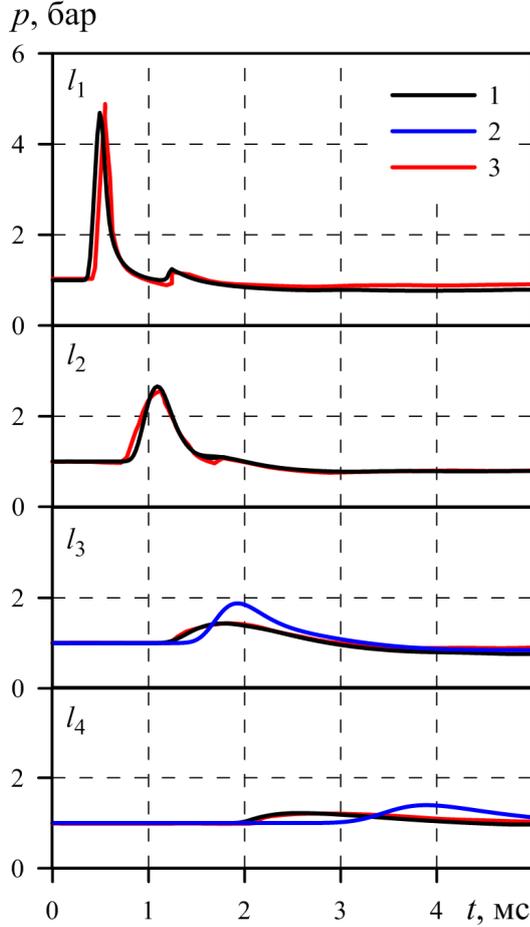


Рис. 4. Динамика импульса давления в пене для датчиков l_1, \dots, l_4 с учетом (1) и без учета (2) процесса синерезиса, 3 – экспериментальные данные [39]

вследствие снижения плотности верхних слоев пены при ее осаждении (рис. 4 и 5).

На рис. 4 представлен сравнительный анализ расчетных и экспериментальных осциллограмм давлений в УВ в положениях датчиков. Установлено, что численные решения с учетом синерезиса пены [28–30] имеют наилучшее согласование с экспериментом [39], и относительная погрешность расчетов не превышает 4%.

3. Влияние упруго-вязко-пластических свойств водной пены на структуру слабой ударной волны

При исследовании взаимодействия водных пен с УВ небольшой интенсивности следует учитывать, что при небольших деформациях пена ведет себя как упруго-вязко-пластичная система, способ-

ная восстанавливать свое исходное состояние после снятия нагрузки [40]. В этом случае малые приложенные напряжения приводят к перегруппировке связей пены с сохранением ее структуры. Лишь при превышении критического напряжения деформации становятся необратимыми – происходит разрушение пены на фазовые составляющие с ее преобразованием в газок капельную среду. Следовательно, необходимо создание моделей водной пены, учитывающих ее упругие свойства при небольших деформациях и псевдопластичность пены как неньютоновской жидкости.

Предлагаемая в [31–33] двухфазная модель водной пены, описывающая ее поведение при слабом ударном воздействии, включает законы сохранения массы и энергии каждой фазы, уравнение импульса и динамики объемного содержания водной фазы пены в однодавленческом, односкоростном приближениях и основана на подходах [23], [34]:

- уравнение неразрывности i -й фазы

$$\frac{\partial(\alpha_i \rho_i)}{\partial t} + \operatorname{div}(\alpha_i \rho_i \vec{v}) = 0, \quad (7)$$

- уравнение импульса смеси

$$\frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \operatorname{div} \boldsymbol{\tau} + \operatorname{div} \boldsymbol{s}, \quad (8)$$

- уравнение сохранения энергии i -й фазы

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\alpha_i \rho_i (u_i + K_i))}{\partial t} + \operatorname{div}(\alpha_i \rho_i (u_i + K_i) \vec{v}) = \\ = -p \frac{\partial \alpha_i}{\partial t} - \operatorname{div}(\alpha_i \vec{v} p) + \\ + \operatorname{div}(\alpha_i \gamma_i \frac{c_{p,i}}{c_{V,i}} \nabla h_i) + \\ + \operatorname{div}(\alpha_i \vec{v} \cdot \boldsymbol{\tau}) + \operatorname{div}(\alpha_i \vec{v} \cdot \boldsymbol{s}), \end{aligned} \quad (9)$$

- уравнение динамики объемного водосодержания:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} + \operatorname{div}(\alpha_1 \vec{v}) - \alpha_1 \operatorname{div}(\vec{v}) = \\ = \alpha_1 \alpha_2 \left(\frac{1}{\rho_2} \frac{d \rho_2}{dt} - \frac{1}{\rho_1} \frac{d \rho_1}{dt} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Входящие в состав водной пены компоненты воздуха и воды описаны реалистичными уравнениями состояния в форме Пенга–Робинсона [37] (5) и Ми–Грюнайзена [27] (6) соответственно.

Обозначения в уравнениях (7)–(10) введены по аналогии с уравнениями модели газок капельной смеси (1)–(6).

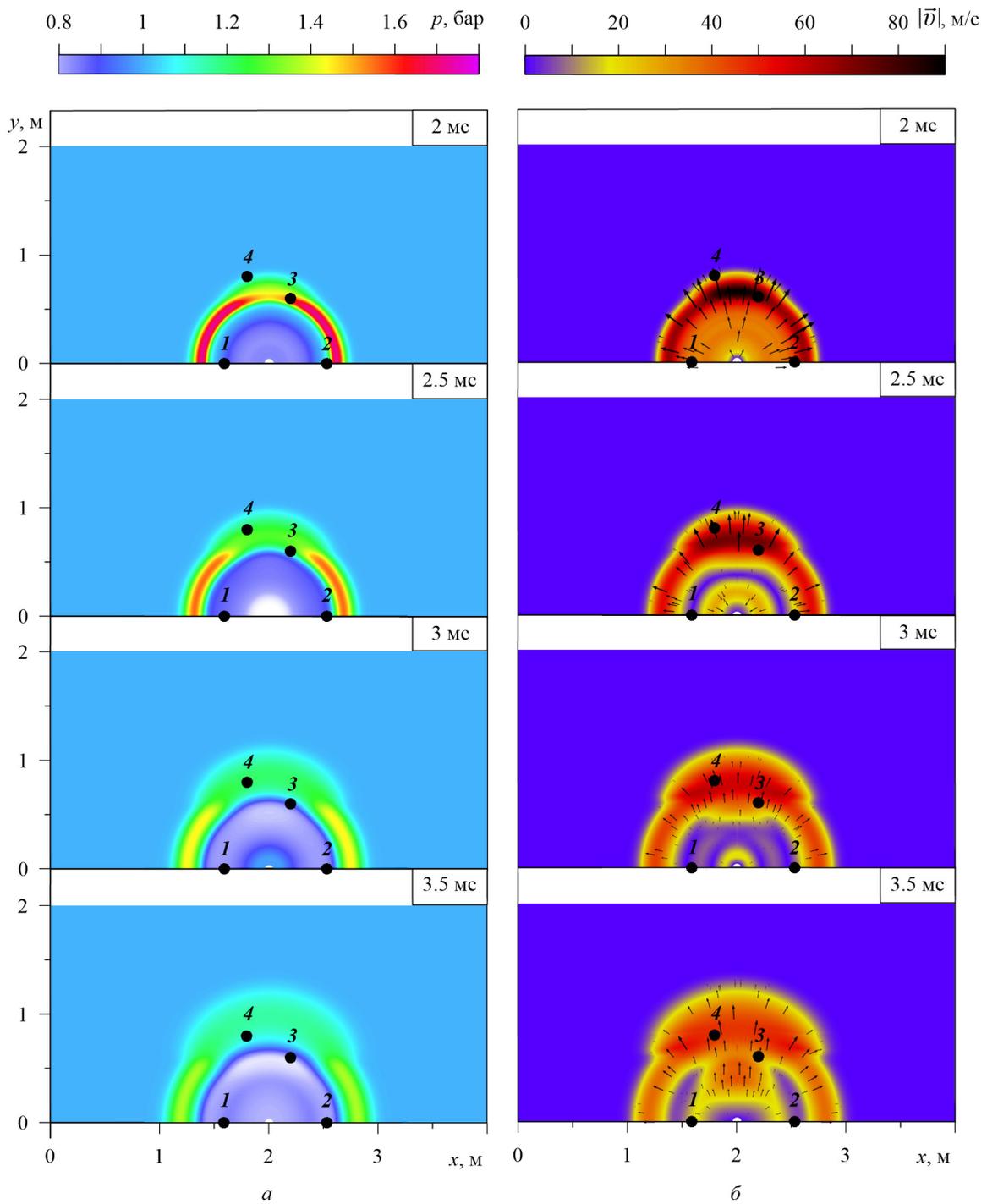


Рис. 5. Динамика полей давления (а) и векторных полей скоростей (б) в указанные моменты времени; 1, ... , 4 – датчики давления

Упругие свойства водной пены, проявляющиеся в случае, когда касательные напряжения не превышают предела упругости s_0 , описаны с использованием закона упругости Гука [23]:

$$\mathbf{s} = \mu_s (\nabla \vec{e} + \nabla \vec{e}^T) - \frac{2}{3} (\mu_s \operatorname{div} \vec{e}) \mathbf{I},$$

где \mathbf{s} — девиатор тензора упругих напряжений; \vec{e} — вектор деформаций; μ_s — модуль сдвига.

Если приложенная деформация достаточно велика, происходит превышение предела сдвиговых напряжений, и пена переходит из упругого состояния в вязкопластическое. Критерием данного перехода является выполнение условия текучести Мизеса [23]

$$|I_2(\mathbf{s})| - \frac{1}{3} s_0^2 > 0.$$

В случае выполнения условия Мизеса, исходные компоненты девиатора тензора упругих напряжений s_{kl} корректируются по формуле [23]:

$$\tilde{s}_{kl} = s_{kl} \frac{s_0}{\sqrt{3|I_2(\mathbf{s})|}}.$$

Здесь $I_2(\mathbf{s})$ — второй инвариант девиатора тензора напряжений \mathbf{s} ; s_{kl} , \tilde{s}_{kl} — исходные и нормированные компоненты \mathbf{s} соответственно.

Вязкопластические свойства водной пены как неньютоновской жидкости описываются в соответствии с моделью Гершеля–Балкли, которая в терминах эффективной вязкости μ_{eff} принимает вид [41]:

$$\mu_{eff} = k |\dot{\gamma}|^{n-1} + \tau_0 |\dot{\gamma}|^{-1},$$

где τ_0 — предел текучести вязкопластического состояния; $|\dot{\gamma}|$ — модуль скорости сдвига; k — коэффициент консистенции; n — показатель отклонения от ньютоновских свойств [41].

Численная реализация рассматриваемой модели водной пены (5)–(10) выполнена методом контрольных объемов в новом решателе, созданном авторами [31–33] в программном комплексе OpenFOAM.

Результаты численных исследований динамики слабых воздушных УВ в слое водной пены для условий экспериментальных данных G. Jourdan et al. [43] и M. Monloubou et al. [42] получены в работах [31–33].

Схема установки, на которой проводились эксперименты G. Jourdan et al. [43], представлена на рис. 6. Слабая УВ с числом Маха $M = 1.3$ формировалась в газе при прорыве диафрагмы из камеры высокого давления.

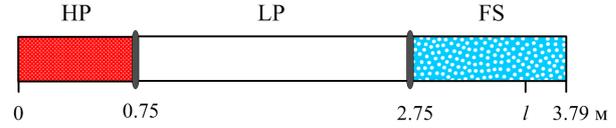


Рис. 6. Схема эксперимента [43]: HP, LP — камеры высокого и низкого давлений, FS — участок трубы с водной пеной, $l = 3.52$ м — положение датчика давления

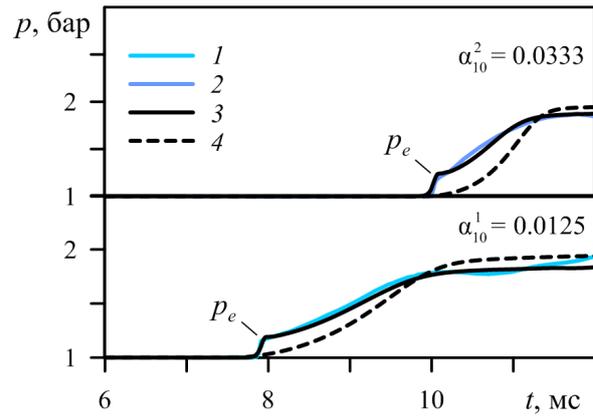


Рис. 7. Зависимости $p(t)$ в пене для $l = 3.52$ м: 1, 2 — данные экспериментов, 3, 4 — расчеты с учетом (3) и без (4) упругих свойств водной пены с указанным начальным водосодержанием α_{10}

Как и в экспериментах, при численном моделировании были исследованы два типа водных пен с начальным объемным водосодержанием $\alpha_0^1 = 0.0125$ и $\alpha_0^2 = 0.0333$. Начальные и граничные условия поставленной задачи согласованы с данными экспериментов [43]: $p_{HP} = 2.4$ бар, $p_{LP} = 1.0$ бар; $T_{HP} = T_{LP} = 298$ К; $\vec{v} = 0$; $s_0 = \tau_0 = 0.25$ бар; $\mu_s^1 = 0.16$ бар, $\mu_s^2 = 0.03$ бар; $k = 2$; $n_1 = 0.5$, $n_2 = 0.3$ (верхний индекс соответствует типу водной пены); $x = 0$, $x = 3.79$ м, $y = 0$, $y = 0.08$ м, $z = 0$, $z = 0.08$ м — жесткие стенки.

Осциллограммы давления $p(t)$, представленные на рис. 7, соответствуют расчетам [33] и экспериментальным данным [43] в положении датчика l для пен с $\alpha_{10}^1 = 0.0125$ и $\alpha_{10}^2 = 0.0333$. Численные решения в виде профилей давления 3 демонстрируют двухволновую конфигурацию ударного импульса в пене: как и в экспериментах [43], основную волну сжатия амплитудой $p \approx 1.8$ бар опережает упругий предвестник амплитудой $p_e \approx 0.2$ бар. Вязкопластические свойства пены формируют более пологий фронт волны по мере ее распространения вглубь пенного слоя. При этом на

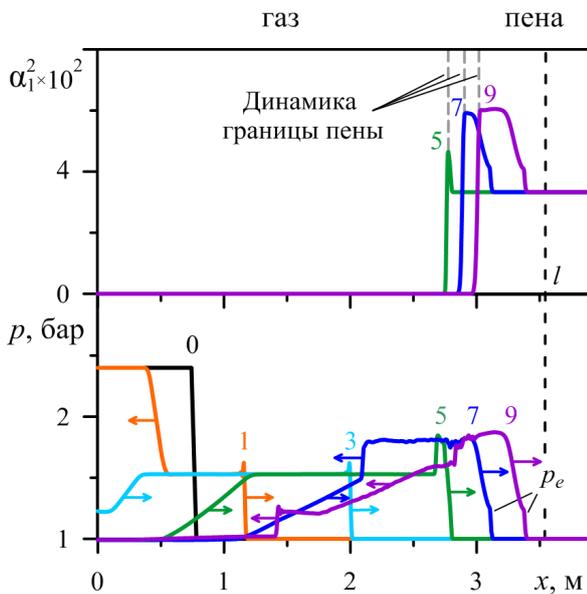


Рис. 8. Расчетные профили $\alpha_1^2(x)$ и $p(x)$ в моменты времени (мс) для $\alpha_{10}^2 = 0.0333$, $l = 3.52$ м – датчик давления, p_e – упругий предвестник

графиках наблюдается различие в скорости ударно-волнового фронта: в более плотном пенном слое ($\alpha_{10}^2 = 0.0333$) скорость УВ меньше в сравнении с вариантом для $\alpha_{10}^2 = 0.0125$. Расчеты без учета упругости пены (4), приведенные для сравнительного анализа, подтверждают влияние упругих свойств водной пены на профиль слабой УВ, не разрушающей пенной структуры.

Волновая картина течения, формирующаяся в процессе распространения УВ в газе, содержащем слой водной пены с $\alpha_{10}^2 = 0.0333$, представлена на рис. 8. После разрыва диафрагмы в камере высокого давления происходит формирование падающей УВ и отраженной волны разгрузки ($t = 1.0$ мс). С приходом УВ на контактную границу газ–пена происходит локальное уплотнение пенного слоя до $\alpha_1^2 = 0.045$, и давление УВ в зоне взаимодействия увеличивается. Воздействие УВ на пенный слой смещает его границу, сжимая пену до $\alpha_1^2 \approx 0.06$.

На следующем этапе исследований в [31, 32] рассматривался эксперимент из работы М. Monloubou et al. [42], в котором изучалась динамика слабой УВ в слое водной пены, инициируемой в ударной трубе длиной 4 м, состоящей из камер высокого (НР) и низкого (LP) давлений и сегмента трубы (AF) длиной ≈ 0.63 м, в котором располагался слой водной пены (рис. 9). После разрыва диафрагмы D инициировался процесс распространения УВ вглубь ударной трубы,

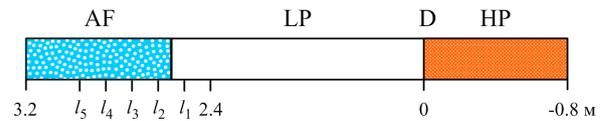


Рис. 9. Схема эксперимента: НР, LP – камеры высокого и низкого давления, D – диафрагма, AF – сегмент с водной пеной, l_1, \dots, l_5 – датчики давления

содержащей газовую область и пенный слой. Осциллограммы давлений на УВ фиксировались датчиками 1–5, закрепленными на расстоянии 0.1 м друг от друга. Датчик 1 располагался в газовой области перед пенным слоем на расстоянии $l_1 = 0.7$ м от левой границы трубы, датчики 2–5 – в слое водной пены.

Моделирование исследуемого процесса [42] было проведено при следующих начальных условиях: в камерах высокого и низкого давлений $p_{HP} = 5.5$ бар, $T_{HP} = T_{LP} = 300$ К, $p_{LP} = 1.0$ бар; начальное объемное водосодержание пены $\alpha_{10} = 0.05$. Параметры, описывающие упруго-вязко-пластические свойства водной пены: $s_0 = \tau_0 = 0.5$ бар, $\mu_s = 0.3$ бар, $k = 1$, $n = 0.3$. Граничные условия: $x = -0.8$ м, $x = 3.2$ м, $y = 0$, $y = 0.08$ м, $z = 0$, $z = 0.08$ м – жесткие стенки.

На рис. 10(а) показано распространение в газе плоской УВ амплитудой $\Delta p \approx 1.5$ бар, движущейся со скоростью ≈ 500 м/с. Второй скачок давления амплитудой ≈ 4 бар, наблюдаемый на датчиках 3–5, образуется вследствие отражения основной УВ от левой границы установки.

В случае наличия пенного слоя (рис. 10(б)) численные и экспериментальные осциллограммы, полученные с датчика 1, расположенного в газовой области перед пенным слоем, имеют двухступенчатую структуру. Первое повышение давления происходит в момент прихода основной воздушной УВ, второй скачок давления является следствием отражения этой волны от границы с водной пеной, более плотной по сравнению с газовой средой. Установлено небольшое повышение давления на $\Delta p \approx 0.5$ бар в слое пены (рис. 10(б)), что обусловлено ее уплотнением в процессе взаимодействия с УВ. С течением времени при движении по пенному слою ударный импульс приобретает двухволновую структуру, состоящую из основной УВ амплитудой $\Delta p \approx 2$ бар и опережающего ее упругого предвестника амплитудой $p_e \approx 0.5$ бар.

Анализ численных решений, полученных с учетом наличия в ударной трубе пенного слоя, показал снижение скорости фронта ударного импульса в 2.5 раза по сравнению с чистым газом.

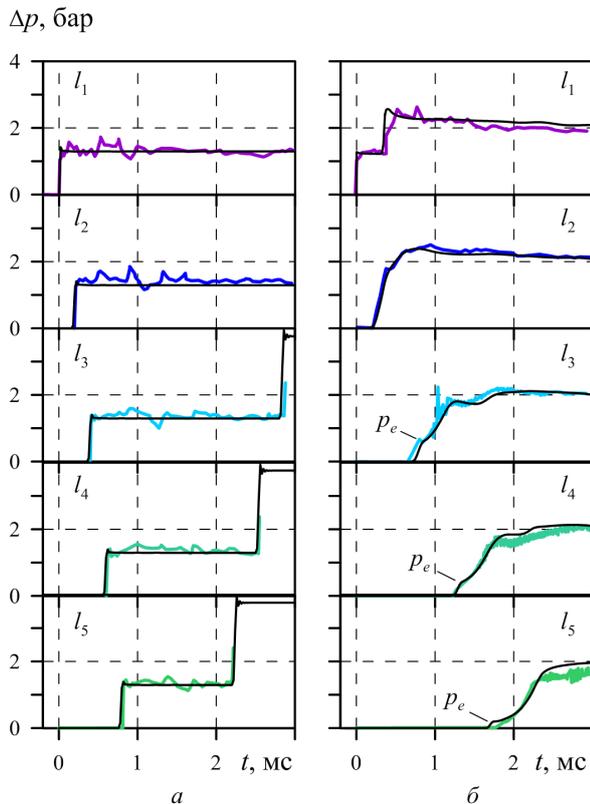


Рис. 10. Зависимости избыточного давления $\Delta p(t)$ в газе (а) и пене (б) в положениях датчиков l_1, \dots, l_5 ; черные линии – результаты расчетов; цветные линии – экспериментальные данные [42], p_e – упругий предвестник

На рис. 11 показано распределение объемного содержания воды в пене $\alpha_1(x)$ при $t = 0.35$ мс с момента прихода УВ на 1-й датчик. В расчетах [31, 32], как и в экспериментах [42], фиксируется локальная зона повышенного объемного водосодержания (до $\alpha_1 = 0.2$), расположенная за фронтом УВ. При этом правая граница пены смещается вслед за ударно-волновым фронтом, что приводит к формированию области с высоким содержанием газа ($x = 2.6$ м, рис. 11).

Полученные в работах [31–33] результаты численного моделирования имеют удовлетворительное согласование с экспериментальными данными [42, 43].

4. Заключение

В обзоре приведен анализ существующих моделей водной пены, описывающих ее поведение под ударно-волновым воздействием.

Рассмотрена модель двухфазной газокпельной смеси для исследования динамики сильных

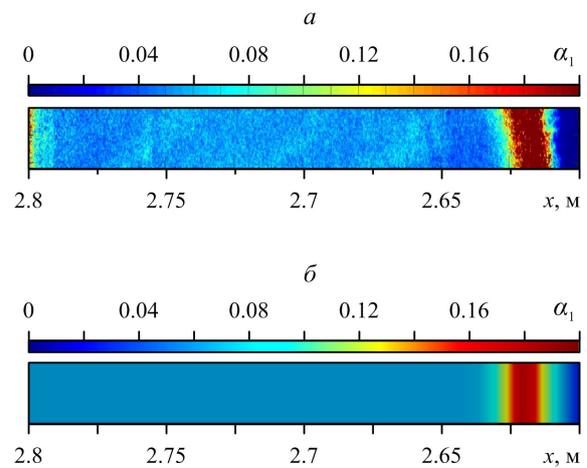


Рис. 11. Распределение $\alpha_1(x)$ в рассматриваемом сегменте ударной трубы в момент времени $t = 0.35$ мс: а – экспериментальные данные [42]; б – расчеты

УВ в водной пене в соответствии с однодавленческим, двухскоростным, двухтемпературным приближениями, учитывающая межфазный теплообмен, силы межфазного сопротивления, присоединенных масс и явление синерезиса пены. Показано, что синерезис пены приводит к увеличению скорости движения УВ в вертикальном направлении вверх вследствие снижения плотности верхних слоев пены.

Проанализирована динамика водной пены под воздействием слабых УВ, не разрушающих ее структуру. Упруго-вязко-пластическое поведение водной пены описано в рамках двухфазной смеси модели. Упругие свойства учтены в соответствии с законом Гука. Переход к вязкопластическому течению контролировался условием Мизеса, а выше предела текучести – законом Гершеля–Балкли для неньютоновской жидкости. Детализированы причины двухволновой структуры УВ, состоящей из упругого предвестника, опережающего основную волну сжатия, и выявлены особенности формирования за фронтом УВ области повышенного водосодержания, за которой находится свободная от пены зона, образованная в результате смещения границы пены вслед за УВ.

Численная реализация моделей проведена с использованием новых решателей программного комплекса OpenFOAM. Имеется удовлетворительное согласование расчетов с данными экспериментов.

Список литературы

- [1] Rudinger G. Effect of a finite volume occupied by particles on the dynamics of a mixture of gas and particles // *Rak. Tekh. Kosmonavt.* 1965. No. 7. Pp. 1217–1222.
- [2] Borisov A.A., Gelfand B.E., Kudinov V.M., Palamarchuk B.I., Stepanov V.V., Timofeev E.I. and Khomik S.V. Shock waves in water foams // *Acta Astronautica.* 1978. V. 5, No. 11/12. Pp. 1027–1033.
DOI: [10.1016/0094-5765\(78\)90007-3](https://doi.org/10.1016/0094-5765(78)90007-3)
- [3] Вахненко В.А., Кудинов В.М., Паламарчук Б.И. К вопросу о затухании сильных ударных волн в релаксирующих средах // *Физика горения и взрыва.* 1984. № 1. С. 105–111.
https://www.sibran.ru/journals/issue.php?ID=150975&ARTICLE_ID=151005
- [4] Borisov A.A., Gelfand B.E., Timofeev E.I. Shock waves in liquids containing gas bubbles // *Int. J. Multiphase Flow.* 1983. V. 9, No. 5. Pp. 531–543.
DOI: [10.1016/0301-9322\(83\)90016-2](https://doi.org/10.1016/0301-9322(83)90016-2)
- [5] Panczak T.D., Krier H. Shock propagation and blast attenuation through aqueous foams // *J. Hazard. Mat.* 1987. V. 14. Pp. 321–336.
DOI: [10.1016/0304-3894\(87\)85004-5](https://doi.org/10.1016/0304-3894(87)85004-5)
- [6] Васильев Е.И., Митичкин С.Ю., Тестов В.Г., Хайбо Х. Численное моделирование и экспериментальное исследование влияния процесса синерезиса на распространение ударных волн в газожидкостной пене // *Журнал технической физики.* 1997. № 11. С. 1–9.
eLIBRARY ID: [21318032](https://elibrary.ru/21318032)
- [7] Liverts M., Ram O., Sadot O., Apazidis N., Ben-Dor G. Mitigation of exploding-wire-generated blast-waves by aqueous foam // *Phys. Fluids.* 2015. V. 27. 076103.
DOI: [10.1063/1.4924600](https://doi.org/10.1063/1.4924600)
- [8] Sembian S, Liverts M., Apazidis N. Attenuation of strong external blast by foam barriers // *Phys. Fluids.* 2016. V. 28. 096105.
DOI: [10.1063/1.4963243](https://doi.org/10.1063/1.4963243)
- [9] Кудинов В.М., Паламарчук Б.И., Гельфанд Б.Е., Губин С.А. Параметры ударных волн при взрыве зарядов ВВ в пене // *Докл. АН СССР.* 1976. Т. 228, №3. С. 555–557.
MathNet: [dan40111](https://mathnet.ru/dan40111)
- [10] Kudinov V.M., Palamarchuk B.I., Gelfand B.E., Gubin S.A. Shock waves in gas-liquid foams // *Appl. Mech.* 1977. V. 13, No. 3. Pp. 279–285.
DOI: [10.1007/BF00882681](https://doi.org/10.1007/BF00882681)
- [11] Britan A., Shapiro H., Liverts M., Ben-Dor G., Chinnayya A., Hadjadj A. Macro-mechanical modelling of blast wave mitigation in foams. Part I: Review of available experiments and models // *Shock Waves.* 2013. V. 23. Pp. 5–23.
DOI: [10.1007/s00193-012-0417-4](https://doi.org/10.1007/s00193-012-0417-4)
- [12] Ждан С.А. Численное моделирование взрыва заряда ВВ в пене // *ФГВ.* 1990. Т. 26, № 2. С. 103–110.
eLIBRARY ID: [30555610](https://elibrary.ru/30555610)
- [13] Британ А.Б., Зиновик И.Н., Левин В.А. Разрушение пены ударными волнами // *Физика горения и взрыва.* 1992. Т. 28, № 5. С. 108–116.
https://www.sibran.ru/journals/issue.php?ID=120152&ARTICLE_ID=135531
- [14] Британ А.Б., Васильев Е.И., Куликовский В.А. Моделирование процесса ослабления ударной волны экраном из пены // *Физика горения и взрыва.* 1994. № 3. С. 135–142.
eLIBRARY ID: [12747113](https://elibrary.ru/12747113)
- [15] Суров В.С. О распространении волн в пенообразных средах // *ТВТ.* 1996. Т. 34, № 2. С. 285–292.
MathNet: [tvt2731](https://mathnet.ru/tvt2731)
- [16] Суров В.С. О взаимодействии волн давления с неоднородным экраном из пены // *ТВТ.* 1997. Т. 35, № 1. С. 25–30.
MathNet: [tvt2425](https://mathnet.ru/tvt2425)
- [17] Рахматулин Х.А. Газовая и волновая динамика. М.: Издательство Московского университета, 1983. 200 с.
- [18] Baer M., Nunziato J. A two-phase mixture theory for the deflagration-to-detonation transition (DDT) in reactive granular materials // *Int. J. of Multiphase Flow.* 1986. V. 12, No. 6. Pp. 861–889.
DOI: [10.1016/0301-9322\(86\)90033-9](https://doi.org/10.1016/0301-9322(86)90033-9)
- [19] Saurel R., Abgrall R. A multiphase Godunov method for compressible multifluid and multiphase flows // *J. Comput. Phys.* 1999. V. 150. Pp. 425–467.
DOI: [10.1006/jcph.1999.6187](https://doi.org/10.1006/jcph.1999.6187)
- [20] Saurel R., Le Metayer O. A multiphase model for compressible flows with interfaces, shocks, detonation waves and cavitation // *J. Fluid. Mech.* 2001. V. 431. Pp. 239–271.
DOI: [10.1017/S0022112000003098](https://doi.org/10.1017/S0022112000003098)
- [21] Chinnayya A., Daniel E., Saurel R. Modelling detonation waves in heterogeneous energetic materials // *J. Comput. Phys.* 2004. V. 96, No. 2. Pp. 490–538.
DOI: [10.1016/j.jcp.2003.11.015](https://doi.org/10.1016/j.jcp.2003.11.015)
- [22] Abgrall R., Saurel R. Discrete equations for physical and numerical compressible multiphase mixtures // *J. Comput. Phys.* 2003. V. 186. No 2. Pp. 361–396.
DOI: [10.1016/S0021-9991\(03\)00011-1](https://doi.org/10.1016/S0021-9991(03)00011-1)
- [23] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Т.1. 464 с.
- [24] Болотнова Р.Х., Агишева У.О. Особенности распространения ударных волн в водных пенах с неоднородной плотностью // *Сборник трудов Института механики УНЦ РАН.* 2012. Т. 9, № 1. С. 41–46.
DOI: [10.21662/uim2012.1.007](https://doi.org/10.21662/uim2012.1.007)
- [25] Болотнова Р.Х., Гайнуллина Э.Ф. Исследование демпфирующих свойств водной пены под воздействием сферической ударной волны // *Известия ВУЗов. Поволжский регион. Физико-математические науки.* 2017. № 2. С. 108–121.
DOI: [10.21685/2072-3040-2017-2-9](https://doi.org/10.21685/2072-3040-2017-2-9)
- [26] Болотнова Р.Х., Гайнуллина Э.Ф. Влияние теплообменных процессов на снижение интенсивности сферического взрыва в водной пене // *ПММ.* 2019. Т. 83, № 3. С. 468–477.
DOI: [10.1134/S0032823519030020](https://doi.org/10.1134/S0032823519030020)
- [27] Нигматулин Р.И., Болотнова Р.Х. Широкодиапазонное уравнение состояния воды и пара. Упрощенная форма // *ТВТ.* 2011. Т. 49, № 2. С. 310–313.
MathNet: [tvt291](https://mathnet.ru/tvt291)
- [28] Болотнова Р.Х., Гайнуллина Э.Ф., Нурисламова Э.А. Моделирование процесса ослабления сферического взрыва применением водной пены // *Многофазные системы.* 2019. Т. 14, № 2. С. 108–114.
DOI: [10.21662/mfs2019.2.015](https://doi.org/10.21662/mfs2019.2.015)
- [29] Болотнова Р.Х., Гайнуллина Э.Ф. Моделирование динамики ударного воздействия на водные пены с учетом вязкоупругих свойства явлений синерезиса // *Изв. РАН. МЖГ.* 2020. № 5. С. 28–32.
DOI: [10.31857/S0568528120050023](https://doi.org/10.31857/S0568528120050023)
- [30] Гайнуллина Э.Ф. Влияние синерезиса водной пены на скорость распространения ударной волны // *Многофазные системы.* 2020. № 3. С. 152–160.
DOI: [10.21662/mfs2020.3.126](https://doi.org/10.21662/mfs2020.3.126)
- [31] Болотнова Р.Х., Гайнуллина Э.Ф. Исследование влияния диссипативных свойств водной пены на динамику ударных волн // *ПМТФ.* 2020. № 4. С. 15–21.
DOI: [10.15372/PMTF20200402](https://doi.org/10.15372/PMTF20200402)
- [32] Bolotnova R.Kh., Gainullina E.F. Modeling of weak shock waves propagation in aqueous foam layer // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2021. V. 2103. 012217.
DOI: [10.1088/1742-6596/2103/1/012217](https://doi.org/10.1088/1742-6596/2103/1/012217)

- [33] Гайнуллина Э.Ф. Влияние вязкоупругих свойств водной пены на динамику ударных волн // Вестник Башкирского университета. 2021. Т. 26, № 3. С. 548–553.
DOI: [10.33184/bulletin-bsu-2021.3.1](https://doi.org/10.33184/bulletin-bsu-2021.3.1)
- [34] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. Т. VI. Гидродинамика. 3–е изд., перераб. М: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1986. 736 с.
- [35] Schiller L., Naumann Z. A Drag Coefficient Correlation // Z. Ver. Deutsch. Ing. 1935. V. 77. Pp. 40–65.
- [36] Ranz W.E., Marshall W.R. Evaporation from Drops // Chem. Eng. Prog. 1952. V. 48, No. 22. Pp. 141–146.
- [37] Peng D.Y., Robinson D.B. A new two-constant equation of state // Industrial and Engineering Chemistry: Fundamentals. 1976. V. 15. Pp. 59–64.
DOI: [10.1021/i160057a011](https://doi.org/10.1021/i160057a011)
- [38] OpenFOAM. The Open Source Computational Fluid Dynamics (CFD) Toolbox.
<http://www.openfoam.com>
- [39] Del Prete E., Chinnayya A., Domergue L., et al. Blast Wave Mitigation by Dry Aqueous Foams // Shock Waves. 2013. V. 23, No. 1. Pp. 39–53.
DOI: [10.1007/s00193-012-0400-0](https://doi.org/10.1007/s00193-012-0400-0)
- [40] Ветошкин А.Г. Физические основы и техника процессов сепарации пены. М: Инфра-Инженерия. 2016. 404 с.
- [41] Dollet B., Raufaste C. Rheology of aqueous foams // Comptes Rendus Physique. 2014. V. 15. Pp. 731–747.
DOI: [10.1016/j.crchy.2014.09.008](https://doi.org/10.1016/j.crchy.2014.09.008)
- [42] Monloubou M., Le Clanche J., Kerampran S. New experimental and numerical methods to characterise the attenuation of a shock wave by a liquid foam // Actes 24eme Congres Francais de Mecanique. Brest: AFM. 2019. 255125.
<https://cfm2019.sciencesconf.org/255125/document>
- [43] Jourdan G., Marian C., Houas L. et al. Analysis of shock-wave propagation in aqueous foams using shock tube experiments // Phys. Fluids. 2015. V. 27. 056101
DOI: [10.1063/1.4919905](https://doi.org/10.1063/1.4919905)



Modeling of dynamic phenomena in aqueous foams (review)

Bolotnova R.Kh., Gainullina E.F.

Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa

Analytical review of investigations aimed at studying the aqueous foam behavior under the shock-wave impact is given. The main approaches and theoretical approximations used in the development of aqueous foams models are analyzed. The two-phase gas-drop model of aqueous foam is considered, based on the laws of conservation of mass, momentum, and energy in accordance with one-pressure, two-velocity, two-temperature approximations. The model describes foam dynamics under a high - intensity impact, which destroys the foam structure into microdroplets, and takes into account interfacial heat transfer, interfacial drag and virtual mass forces and the phenomenon of foam syneresis (deposition). The numerical implementation of the model was carried out using new solvers in the OpenFOAM software. The analysis of the numerical solution of the spherical explosion in aqueous foam is given for the conditions of the literature experimental data. The syneresis influence on the intensity and velocity of shock wave propagation is shown. The two-phase model of aqueous foam is considered, which takes into account its elastic-viscous-plastic properties for conditions of weak impact that does not destroy foam structure. The model takes into account the elastic properties of aqueous foam at small deformations and describes it as a non-Newtonian fluid when the foam changes its state from the elastic to viscoplastic. The weak shock wave propagation dynamics in the layer of aqueous foam with the formation of a two-wave structure, consisting of the main wave and the elastic precursor ahead of it, is analyzed. The process of local aqueous foam compaction zone formation, followed by a gaseous region, behind the shock wave front is shown. The reliability of the obtained results of numerical studies is confirmed by their agreement with the literature experimental data.

Keywords: shock wave, aqueous foam, OpenFOAM software, mathematical and numerical modeling

References

- [1] Rudinger G. Effect of a finite volume occupied by particles on the dynamics of a mixture of gas and particles // *Rak. Tekh. Kosmonavt.* 1965. No. 7. Pp. 1217–1222.
- [2] Borisov A.A., Gelfand B.E., Kudinov V.M., Palamarchuk B.I., Stepanov V.V., Timofeev E.I. and Khomik S.V. Shock waves in water foams // *Acta Astronautica.* 1978. V. 5, No. 11/12. Pp. 1027–1033.
DOI: 10.1016/0094-5765(78)90007-3
- [3] Vakhnenko V.A., Kudinov V.M., Palamarchuk B.I. Damping of strong shocks in relaxing media // *Combust. Explos. Shock Waves.* 1984. V. 20. Pp. 97–103.
DOI: 10.1007/BF00749928
- [4] Borisov A.A., Gelfand B.E., Timofeev E.I. Shock waves in liquids containing gas bubbles // *Int. J. Multiphase Flow.* 1983. V. 9, No. 5. Pp. 531–543.
DOI: 10.1016/0301-9322(83)90016-2
- [5] Panczak T.D., Krier H. Shock propagation and blast attenuation through aqueous foams // *J. Hazard. Mat.* 1987. V. 14. Pp. 321–336.
DOI: 10.1016/0304-3894(87)85004-5
- [6] Vasil'ev E.I., Mitichkin S.Yu., Testov V.G., Haibo H. Numerical simulation and experimental research on the effect of syneresis on the propagation of shock waves in a gas-liquid foam // *Technical Physics.* 1997. V. 42, No. 11. Pp. 1241–1248.
DOI: 10.1134/1.1258855
- [7] Liverts M., Ram O., Sadot O., Apazidis N., Ben-Dor G. Mitigation of exploding-wire-generated blast-waves by aqueous foam // *Phys. Fluids.* 2015. V. 27. 076103.
DOI: 10.1063/1.4924600
- [8] Sembian S, Liverts M., Apazidis N. Attenuation of strong external blast by foam barriers // *Phys. Fluids.* 2016. V. 28. 096105.
DOI: 10.1063/1.4963243
- [9] Kudinov V.M., Palamarchuk B.I., Gel'fand B.E., Gubin S.A. [Shock wave parameters during detonation of explosive charges in a foam] *Dokl. Akad. Nauk SSSR* [The Proceedings of the USSR Academy of Sciences]. 1976. V. 228, No. 3. Pp. 555–557 (in Russian).
MathNet: dan40111
- [10] Kudinov V.M., Palamarchuk B.I., Gelfand B.E., Gubin S.A. Shock waves in gas-liquid foams // *Appl. Mech.* 1977. V. 13, No. 3. Pp. 279–283.
DOI: 10.1007/BF00882681

- [11] Britan A., Shapiro H., Liverts M., Ben-Dor G., Chinnayya A., Hadjadj A. Macro-mechanical modelling of blast wave mitigation in foams. Part I: Review of available experiments and models // *Shock Waves*. 2013. V. 23. Pp. 5–23.
DOI: [10.1007/s00193-012-0417-4](https://doi.org/10.1007/s00193-012-0417-4)
- [12] Zhdan S.A. Numerical modeling of the explosion of a high explosive (HE) charge in foam // *Combust., Explos., Shock Waves*. 1990. V. 26, No. 2. Pp. 221–227.
DOI: [10.1007/BF00742416](https://doi.org/10.1007/BF00742416)
- [13] Britan A.B., Zinovik I.N., Levin V.A. Breaking up foam with shock waves // *Combust. Explos. Shock Waves*. 1992. V. 28. Pp. 550–557.
DOI: [10.1007/BF00755733](https://doi.org/10.1007/BF00755733)
- [14] Britan A.B., Vasil'ev E.I., Kulikovskii V.A. Modeling the process of shock-wave attenuation by a foam screen // *Combust. Explos. Shock Waves*. 1994. V. 30, No. 3. Pp. 389–396.
DOI: [10.1007/BF00789435](https://doi.org/10.1007/BF00789435)
- [15] Surov V.S. Propagation of Waves in Foams // *High Temperature*. 1996. V. 34, No. 2. Pp. 280–287.
MathNet: [tvt2731](https://mathnet.ru/tvt2731)
- [16] Surov V.S. Interaction of Pressure Waves with an Inhomogeneous Shield of Foam // *High Temperature*. 1997. V. 35, No. 1. Pp. 21–26.
MathNet: [tvt2425](https://mathnet.ru/tvt2425)
- [17] Rakhmatulin Kh.A. [Gas and wave dynamics] *Gazovaya i volnovaya dinamika*. M.: Moscow University Publishing House, 1983. P. 200 (In Russian).
- [18] Baer M., Nunziato J. A two-phase mixture theory for the deflagration-to-detonation transition (DDT) in reactive granular materials // *Int. J. of Multiphase Flow*. 1986. V. 12, No. 6. Pp. 861–889.
DOI: [10.1016/0301-9322\(86\)90033-9](https://doi.org/10.1016/0301-9322(86)90033-9)
- [19] Saurel R., Abgrall R. A multiphase Godunov method for compressible multifluid and multiphase flows // *J. Comput. Phys*. 1999. V. 150. Pp. 425–467.
DOI: [10.1006/jcph.1999.6187](https://doi.org/10.1006/jcph.1999.6187)
- [20] Saurel R., Le Metayer O. A multiphase model for compressible flows with interfaces, shocks, detonation waves and cavitation // *J. Fluid. Mech*. 2001. V. 431. Pp. 239–271.
DOI: [10.1017/S0022112000003098](https://doi.org/10.1017/S0022112000003098)
- [21] Chinnayya A., Daniel E., Saurel R. Modelling detonation waves in heterogeneous energetic materials // *J. Comput. Phys*. 2004. V. 96, No. 2. Pp. 490–538.
DOI: [10.1016/j.jcp.2003.11.015](https://doi.org/10.1016/j.jcp.2003.11.015)
- [22] Abgrall R., Saurel R. Discrete equations for physical and numerical compressible multiphase mixtures // *J. Comput. Phys*. 2003. V. 186, No. 2. Pp. 361–396.
DOI: [10.1016/S0021-9991\(03\)00011-1](https://doi.org/10.1016/S0021-9991(03)00011-1)
- [23] Nigmatulin R.I. *Dynamics of Multiphase Media*. New York: Hemisphere, 1990. P. 532.
- [24] Bolotnova R.Kh., Agisheva U.O. [Features of shock wave propagation in aqueous foams with non-uniform density] *Trudy Instituta Mexaniki im. R.R. Mavlyutova Ufimskogo Nauchnogo Centra Rossijskoj Akademii Nauk* [Proceedings of the Mavlyutov Institute of Mechanics]. 2012. V. 9, No. 1. Pp. 41–46 (in Russian).
DOI: [10.21662/uim2012.1.007](https://doi.org/10.21662/uim2012.1.007)
- [25] Bolotnova R.Kh., Gainullina E.F. [A research of damping properties of aqueous foam under the impact of spherical shock waves] *Izvestiya VUZov. Povolzhskij Region. Fiziko-Matematicheskie Nauki* [University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences]. 2017. No. 2. Pp. 108–121 (in Russian).
DOI: [10.21685/2072-3040-2017-2-9](https://doi.org/10.21685/2072-3040-2017-2-9)
- [26] Bolotnova R.Kh., Gainullina E.F. Influence of Heat-exchange Processes on Decreasing an Intensity of a Spherical Explosion in Aqueous Foam // *Fluid Dynamics*. 2019. V. 54, No. 7. Pp. 970–977.
DOI: [10.1134/S0015462819070024](https://doi.org/10.1134/S0015462819070024)
- [27] Nigmatulin R.I., Bolotnova R.Kh. Wide-Range Equation of State of Water and Steam: Simplified Form // *High Temperature*. 2011. V. 49, No. 2. Pp. 303–306.
DOI: [10.1134/S0018151X11020106](https://doi.org/10.1134/S0018151X11020106)
- [28] Bolotnova R.Kh., Gainullina E.F., Nurislamova E.A. [Modeling of the spherical explosion attenuation process using aqueous foam] *Mnogofaznye sistemy* [Multiphase systems]. 2019. V. 14, No. 2. Pp. 108–114 (in Russian).
DOI: [10.21662/mfs2019.2.015](https://doi.org/10.21662/mfs2019.2.015)
- [29] Bolotnova R.Kh., Gainullina E.F. Modeling the Dynamics of Shock Impact on Aqueous Foams with Account for Viscoelastic Properties and Syneresis Phenomena // *Fluid Dynamics*. 2020. V. 55, No. 5. Pp. 604–608.
DOI: [10.1134/S001546282005002X](https://doi.org/10.1134/S001546282005002X)
- [30] Gainullina E.F. [Influence of aqueous foam syneresis on the shock wave propagation velocity] *Mnogofaznye sistemy* [Multiphase systems]. 2020. No. 3. Pp. 152–160 (in Russian).
DOI: [10.21662/mfs2020.3.126](https://doi.org/10.21662/mfs2020.3.126)
- [31] Bolotnova R.Kh., Gainullina E.F. Influence of the dissipative properties of aqueous foam on the dynamics of shock waves // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2020. V. 61, No. 4. Pp. 510–516.
DOI: [10.15372/PMTF20200402](https://doi.org/10.15372/PMTF20200402)
- [32] Bolotnova R.Kh., Gainullina E.F. Modeling of weak shock waves propagation in aqueous foam layer // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2021. V. 2103. 012217.
DOI: [10.1088/1742-6596/2103/1/012217](https://doi.org/10.1088/1742-6596/2103/1/012217)
- [33] Gainullina E.F. [Influence of viscoelastic properties of aqueous foam on the dynamics of weak shock waves] *Vestnik Bashkirskogo universiteta* [Bulletin of Bashkir University]. 2021. V. 26, No. 3. Pp. 548–553 (in Russian).
DOI: [10.33184/bulletin-bsu-2021.3.1](https://doi.org/10.33184/bulletin-bsu-2021.3.1)
- [34] Landau L.D., Lifshitz E.M. *Fluid Mechanics*. Oxford: Pergamon Press, 1987. P. 554.
- [35] Schiller L., Naumann Z. A Drag Coefficient Correlation // *Z. Ver. Deutsch. Ing.* 1935. V. 77. Pp. 40–65.
- [36] Ranz W.E., Marshall W.R. Evaporation from Drops // *Chem. Eng. Prog.* 1952. V. 48, No. 22. Pp. 141–146.
- [37] Peng D.Y., Robinson D.B. A new two-constant equation of state // *Industrial and Engineering Chemistry: Fundamentals*. 1976. V. 15. Pp. 59–64.
DOI: [10.1021/i160057a011](https://doi.org/10.1021/i160057a011)
- [38] OpenFOAM. The Open Source Computational Fluid Dynamics (CFD) Toolbox.
<http://www.openfoam.com>
- [39] Del Prete E., Chinnayya A., Domergue L., et al. Blast Wave Mitigation by Dry Aqueous Foams // *Shock Waves*. 2013. V. 23, No. 1. Pp. 39–53.
DOI: [10.1007/s00193-012-0400-0](https://doi.org/10.1007/s00193-012-0400-0)
- [40] Vetoshkin A.G. *Physical foundations and technology of foam separation processes*. Moscow: Infra-Inzheneriya, 2016. 404 p.
- [41] Dollet B., Raufaste C. Rheology of aqueous foams // *Comptes Rendus Physique*. 2014. V. 15. Pp. 731–747.
DOI: [10.1016/j.crhy.2014.09.008](https://doi.org/10.1016/j.crhy.2014.09.008)
- [42] Monloubou M., Le Clanche J., Kerampran S. New experimental and numerical methods to characterise the attenuation of a shock wave by a liquid foam // *Actes 24eme Congres Francais de Mecanique*. Brest: AFM. 2019. 255125.
<https://cfm2019.sciencesconf.org/255125/document>
- [43] Jourdan G., Marian C., Houas L. et al. Analysis of shock-wave propagation in aqueous foams using shock tube experiments // *Phys. Fluids*. 2015. V. 27. 056101
DOI: [10.1063/1.4919905](https://doi.org/10.1063/1.4919905)