

Сингулярный метод в задачах электрогидродинамики однородных суспензий сферических капель

Натяганов В.Л., Маслов С.А.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва

В классе обобщенных функций найдены решения ряда задач электрогидродинамики (ЭГД) для сферических капель с поверхностным зарядом простого или двойного электрического слоя (ДЭС).

Хотя для капель с различным типом поверхностного заряда системы определяющих уравнений совпадают и состоят из уравнений гидродинамики в приближении Стокса и уравнения Лапласа для электрического потенциала, однако связь через граничные условия гидродинамических и электрических частей этих задач различна [1,2].

Для большинства рассмотренных ЭГД задач электрический потенциал φ и поле скоростей через функцию тока ψ в сферических координатах ищется в виде

$$\varphi = (\alpha r + \beta/r^2) \cos \theta + C,$$

$$\psi = (A_4 r^4 + A_2 r^2 + A_1 r + D_1/r) \sin^2 \theta$$

или

$$\psi = (A_5 r^5 + A_3 r^3 + A_0 + D_2/r^2) \sin^2 \theta \cos \theta$$

для области вне капли ($r > 1$) и в таком же виде для штрихованных коэффициентов внутри капли ($r < 1$).

В классе обобщенных функций классические решения для одиночной капли с ДЭС с соответствующими граничными условиями [1] определяются системой вида [3]

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{v} + \nabla p &= 8\pi A_1 \mathbf{u}_0 \delta(\mathbf{r}), \\ \operatorname{div} \mathbf{v} &= -4\pi D_1 (\mathbf{u}_0 \cdot \nabla \delta(\mathbf{r})), \\ \Delta \varphi &= 4\pi \beta (\mathbf{k} \cdot \nabla \delta(\mathbf{r})), \end{aligned} \quad (1)$$

т.е. влияние капли на поток при $r > 1$ описывается электрическим диполем и линейной комбинацией точечной силы (член с A_1) и потенциального диполя (член с D_1). Для капли с простым электрическим слоем система типа (1), но с другими правыми частями, описывает сингулярное воздействие на поток от комбинации стресслота – симметричной части силового диполя (член с A_0) и осесимметричного квадруполья (член с D_2), которые дают сингулярный вклад и для $\operatorname{div} \mathbf{v}$.

Затем эти сингулярные решения методом осреднения по ансамблю возможных конфигураций [3,4] обобщаются на однородные суспензии таких капель для получения их интегральных характеристик типа эффективных значений вязкости μ , электропроводности σ и диэлектрической проницаемости ϵ . В частности, после осреднения системы (1) получаем

$$\operatorname{rot} \langle \mathbf{u} \rangle + \nabla \langle p \rangle = 6c A_1 g(r) \mathbf{u}_0,$$

$$\operatorname{div} \langle \mathbf{u} \rangle = -3c D_1 \left[\frac{dg}{dr} + g(2) \delta(r-2) \right] u_0 \cos \theta,$$

$$\Delta \langle \varphi \rangle = 3c \beta \left[\frac{dg}{dr} + g(2) \delta(r-2) \right] \cos \theta,$$

где $g(r)$ – бинарная коррелятивная функция с разрывом при $r = 2$, а угловые скобки $\langle \dots \rangle$ означают результат осреднения. К этой системе необходимо добавить уравнения для центральной (пробной) капли, а затем итоговую систему решать в трех областях при $r < 1$, $1 < r < 2$ и $r > 2$ с соответствующими граничными условиями [3,5].

Особое внимание обращается на эффект сильного роста ϵ для суспензии капель с тонким двойным электрическим слоем при ее электрокапиллярном дрейфе в электрическом поле. Этот эффект позволил теоретически обосновать ряд характерных черт торнадо в развивающейся стадии до касания воронки подстилающей поверхности [5].

Список литературы:

- [1] Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: ГФМЛ, 1959. 700 с.
- [2] Мелчер Дж.Р. Электрогидродинамика // Магнитная гидродинамика. 1974. № 2. С. 3-30.
- [3] Натяганов В.Л., Орешина И.В. Электрогидродинамика монодисперсных эмульсий // Коллоидный журнал. 2000. Т. 62. № 1. С. 90-100.
- [4] Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336с.
- [5] Маслов С.А., Натяганов В.Л. Роль эффекта гигантской диэлектрической проницаемости в процессе генерации торнадо // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2019. Т. 20(2). <http://chemphys.edu.ru/issues/2019-20-2/articles/82>