# Численное решение модельной задачи фильтрационного горения газов при обобщённом числе Льюиса

**Кабилов М.М.*, Холов О.А.****

*Российско-Таджикский (Славянский) университет, Душанбе
**Институт математики им. А.Джураева АН Республики Таджикистан, Душанбе

Данная работа посвящена численному исследованию модельной задачи фильтрационного горения газов при обобщённом числе Льюиса. Эта модель представляет собой однотемпературную одномерную математическую модель описания распространения стационарной волны горения смеси газов в инертной пористой среде, учитывающее явление диффузии недостающего компонента[1-3]. Рассматриваемая математическая модель, в частном случае, преобразуется в систему дифференциальных уравнений, используемая для описания стационарной волны горения газа [4].

После замены переменных и преобразований

$$y = \frac{\lambda}{Q\eta_0\sqrt{(J\lambda/c_p)_*}}\cdot\frac{dT}{dx}, \qquad \theta = \frac{T-T_0}{T_e-T_0},$$

$$T_e = T_0 + \frac{Q\eta_0}{c_p\alpha}, \qquad \alpha = 1 + \frac{\rho_2 c_2 u}{\rho_{10}c_p(u+\upsilon_{10})}$$

из рассматриваемой модели получаем следующую систему с граничными условиями, аналогично в [4]

$$y\frac{dy}{d\theta} - my + \varphi = 0\,,$$

$$\alpha y Le\frac{dn}{d\theta} - m(n+\theta-1) + y = 0\,. \tag{1}$$

$$\theta = 0:\ y = 0,\ \ n = 1,$$

$$\theta = 1:\ y = 0,\ \ n = 0\,.$$

где $m = \rho_{10}(u+\upsilon_{10})/\sqrt{(J\lambda/c_p)_*}$ - безразмерная скорость распространения фронта горения, $Le = \rho_{1*}c_pD_*/\lambda$ - число Льюиса. Функция безразмерной скорости химической реакции имеет вид

$$\varphi = \frac{1}{\alpha}\cdot\frac{\rho_1 n\exp(-E/R(T_0+\theta(T_e-T_0)))}{\rho_{1*}n_*\exp(-E/R(T_0+\theta_*(T_e-T_0)))}.$$

Для выполнения первого уравнения системы (1) сделано следующие приближения

$$y = b\theta(1-\theta), \quad \varphi = b\big(m - b(1-2\theta)\big)\cdot\theta(1-\theta),$$

причём, $\theta = 1/(1+\exp(-\beta x))$,

$$\beta = \frac{4J_*}{\rho_{10}(u+\upsilon_{10})}\cdot\frac{\lambda_*}{\lambda}\cdot\frac{c_p}{c_{p*}}, J_* = \rho_{1*}n_*k_0\exp\left(-\frac{E}{RT_*}\right),$$

$$\rho_{1*} = (\rho_{10}+\rho_{1e})/2\,,\ T_* = (T_0+T_e)/2\,,\ n_* = 0{,}5\,.$$

Следовательно, относительно функции $n$ имеем дифференциальное уравнение

$$b\theta(1-\theta)\alpha Le\frac{dn}{dx} = m(n+\theta-1) - b\theta(1-\theta). \tag{2}$$

Заметим, что при $\alpha Le = 1$ уравнение (2) имеет точное решение [1]: $n = 1/(1+\exp(\beta x))$. Скорость волны $u$ определяется из соотношения

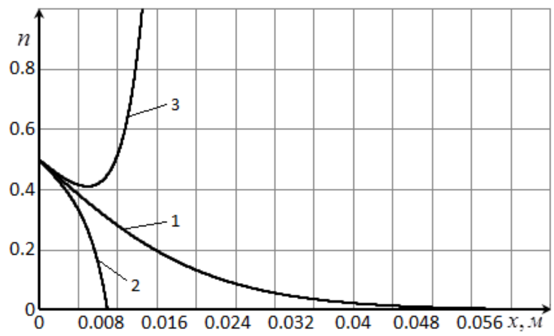
$$(\upsilon_{10}+u)^2 = k_0\exp\left(-\frac{E}{RT_e}\right)\frac{\gamma^2\lambda}{\rho_{10}c_p\alpha}\cdot\frac{T_0}{T_e(1+\gamma)},$$

где $\gamma = RT_e^2/E(T_e-T_0)$.

Функцию $\theta(x)$ подставляя в дифференциальное уравнение (2) приведём к виду

$$\alpha Le\frac{dn}{dx} = \beta\left[\frac{m}{b}\left(n - \frac{1}{1+e^{\beta x}}\right) - \frac{e^{\beta x}}{(1+e^{\beta x})^2}\right] \tag{3}$$

Для численного решения дифференциального уравнения (3) используется метод Рунге-Кутта четвёртого порядка точности. Многочисленные расчёты стационарного распространения волны горения различных составов водородо- и метановоздушных смесей при заданных значениях параметров показывают неустойчивое поведение функции доли недостающего компонента от продольной координаты - $n(x)$ (65%$H_2$+воздух, скорость вдува $\upsilon_{10} = 1{,}5$ м/с, $\alpha Le$:1- 1; 2- 0,9; 3- 1,1)




Заметим, что расчётная кривая 1 идентична с графиком точного решения (3).

**Список литературы:**

[1] Кабилов М.М., Холов О.А. Аналитическое решение модельной задачи фильтрационного горения газов // Доклады НАН Республики Таджикистан. 2019. Т.62.№1-2. С. 31-36.

[2] Кабилов М.М., Холов О.А. Приближённо-аналитическое решение модельной задачи фильтрационного горения газов // Доклады НАН Республики Таджикистан. 2018. Т.61. №2. С.134-139.

[3] Кабилов М.М., Садриддинов П.Б., Гулбоев Б. Дж., Холов О.А. Скорость стационарной волны фильтрационного горения газов при подобии полей температуры и концентрации // Труды Института механики Уфимского научного центра РАН. Том 1 (2017). №1. С.1-6.

[4] Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И., Либрович В. Б., Махвиладзе Г. М. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980. 480с.