

ISSN: 2658–5782

Номер 3–4

2020

# МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

[mfs.uimech.org](https://mfs.uimech.org)





## Об искажении проходящей и отраженной ударных волн при взаимодействии со слоем гранулированной среды

Баширова К.И.

Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа

Подготовлена модель ударной трубы для исследования поведения ударной волны в изогнутом слое легких упругих гранулированных частиц, размещенном в центре трубы. Для поставленной задачи записана стандартная математическая модель для двухфазной системы, состоящая из уравнений неразрывности, состояния и энергии, а также уравнения для силы межфазного взаимодействия. Вычислительные эксперименты проводились с использованием пакета OpenFOAM. Подготовленная модель позволила провести моделирование перепада давления между  $3 \times 10^5$  Па и  $10^5$  Па в трубе с концентрацией частиц 20 %, создающего ударную волну. Получены распределения давления в разные моменты времени в различных сечениях до и после прохождения сквозь изогнутый слой, а также профили скорости в аналогичных сечениях. Численные эксперименты показали, что искривление слоя гранулированных частиц приводит к существенному рассеянию волны. Помимо этого выявлены изменения фронта волны в пристеночных областях после прохождения слоя среды. Перераспределение потока жидкости в пристеночной области вызвано искривлением нижней границы слоя частиц.

**Ключевые слова:** ударные волны, гранулированный слой, рассеяние волн, численное моделирование

### 1. Введение

Ударные волны — распространенное природное явление, представляющее собой движущуюся внутри какой-либо среды поверхность разрыва. В ходе движения волны возникают скачки давления, скорости и температуры. Для исследования этого процесса удобным представляется использование моделей таких установок, как ударные трубы [1]. Они применяются при исследовании обтекания сложных геометрических объектов, потоков газовых смесей при сверхзвуковых скоростях. Процесс прохождения ударных волн через многофазные среды активно изучается [2–4]. Слой гранулированной среды, помещенный в установку, позволяет добиться значительного рассеяния и замедления волн.

В представленной работе рассматриваются распределения давлений и скоростей после про-

хождения ударной волны сквозь изогнутый гранулированный слой. В литературе встречаются описания исследований подобных процессов с применением устоявшихся ламинарных течений [5]. Ранее автором рассматривалась задача, в которой слой гранулированной среды располагался на дне ударной трубы [6, 7]. В настоящей работе рассматриваются изменение фронта и рассеяние ударной волны с турбулентными эффектами при прохождении сквозь гранулированный слой в середине трубы.

### 2. Постановка задачи

В ходе изучения процесса прохождения ударной волны сквозь зернистый слой рассматривается модель трубы длиной 0.6 м и диаметром 0.1 м. В верхней части трубы находится область повышенного давления  $3 \times 10^5$  Па, в остальных частях давление  $10^5$  Па. В середине трубы расположен слой гранулированной среды (рис. 1). Объемное содержание засыпки 0.2. Диаметр гранул  $2.75 \times 10^{-3}$  м. Радиус окружности, ограничивающей зернистый слой снизу, составляет 0.07 м.



Рис. 1. Схема размещения гранулированной среды

В качестве граничных были заданы условия непротекания для скорости воздуха на всех стенках трубы и проскальзывания для частиц на всех границах. Для давления принято условие  $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$  на стенках трубы.

Расчет проводился до 0.005 с. За это время волна доходит до нижней стенки трубы и отражается от нее.

### 3. Математическая модель

Процесс прохождения ударной волны сквозь слой гранулированной среды описывается стандартной системой уравнений [8], для несущей фазы используются уравнения неразрывности, импульсов, энергии и уравнение состояния для идеального газа для замыкания системы:

$$\frac{\partial \rho_{(1)}}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_{(1)} v_{(1)i})}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho_{(1)} v_{(1)j})}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_{(1)} v_{(1)j} v_{(1)i})}{\partial x_i} = \\ = -\alpha_{(1)} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{(1)ji}}{\partial x_i} + \rho_{(1)} g_j + F_{(21)j}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho_{(1)} E)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_{(1)} v_{(1)i} E)}{\partial x_i} = -\alpha_{(1)} \frac{\partial (p v_{(1)i})}{\partial x_i} + \\ + \frac{\partial (\tau_{(1)ji} v_{(1)i})}{\partial x_j} + \rho_{(1)} v_{(1)i} g_i, \end{aligned} \quad (3)$$

$$e = \frac{p}{(\gamma - 1) \rho_{(1)}}. \quad (4)$$

Для несомой гранулированной фазы записана аналогичная система, состоящая из уравнений

неразрывности и импульсов:

$$\frac{\partial \rho_{(2)}}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_{(2)} v_{(2)i})}{\partial x_i} = 0, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho_{(2)} v_{(2)j})}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_{(2)} v_{(2)j} v_{(2)i})}{\partial x_i} = \\ = -\alpha_{(2)} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{(2)ji}}{\partial x_i} + \rho_{(2)} g_j + F_{(12)j}. \end{aligned} \quad (6)$$

В уравнениях (1)–(6) используются следующие обозначения:  $\rho_{(k)}$  — эффективная плотность газовой фазы, связанная с истинной плотностью  $\rho_{(k)0}$  соотношением  $\rho_{(k)} = \alpha_{(k)} \rho_{(k)0}$ ;  $t$  — время;  $\alpha_{(k)}$  — объемная концентрация  $k$ -й фазы, где  $k = 1$  для несущей фазы,  $k = 2$  для несомой дисперсной фазы;  $v_{(k)i}$  —  $i$ -я составляющая вектора скорости  $k$ -й фазы,  $i = 1, 2, 3$ ;  $p$  — давление;  $g_i$  — компоненты вектора ускорения свободного падения;  $E = e + \frac{(\vec{v}_1)^2}{2}$  — удельная полная энергия;  $e$  — внутренняя энергия;  $\gamma$  — показатель адиабаты;  $\tau_{(k)ij}$  — тензор напряжений:

$$\tau_{(k)ij} = \mu_{(k)} \left[ \left( \frac{\partial v_{(k)i}}{\partial x_j} + \frac{\partial v_{(k)j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial v_{(k)l}}{\partial x_l} \right].$$

Силы межфазного взаимодействия связаны между собой соотношением  $F^{21} = -F^{12}$ , сила межфазного взаимодействия приведена в уравнении:

$$F_{(km)i} = \frac{3}{4} \alpha_k \alpha_m \rho_{(2)} \frac{C_D}{d} (v_{(k)} - v_{(m)}) |v_{(k)} - v_{(m)}|.$$

Здесь  $C_D = \frac{4\pi d^2 \mu_{(1)}}{\alpha_{(1)} \alpha_{(2)} \rho_{(1)} |\vec{v}_{(1)} - \vec{v}_{(2)}|}$  — коэффициент сопротивления, основанный на силе Стокса [9];  $d$  — диаметр гранул в среде;  $m$  — принимает значения 1 или 2 и показывает значение номера фазы.

Вязкость гранулированной фазы  $\mu_{(2)}$  описывается эмпирическим уравнением Багнольда [10]:

$$\mu_{(2)} = \beta \left( \frac{\alpha_{(2)*} - \alpha_{(2)0}}{\alpha_{(2)*} - \alpha_{(2)}} \right), \quad \alpha_{(2)0} < \alpha_{(2)} < \alpha_{(2)*},$$

где  $\beta$  — эмпирический коэффициент;  $\alpha_{(2)0}$  — объемная концентрация дисперсной фазы, начиная с которой вязкость отлична от нуля;  $\alpha_{(2)*}$  — объемная концентрация, начиная с которой сыпучая среда остается неподвижной.

Представленной модели достаточно для описания процессов в ударной трубе, поскольку гранулированная среда моделируется при помощи конечно-объемной сетки.

#### 4. Результаты вычислительных экспериментов

В качестве среды моделирования был использован пакет OpenFOAM. OpenFOAM — свободно распространяемый пакет, предназначенный для решения задач механики сплошных сред, численного моделирования в гидродинамике.

Поставленная задача решалась с использованием стандартного солвера пакета OpenFOAM twoPhaseEulerFoam. Солвер предназначен для моделирования систем из несжимаемых флюидных фаз и дисперсной среды.

Турбулентные свойства воды были заданы при помощи модели  $k - \omega$  (kOmegaSST) RAS, для гранулированной среды выбрана модель RAS kineticTheory, позволяющая задать максимальную концентрацию гранул, равную 0.62.

При прохождении волны вдоль трубы происходит несколько отражений. На рис. 2(а) показано распределение давления в начале прохождения слоя, на рис. 2(б) — во время прохождения сквозь слой, на рис. 2(в) — после прохождения слоя, на рис. 2(г) — после отражения от нижней стенки.

При прохождении сквозь слой гранулированной среды возникает незначительное отражение, после прохождения сквозь слой фронт волны меняется. Наиболее заметны изменения фронта волны на графике продольной скорости после прохождения слоя. Для представленных выше моментов времени рассмотрим продольное распределение давления по центру (рис. 3(а)–6(а)), поперечные эпюры давления в сечениях 0.16 м, 0.23 м, 0.375 м и 0.445 м (рис. 3(б)–6(б)) и профиль скорости в этих же сечениях (рис. 3(в)–6(в)). Графики эпюр давления были нормированы к значениям  $[0, 1]$ . Цвета пунктирных линий на графиках распределения давления обозначают сечения вдоль трубы и соответствуют цветам профилей скорости и давления.

Таким образом можно сделать вывод, что после прохождения сквозь искривленный гранулированный слой наблюдается изменение скорости потока в пристеночном слое. В соответствии с моментами времени на графиках профилей давления заметны множественные отражения от гранулированного слоя и от нижней стенки установки, а также неоднородность фронта волны.

#### 5. Заключение

В представленной работе показано, что прохождение ударной волны сквозь гранулированную среду может быть описано континуальной моделью, записанной для двух фаз.

Численные эксперименты показали, что с использованными начальными и граничными усло-

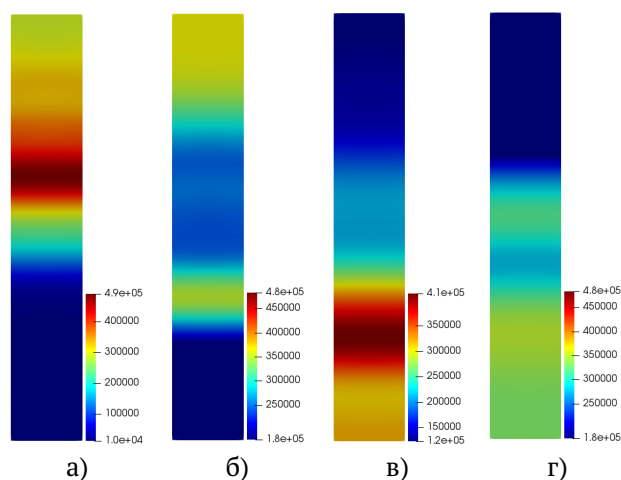


Рис. 2. Распределение давления в ударной трубе в моменты времени: а)  $t = 0.0003$  с, б)  $t = 0.0005$  с, в)  $t = 0.0009$  с, г)  $t = 0.0011$  с

вия в полученной модели наблюдаются перераспределения потока жидкости в пристеночной области, связанные с прохождением волны сквозь искривленный слой.

#### Список литературы

- [1] Arun K.R., Pathak V. Shock wave mitigation using zig-zag structures and cylindrical obstructions // Defence Technology. 2020. 12 p. DOI: 10.1016/j.dt.2020.10.001
- [2] Кедринский В.К. Ударные волны в жидкости с пузырьками газа // ФГВ. 1980. Т. 16, № 5. С. 14–25. eLIBRARY ID: 29137129
- [3] Britain A., Ben-Dor G. Shock tube study of the dynamical behavior of granular materials // International Journal of Multiphase Flow. 2006. V. 32. Pp. 623–642. DOI: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2006.01.007
- [4] Fedgun V.R., Karinski Y.S., Yankelevsky D.Z. A two-phase model to simulate the 1-D shock wave propagation in porous metal foam // International Journal of Impact Engineering. 2015. V. 82. Pp. 113–129. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2015.03.012
- [5] Михайленко К.И., Кулешов В.С. Математическое моделирование скоростной неравномерности потока газа за пористой преградой // Вычислительные технологии. 2015. Т. 20, № 6. С. 46–58. eLIBRARY ID: 25408686
- [6] Баширова К.И., Михайленко К.И. Трехмерное моделирование ударной трубы в пакете OpenFOAM // Вестник Башкирского университета. 2018. Т. 23, № 3. С. 621–626. eLIBRARY ID: 36476517
- [7] Баширова К.И., Михайленко К.И. Отражение ударной волны от слоя мелкодисперсной среды малых концентраций // Многофазные системы. 2019. Т. 14, № 4. С. 279–283. DOI: 10.21662/mfs2019.4.036
- [8] Bashirova K.I., Mikhaylenko C.I. Reflection of a shock wave from a finely dispersed medium of low concentrations // Journal of Physics: Conference Series. XXXVI Siberian Thermophysical Seminar (STS 36). 2020. V. 1677. 012051. DOI: 10.1088/1742-6596/1677/1/012051
- [9] Mikhaylenko C.I., Valeeva Yu.R. Highly dispersed medium sedimentation from air under pressure forces // Numerical methods and Programming. 2013. V. 14. Pp. 328–33. eLIBRARY ID: 21014483
- [10] Bagnold, R.A. Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear // Proc. R. Soc. Lond. 1954. V. 225. Pp. 49–63. DOI: 10.1098/rspa.1954.0186

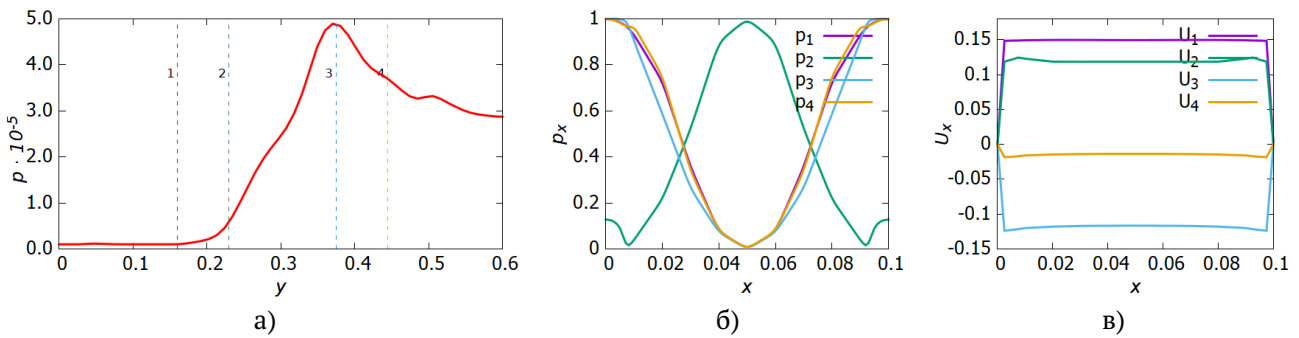


Рис. 3. Продольное распределение давления по центру трубы (а), поперечные эпюры давления в сечениях (б), профиль скорости в сечениях (в) в момент времени  $t = 0.0003$  с

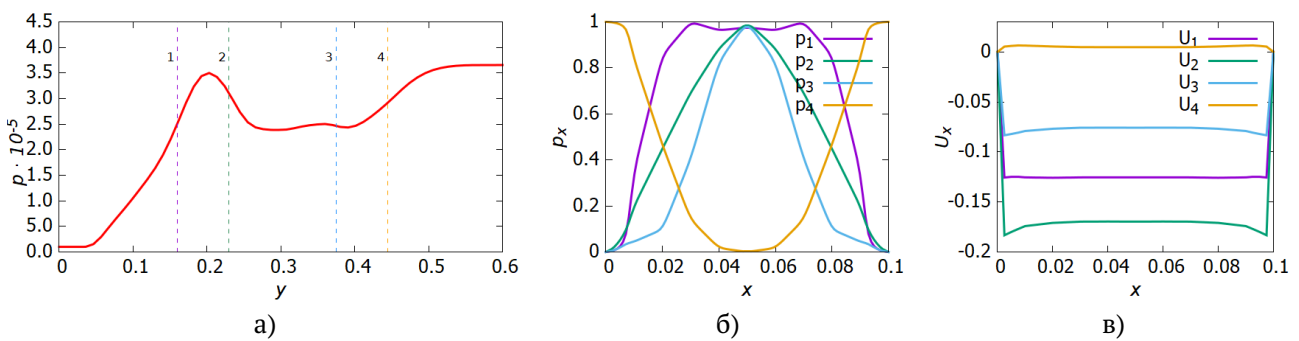


Рис. 4. Продольное распределение давления по центру трубы (а), поперечные эпюры давления в сечениях (б), профиль скорости в сечениях (в) в момент времени  $t = 0.0005$  с

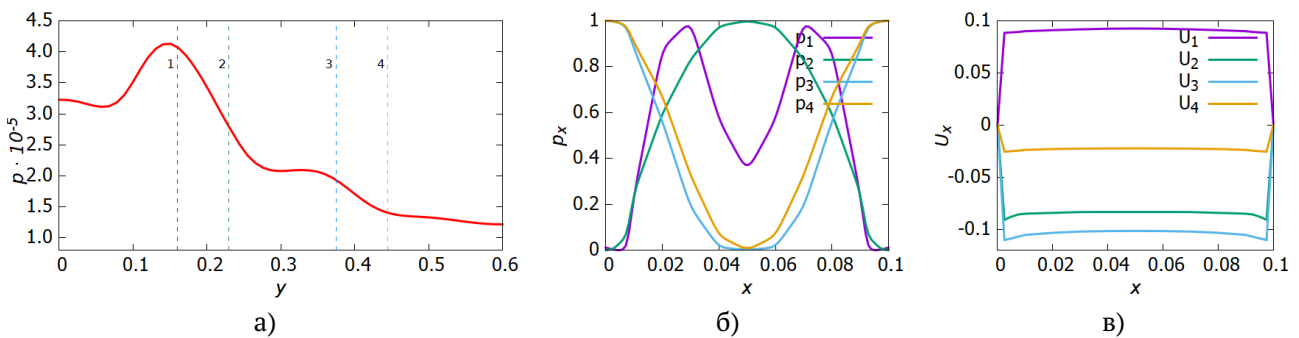


Рис. 5. Продольное распределение давления по центру трубы (а), поперечные эпюры давления в сечениях (б), профиль скорости в сечениях (в) в момент времени  $t = 0.0009$  с

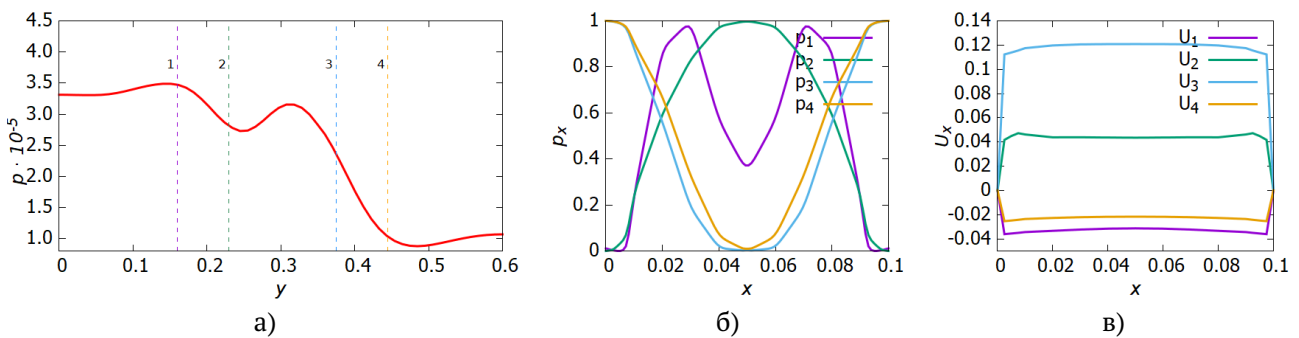


Рис. 6. Продольное распределение давления по центру трубы (а), поперечные эпюры давления в сечениях (б), профиль скорости в сечениях (в) в момент времени  $t = 0.0011$  с



## On the distortion of transmitted and reflected shock waves when interacting with a layer of a granular medium

Bashirova K.I.

Ufa state aviation technical university, Ufa

A model of a shock tube has been prepared to study the behavior of a shock wave in a curved layer of light elastic granular particles located in the center of the tube. For the given problem, a standard mathematical model is written for a two-phase system, consisting of equations of continuity, state and energy, as well as an equation for the force of interphase interaction. Computational experiments were made using the OpenFOAM package. The prepared model allowed to carry out simulations for pressure between  $3 \times 10^5$  Pa and  $10^5$  Pa and concentration of particles 20%, which creates a shock wave. Pressure distributions were obtained at different times in different sections before and after passing through the curved layer, as well as velocity profiles in similar sections. Numerical experiments have shown that the curvature of the layer of granular particles leads to significant scattering of the wave. In addition, significant changes in the wave front were revealed in the near-wall regions after the passage of a layer of granular medium. The redistribution of the fluid flow in the near-wall region is caused by the curvature of the lower boundary of the particle layer.

**Keywords:** shock waves, granular layer, wave scattering, numerical simulation

### References

- [1] Arun K.R., Pathak V. Shock wave mitigation using zig-zag structures and cylindrical obstructions // *Defence Technology*. 2020. 12 p.  
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.dt.2020.10.001>
- [2] Kedrinsky V. K. Shock waves in liquid with gas bubbles // *Combustion, explosion, and shock waves*. 1980. V. 16, No. 5. Pp. 14–25.  
eLIBRARY ID: 35463272
- [3] Britain A., Ben-Dor G. Shock tube study of the dynamical behavior of granular materials // *International Journal of Multiphase Flow*. 2006. V. 32. Pp. 623–642.  
DOI: [10.1016/j.ijmultiphaseflow.2006.01.007](https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2006.01.007)
- [4] Fedgun V.R., Karinski Y.S., Yankelevsky D.Z. A two-phase model to simulate the 1-D shock wave propagation in porous metal foam // *International Journal of Impact Engineering*. 2015. V. 82. Pp. 113–129.  
DOI: [10.1016/j.ijimpeng.2015.03.012](https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2015.03.012)
- [5] Mikhaylenko C.I., Kuleshov V.S. Mathematical modeling of velocity non-uniformity of gas flow behind a porous barrier // *Computational technologies*. 2015. V. 20, No. 6. Pp. 46–58 (in Russian).  
eLIBRARY ID: 25408686
- [6] Bashirova K.I., Mikhaylenko C.I. Three-dimensional modeling of a shock tube in the OpenFOAM package // *Bulletin of Bashkir University*. 2018. V. 23, No. 3. Pp. 621–626 (in Russian).  
eLIBRARY ID: 36476517
- [7] Bashirova K.I., Mikhaylenko C.I. Reflection of a shock wave from a layer of a finely dispersed medium of low concentrations // *Multiphase systems*. 2019. V. 14, No. 4. Pp. 279–283 (in Russian).  
DOI: [10.21662/mfs2019.4.036](https://doi.org/10.21662/mfs2019.4.036)
- [8] Bashirova K.I., Mikhaylenko C.I. Reflection of a shock wave from a finely dispersed medium of low concentrations // *Journal of Physics: Conference Series*. XXXVI Siberian Thermophysical Seminar (STS 36). 2020. V. 1677. 012051.  
DOI: [10.1088/1742-6596/1677/1/012051](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1677/1/012051)
- [9] Mikhaylenko C.I., Valeeva Yu.R. Highly dispersed medium sedimentation from air under pressure forces // *Numerical methods and Programming*. 2013. V. 14. Pp. 328–33.  
eLIBRARY ID: 21014483
- [10] Bagnold R.A. Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear // *Proc. R. Soc. Lond.* 1954. V. 225. Pp. 49–63.  
DOI: [10.1098/rspa.1954.0186](https://doi.org/10.1098/rspa.1954.0186)