

Силы вязкого и невязкого взаимодействия пульсирующих в жидкости двух сфер вблизи их контакта¹

Сандуляну Ш.В.

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

Теория, разработанная в [1] для двух сфер постоянных радиусов, обобщается для определения вязких сил, действующих на два пульсирующие сферические пузырьки в приближении Стокса.

Задача решается в бисферических координатах. По функции тока, удовлетворяющей бигармоническому уравнению и граничным условиям, были найдены точные выражения для вязких сил в виде сходящихся рядов. Рассмотрены два вида граничных условий: условие прилипания и условие свободной границы. Для обоих условий из точных рядов найдены асимптотики вязких сил вблизи контакта. Для случая прилипания вязкие силы имеют главную асимптотику h^{-1}

$$F_{\mu 1} \approx -F_{\mu 2} = -6\pi\mu_l \bar{R}^2 \frac{\dot{h}}{h} - 6\pi\mu_l \bar{R} \ln\left(\frac{\bar{R}}{h}\right) \left(\frac{1}{5} + \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2}\right) \dot{h} - 6\pi\mu_l \bar{R} \ln\left(\frac{\bar{R}}{h}\right) \left(\frac{R_2(R_2 + 2R_1)}{(R_1 + R_2)^2} \dot{R}_1 + \frac{R_1(R_1 + 2R_2)}{(R_1 + R_2)^2} \dot{R}_2\right) + O(1),$$

где h – расстояние (зазор) между поверхностями сфер, R_1, R_2 и \dot{R}_1, \dot{R}_2 – радиусы сфер и скорость их изменения, $\dot{h} = -(\dot{R}_1 + \dot{R}_2 + u_1 + u_2)$,

$\bar{R} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$, u_1, u_2 скорости центров сфер направлены на встречу друг друга, μ_l – вязкость жидкости. При $\dot{R}_1 = \dot{R}_2 = 0$ (твердые шары) результат согласуется с [2, 3].

Для случая свободной границы главная асимптотика меняется на логарифмическую

$$F_{\mu 1} \approx -F_{\mu 2} = -2\pi\mu_l \bar{R} \dot{h} \ln\left(\frac{\bar{R}}{h}\right) + O(1).$$

При $\dot{R}_1 = \dot{R}_2 = 0$ имеется согласие с [4]

Список литературы

- [1] Stimson M., Jeffery G. B. The motion of two spheres in a viscous fluid. Proceedings of the Royal Society of London. Series A – 1926. – Vol. 111. – no. 757. – P. 110-116.
- [2] Cooley M. D. A., O'Neill M. E. On the slow motion generated in a viscous fluid by the approach of a sphere to a plane wall or stationary sphere // Mathematika. – 1969. – Vol. 16. – no. 1. – P. 37-49.
- [3] Jeffrey D. J. Low-Reynolds-number flow between converging spheres // Mathematika. – 1982. – Vol. 29. – no. 1. – P. 58-66.
- [4] Зинченко А. З. К расчету гидродинамического взаимодействия капель при малых числах Рейнольдса // Прикладная математика и механика. – 1978. Т. 42 – №. 5. – С. 955-959.

¹ Работа выполнена по теме государственного задания (№ государственной регистрации АААА-А20-120011690138-6)