



ISSN: 2658–5782

Номер 3

Июль–Сентябрь 2019

МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

mfs.uimech.org





Модель течения раствора кислоты в пористом полупространстве

Ильясов А.М.

Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа

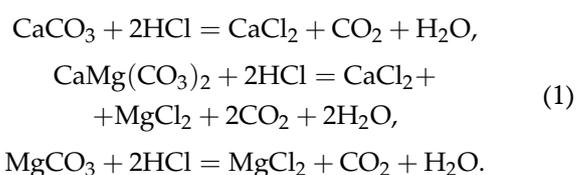
Для увеличения нефтеотдачи слабопроницаемых карбонатных пластов используют кислотные обработки слабоконцентрированным водным раствором соляной кислоты. При этом могут возникнуть различные режимы растворения породы в зависимости от скорости закачки раствора кислоты в породу – от полного растворения скелета породы сплошным фронтом при малых скоростях закачки до возникновения протяженных одиночных червоточин при больших скоростях закачки. В работе разработана одномерная нестационарная модель течения водного раствора соляной кислоты в пористой карбонатной породе с учетом движения фронта реакции растворения карбонатной породы. Найдены граничные условия, при которых полученная система уравнений сводится к автомодельной системе уравнений пятого порядка. В отличие от автомодельной фильтрации ньютоновской жидкости в полупространстве степень зависимости автомодельной независимой переменной равна $-3/2$, а зависимые переменные (пористость и скорость) фильтрации зависят от показателя степени зависимости проницаемости породы от изменения пористости после кислотной обработки.

Ключевые слова: карбонатная порода, фильтрация водного раствора кислоты, скорость реакции, автомодельная система уравнений

1. Математическая модель

Нередко для увеличения продуктивности добываемой скважины в карбонатных пластах применяются солянокислотные обработки или кислотные гидроразрывы пласта (КГРП), использующие водный раствор соляной кислоты с концентрацией 10–25%. Карбонатные породы состоят из основных минералов: кальцита (CaCO_3), доломита ($\text{CaMg}(\text{CO}_3)_2$), магнезита (MgCO_3) и других карбонатов [1]. При проведении кислотных обработок основным процессом, протекающим в карбонатной породе, является ее растворение. При течении водного раствора кислоты в карбонатных коллекторах происходят химические реакции кислоты с

указанными минералами вида:



В действительности реакции (1) и возможные другие реакции идут одновременно. В результате этих реакций карбонатов с соляной кислотой образуются хорошо растворимые в воде соли кальция и магния, вода и углекислый газ. Таким образом, можно считать, что в пластовых условиях соли и углекислый газ находятся в растворенном виде, то есть относятся к жидкой фазе.

Влияние химических реагентов на скорость взаимодействия соляной кислоты на карбонатную породу изучалось в работе [2]. Влияние температуры и концентрации соляной кислоты на полноту растворения карбонатной породы исследовалось в работе [3].

В настоящей работе влиянием температурных эффектов на течение раствора соляной кислоты в карбонатной пористой породе пренебрегается. Целью данной работы является разработка одномерной изотермической нестационарной модели течения водного раствора кислоты в пористой карбонатной породе для адекватного моделирования утечки соляной кислоты через стенки трещины при КГРП.

Диффузионными процессами в жидкой фазе в пористом коллекторе пренебрегаем, поскольку всегда характерное время диффузии $t^{(D)}$ много больше характерного времени конвекции t_* , то есть выполняется неравенство

$$t^{(D)} = \frac{l^2}{D} \gg t_*. \quad (2)$$

Действительно, полагая глубину проникновения раствора кислоты в пористую карбонатную породу равной порядка $l = 1$ м [2], коэффициент конвективной диффузии равным порядка $D = 10^{-9}$ м²/с, а время процесса равным $t_* = 30$ мин = 1800 с, получим неравенство 10^9 с \gg 1800 с. Таким образом, будем рассматривать изотермическое бездиффузионное приближение процесса течения кислоты в породе.

Кроме того, будем решать задачу в двухфазном приближении и в приближении неподвижного скелета породы [4]. Также будем считать, что жидкая фаза является двухкомпонентной и состоит из воды и кислоты. Переходы вещества из твердой в жидкую фазу происходят только вследствие химических реакций типа (1).

Снабдим нижним индексом «1» зависимые переменные, относящиеся к скелету породы, а нижним индексом «2» — к жидкой фазе в поровом или трещиноватом пространстве. Зависимые переменные, относящиеся к кислоте, будем отмечать нижним индексом «(a)», а относящиеся к воде — нижним индексом «(w)».

Уравнение неразрывности для скелета породы и уравнения неразрывности для каждой компоненты в жидкой фазе имеют вид [4]:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = J_{(s)}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho_{2(a)}}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_{2(a)} v)}{\partial x} = J_{(a)}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho_{2(w)}}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_{2(w)} v)}{\partial x} = J_{(w)}. \quad (5)$$

где ρ_1 — приведенная плотность твердой фазы; $\rho_{2(a)}$ — приведенная плотность кислоты; $\rho_{2(w)}$ —

приведенная плотность воды; $J_{(s)}$, $J_{(a)}$ и $J_{(w)}$ — отнесенные к единице объема скорости растворения скелета породы, расход кислоты и образования воды соответственно (скорости реакции по соответствующему веществу); v — скорость течения жидкой фазы; t — время; x — пространственная координата.

Приведенные плотности связаны с коэффициентом пористости m соотношениями

$$\rho_1 = (1 - m)\rho_s^0, \quad \rho_2 = m\rho_2^0, \quad (6)$$

где ρ_s^0 , ρ_2^0 — соответственно истинные плотности материала скелета породы и водного раствора кислоты.

Введем массовые доли (концентрации) компонент в жидкой фазе

$$c_{(a)} = \frac{\rho_{2(a)}}{\rho_2}, \quad c_{(w)} = \frac{\rho_{2(w)}}{\rho_2}, \quad (7)$$

$$\rho_2 = \rho_{2(a)} + \rho_{2(w)}, \quad c_{(a)} + c_{(w)} = 1.$$

Примем, что скорость фильтрации жидкой фазы в карбонатном коллекторе подчиняется закону Дарси

$$W = mv = -\frac{k(m)}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (8)$$

где k , μ — проницаемость породы и вязкость водного раствора кислоты соответственно; p — давление в жидкости.

Изменение проницаемости породы вследствие ее растворения будем учитывать по формуле из работы [5]:

$$k(m) = A_0 k_0 \left(\frac{m}{m_0} \right)^\gamma, \quad (9)$$

где A_0 , γ — экспериментальные константы; k_0 , m_0 — проницаемость и пористость породы до кислотной обработки.

Поскольку карбонатная порода представляет собой смесь минералов, то скорость химической реакции определяется экспериментально. Несмотря на то, что химические реакции в карбонатах являются гетерогенными реакциями, их скорости описываются законом Гульдберга–Вааге для гомогенных реакций, который часто выполняется и для сложных реакций [6]. Поскольку концентрация скелета породы практически не изменяется и приблизительно равна единице, то из закона Гульдберга–Вааге следует, что эмпирическая скорость реакции определяется выражением

$$J_* = K_h s c_{(a)}^n, \quad (10)$$

где $s = S/V$ — удельная площадь реакции; S , V — площадь реакции и реагирующий объем соответственно; K_h — приведенная константа реакции, имеющая в системе единиц СИ размерность $[K_h]=\text{кг}/(\text{м}^2\text{с})$; n — порядок химической реакции кислоты с карбонатной породой, которая может быть дробной, поскольку параллельно или последовательно с образованием неустойчивых продуктов могут идти несколько различных реакций с образованием одного и того же вещества [6].

Предположим, что в карбонатной породе преобладает какой-то один минерал, реакция кислоты с которым происходит по одной из реакций (1). Тогда скорости реакций по соответствующему веществу в уравнениях (3)–(5) будут пропорциональны стехиометрическим коэффициентам в уравнениях (1):

$$J_{(s)} = -v_{(s)}J_*, \quad J_{(a)} = -v_{(a)}J_*, \quad J_{(w)} = v_{(w)}J_*, \quad (11)$$

где $v_{(s)}$, $v_{(a)}$ и $v_{(w)}$ — стехиометрические коэффициенты в реакциях (1). У реагирующих веществ перед стехиометрическими коэффициентами стоит знак «-», а у продуктов реакции — знак «+» [6].

Для простоты введем обозначения

$$c_{(a)} = c, \quad c_{(w)} = 1 - c. \quad (12)$$

Учитывая, что истинные плотности скелета породы и раствора кислоты практически постоянны $\rho_s^0 = \text{const}_1$, $\rho_2^0 = \text{const}_2$, с учетом замены уравнения (5) суммой уравнений (4), (5) из (3)–(12) следует следующая система, описывающая течение раствора соляной кислоты в пористой породе:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{v_{(s)}K_h s}{\rho_s^0} c^n, \quad (13)$$

$$\frac{\partial(mc)}{\partial t} - \frac{A_0 k_0}{\mu m_0^\gamma} \frac{\partial}{\partial x} \left(m^\gamma c \frac{\partial p}{\partial x} \right) = -\frac{v_{(a)}K_h s}{\rho_2^0} c^n, \quad (14)$$

$$\frac{\partial m}{\partial t} - \frac{A_0 k_0}{\mu m_0^\gamma} \frac{\partial}{\partial x} \left(m^\gamma \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{(-v_{(a)} + v_{(w)})K_h s}{\rho_2^0} c^n, \quad (15)$$

$$W = -\frac{A_0 k_0}{\mu m_0^\gamma} m^\gamma \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (16)$$

$$\frac{dx_{(a)}}{dt} = \frac{W}{m} = -\frac{A_0 k_0 m^{\gamma-1}}{\mu m_0^\gamma} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad x_{(a)}(0) = 0. \quad (17)$$

Последнее обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) определяет траекторию фронта кислоты.

При известных константе K_h и порядке реакции n система уравнений (13)–(15) будет полной, если задана удельная поверхность гетерогенной химической реакции s .

Для эффективной пористой среды из шаров одинакового диаметра $2r$ или для идеальной пористой среды из капиллярных трубок одного диаметра $2r$ получается одно и то же выражение для удельной поверхности s . Действительно, по формуле Козени–Кармана имеем [7]:

$$s = \frac{2m}{r}, \quad r = \sqrt{\frac{8k}{m}}.$$

Отсюда следует формула

$$s = \frac{m^{3/2}}{(2k)^{1/2}}. \quad (18)$$

Из (13)–(17) и (18) следует система уравнений для течения раствора кислоты в пористой среде:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = A_1 m^{(3-\gamma)/2} c^n, \quad A_1 = \frac{v_{(s)}K_h m_0^{\gamma/2}}{\rho_s^0 \sqrt{2k_0}}, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(mc)}{\partial t} &= D_1 \frac{\partial}{\partial x} \left(m^\gamma c \frac{\partial p}{\partial x} \right) - B_1 m^{(3-\gamma)/2} c^n, \\ B_1 &= \frac{v_{(a)}K_h m_0^{\gamma/2}}{\rho_2^0 \sqrt{2k_0}}, \quad D_1 = \frac{A_0 k_0}{\mu m_0^\gamma}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial m}{\partial t} &= D_1 \frac{\partial}{\partial x} \left(m^\gamma \frac{\partial p}{\partial x} \right) - C_1 m^{(3-\gamma)/2} c^n, \\ C_1 &= \frac{(v_{(a)} - v_{(w)})K_h m_0^{\gamma/2}}{\rho_2^0 \sqrt{2k_0}}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$W = -D_1 m^\gamma \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (22)$$

$$\frac{dx_{(a)}}{dt} = \frac{W}{m} = -D_1 m^{\gamma-1} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad x_{(a)}(0) = 0. \quad (23)$$

2. Автомодельная система уравнений

Рассмотрим полученную систему уравнений и попытаемся найти ее автомодельное представление. Для этого введем следующие представления зависимых и независимых переменных рассматриваемых систем уравнений:

$$m(x, t) = B_* M(\xi) t^s, \quad \xi = \frac{x}{E_* t^r}, \quad (24)$$

$$c(x, t) = C_* C(\xi) t^l, \quad (25)$$

$$p(x, t) = D_* P(\xi) t^q, \quad (26)$$

$$W(x, t) = A_* W(\xi) t^{r_1}. \quad (27)$$

Подставим представления (24)–(27) в систему уравнений (19)–(23), что дает следующие связи для показателей степеней в (24)–(27):

$$s - 1 = nl + (3 - \gamma)s/2, \quad (28)$$

$$r_1 = s\gamma - r + q, \quad (29)$$

$$s - 1 = s\gamma - 2r + q, \quad (30)$$

$$l + s - 1 = nl + (3 - \gamma)s/2. \quad (31)$$

Система уравнений (28)–(31) остается незамкнутой.

А также дает связи между постоянными величинами «со звездочкой»:

$$C_*^n = B_*^{(\gamma-1)/2}, \quad (32)$$

$$\frac{B_*^\gamma D_*}{E_* A_*} = 1, \quad (33)$$

$$\frac{B_*^{\gamma-1} D_*}{E_*^2} = 1, \quad (34)$$

$$\frac{C_*^{n-1}}{B_*^{(\gamma-1)/2}} = 1. \quad (35)$$

Эта система уравнений также является незамкнутой.

Система уравнений (19)–(21) является системой уравнений четвертого порядка по пространственной переменной, поэтому должно быть поставлено четыре граничных условия. Для коэффициента пористости, согласно (19), граничных условий ставить не нужно, поскольку согласно (19) если известна концентрация кислоты, то пористость породы вычисляется автоматически.

Поскольку в задаче имеется подвижный фронт раствора кислоты, то граничные условия на выходе в данной задаче должны ставиться на фронте раствора кислоты.

Подберем граничные условия для системы (19)–(22) таким образом, чтобы они удовлетворяли условию автомодельности.

На входе примем условие постоянства давления

$$p(0, t) = p_0. \quad (36)$$

Отсюда следует, что

$$q = 0,$$

система уравнений (28)–(31) становится замкнутой и имеет решение:

$$\begin{aligned} l = q = 0, \quad s = 2/(\gamma - 1), \\ r = 3/2, \quad r_1 = (\gamma + 3)/2(\gamma - 1). \end{aligned} \quad (37)$$

Также из (36) следует

$$D_* = p_0,$$

система уравнений (32)–(35) становится замкнутой, а ее решением является

$$B_* = C_* = 1, \quad D_* = p_0, \quad A_* = E_* = p_0^{1/2}. \quad (38)$$

Таким образом, представления (24)–(27) имеют вид:

$$m(x, t) = M(\xi) t^{2/(\gamma-1)}, \quad \xi = \frac{x}{\sqrt{p_0} t^{3/2}},$$

$$c(x, t) = C(\xi),$$

$$p(x, t) = p_0 P(\xi),$$

$$W(x, t) = \sqrt{p_0} W(\xi) t^{(\gamma+3)/2(\gamma-1)}.$$

Рассмотрим остальные граничные условия, согласующиеся с полученными решениями (37), (38).

Граничное условие для давления на фронте кислоты $x_{(a)}(t)$ также можно взять в виде условия первого рода:

$$p(x_{(a)}(t), t) = p_k.$$

Аналогично, граничные условия для концентрации кислоты на входе и выходе соответственно можно взять в виде:

$$c(0, t) = c_0, \quad c(x_{(a)}(t), t) = 0.$$

В результате получим следующую автомодельную систему уравнений:

$$\begin{aligned} 2/(\gamma - 1)M(\xi) - 3/2\xi \frac{dM(\xi)}{d\xi} = \\ = A_1 C^n(\xi) M^{(3-\gamma)/2}(\xi), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2/(\gamma - 1)C(\xi)M(\xi) - 3/2\xi C(\xi) \frac{dM(\xi)}{d\xi} - \\ - 3/2\xi M(\xi) \frac{dC(\xi)}{d\xi} = D_1 \frac{d}{d\xi} \times \\ \times \left(C(\xi) M^\gamma(\xi) \frac{dP}{d\xi} \right) - B_1 C^n(\xi) M^{(3-\gamma)/2}(\xi), \end{aligned}$$

$$2/(\gamma - 1)M(\xi) - 3/2\xi \frac{dM}{d\xi} = \\ = D_1 \frac{d}{d\xi} \left(M^\gamma(\xi) \frac{dP}{d\xi} \right) - C_1 C^n(\xi) M^{(3-\gamma)/2}(\xi)$$

с граничными условиями на входе

$$\xi = 0 : P(0) = 1, C(0) = c_0$$

и граничными условиями на выходе

$$\xi = \xi_0 : P(\xi_0) = p_k/p_0 = \bar{p}_k, C(\xi_0) = 0.$$

Координата фронта реакции подчиняется уравнению

$$x_{(a)}(t) = \sqrt{p_0} t^{3/2} \xi_0.$$

3. Заключение

Разработана математическая модель течения водного раствора соляной кислоты в пористой карбонатной породе в изотермическом бездиффузионном приближении. Найдены граничные условия, удовлетворяющие условию автомодельности. Полученная система уравнений представлена в автомодельном виде. Полученную автомодельную систему уравнений можно использовать для моделирования утечек раствора соляной кислоты через стенки трещины при КГРП.

Список литературы

- [1] Ибрагимов Г.З., Хисамутдинов Н.И. Справочное пособие по применению химических реагентов в добыче нефти. М.: Недра, 1983. 298 с.
- [2] Хлебников В.Н. Кинетические закономерности взаимодействия кислотных растворов с карбонатной породой нефтяного месторождения // Вестник казанского химико-технологического института. 2003. С. 282–288.
- [3] Хублярян А.Б., Моисеев А.В., Лазарев В.М. Изучение влияния концентрации соляной кислоты при различных температурах на процесс взаимодействия с нефтеносной породой // Успехи в химии и химической технологии. 2008. Т. 22, № 3(83). С. 96–100.
<https://elibrary.ru/item.asp?id=20190424>
- [4] Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
- [5] Labrid J.C. Thermodynamics and Kinetic Aspects of Argillaceous Sandstone Acidizing // SPEJ, april, 1975. Pp. 117–128.
<https://www.osti.gov/biblio/6641817>
- [6] Стромберг А.Г., Семченко Д.П. Физическая химия. М.: Высш. Шк., 2001. 527 с.
- [7] Федоров К.М., Вольф А.А., Кадочникова Л.М. Подземная гидромеханика. Учебно-методическое пособие. ТГУ, 2007. 92 с.



Model of acid solution flow in a porous half-space

Il'yasov A.M.

Ufa State Aviation Technical University, Ufa

To increase oil recovery of weakly permeable carbonate rock, acid treatments with a weakly concentrated aqueous solution of hydrochloric acid are used. There can be various modes of dissolution of rocks depending on the injection rate of the acid solution in the breed from complete dissolution of the skeleton of the rock with a solid front at low speeds the injection to the emergence of long, single wormhole at high speeds of injection. A one-dimensional unsteady model of the flow of an aqueous hydrochloric acid solution in a porous carbonate rock is developed taking into account the movement of the front of the carbonate rock dissolution reaction. The boundary conditions under which the obtained system of equations is reduced to a self-similar system of equations of the fifth order are found. In contrast to self-similar filtration of a Newtonian fluid in the half space, the degree of dependence of self-similar independent variable is equal to $-3/2$, and the dependent variables are the porosity and rate of filtration depend on the exponent of the dependence of rock permeability from changes in porosity after acid treatment. A one-dimensional non-stationary model of the flow of an aqueous solution of hydrochloric acid in a porous carbonate rock was developed taking into account the movement of the front of the dissolution reaction of carbonate rock. Boundary conditions are found under which the resulting system of equations reduces to a self-similar system of fifth-order equations. Unlike self-similar filtering of Newtonian fluid in half-space, the degree of dependence of the self-similar independent variable is $-3/2$, and the dependent variables (porosity and speed) of filtration depend on the degree of dependence of rock permeability on the change in porosity after acid treatment.

Keywords: carbonate rock, filtration of an aqueous acid solution, reaction rate, self-similar system of equations

References

- [1] Ibragimov G.Z., Khisamutdinov N.I. [Handbook on the use of chemicals in oil production] Spravochnoe posobie po primememiyu ximicheskix reagentov v dobyche nefiti. M.: Nedra, 1983. P. 298.
- [2] Khlebnikov V.N. [Kinetic laws of interaction of acid solutions with carbonate rock of an oil field] Kineticheskie zakonomernosti vzaimodejstviya kislotnyx rastvorov s karbonatnoj porodoj neftyanogo mestorozhdeniya. [Herald of Kazan Chemical-technology Institute] Vestnik Kazanskogo ximiko-tekhnologicheskogo instituta. 2003. Pp. 282–288.
- [3] Khublaryan A.B., Moiseev A.V., Lazarev V.M. [Study of the effect of the concentration of hydrochloric acid at various temperatures on the process of interaction with oil-bearing rock] Izucheniye vliyaniya koncentracii solyanoy kisloty pri razlichnyx temperaturax na process vzaimodejstviya s neftenosnoj porodoj. [Advances in chemistry and chemical technology.] Uspexi v ximii i ximicheskoy texnologii. 2008. V. 22, No 3(83). Pp. 96–100. <https://elibrary.ru/item.asp?id=20190424>
- [4] Nigmatulin R.I. [Fundamentals of the heterogeneous media mechanics] Osnovy mexaniki geterogennyx sred. M.: Nauka, 1978. P. 336.
- [5] Labrid J.C. Thermodynamics and Kinetic Aspects of Argillaceous Sandstone Acidizing // SPEJ, april, 1975. Pp. 117–128. <https://www.osti.gov/biblio/6641817>
- [6] Stromberg A.G.? Semchenko D.P. [Physical chemistry] Fizicheskaya ximiya. M.: Vyssh. Shk., 2001. P. 527.
- [7] Fedorov K.M., Volf A.A., Kadochnikova L.M. [Underground hydromechanics. Tutorial] Podzemnaya gidromexanika. Uchebnoe posobie. TGU, 2007. P. 92.