

Численное моделирование распределения тепла в тонком неоднородном стержне

Середжинова Г.И.

БашГУ, Уфа

Рассматривается краевая задача для обыкновенного дифференциального уравнения, решение которого, как и коэффициенты уравнения, имеют разрыв первого рода [1-4]. Если описание исследуемого процесса приводит к решению уравнения вида

$$-\frac{d}{dx}\left(k(x)\frac{du}{dx}\right) + q(x)u = f(x), 0 < x < l \quad (1)$$

с разрывными коэффициентами $k(x), q(x)$ претерпевающими разрыв первого рода в конечном числе точек интервала $[0, l]$, то по постановке краевой задачи требует доопределения искомого решения: введения дополнительных условий в точках разрывов коэффициентов. Если согласно характеру исследуемого процесса искомое решение уравнения (1) непрерывно, то наряду с обычными краевыми условиями ставятся так называемые дополнительные условия сопряжения в точке разрыва коэффициентов [2], [5].

Такие задачи встречаются при описании распределения тепла в тонком стержне. В данной работе показывается эффективность итерационного процесса для задачи сопряжения с разрывным решением с итерациями на внутренней границе разрыва решения, предложенного Ф.В. Лубышевым [2]. Численное решение задачи было осуществлено разностным методом. На основе разработанной программы был проведен вычислительный эксперимент. В данной работе приведены примеры с известным точным решением. Вычислительный эксперимент показал эффективность применения предложенного итерационного процесса.

Список литературы:

- [1] O.A. Ladyzhenskaya, *Krayevyye zadachi matematicheskoy fiziki*, M.: Nauka, 1973. p. 407.
- [2] F.V. Lubyshev, M.E. Fayruzov, G.YA. Galeeva, *Iteratsionnyye protsessy dlya sostoyaniy s razryvnymi koeffitsiyentami i resheniyami v zadachakh optimal'nogo upravleniya kvazilineynymi uravneniyami*. // *Zhurnal srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva*, 2011. T. 13. №2. pp.36-46.
- [3] A.A. Samarskiy, V.B. Andreyev, *Raznostnyye metody dlya ellipticheskikh uravneniy*, M.: Nauka, 1976. p. 350.
- [4] A.A. Samarskiy, *Teoriya raznostnykh skhem*, M.: Nauka, 1989. p. 614.
- [5] F.V. Lubyshev, *O raznostnykh approksimatsiyakh zadach optimal'nogo upravleniya dlya polulineynkh ellipticheskikh uravneniy s razryvnymi koeffitsiyentami i resheniyami*. // *Zhurnal vychisl. matematiki i matematicheskoy fiziki*, 2012. T. 52. №8. pp.361-383.