



ISSN: 2658-5782

Номер 3

Июль-Сентябрь 2019

МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

mfs.uimech.org





Влияние диффузии на акустические свойства пузырьковой жидкости¹

Агишева У.О.* , Вдовенко И.И.** , Галимзянов М.Н.*

* Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

** Бирский филиал Башкирского Государственного Университета, Бирск

Проблемы распространения волн в пузырьковых средах представляют большой интерес для исследователей на протяжении почти полувека в связи с широким распространением этих систем в природе и их интенсивным использованием в современных технологиях. Из литературы известно, что интенсивность затухания звуковых возмущений в рассматриваемых газожидкостных средах в основном определяется теплофизическими характеристиками газа, находящегося в пузырьках. Оказывается, что эти эффекты значительно усиливаются с ростом концентрации пара, обусловленным повышением температуры системы. В литературе имеется большое количество публикаций, в которых рассматривались различные постановки волнового воздействия на пузырьковые среды. В настоящей работе рассмотрено в плоскоодномерном и односкоростном приближении распространение малых возмущений в жидкости с пузырьками, заполненными паром и нерастворимым в жидкой фазе газом. Интенсивность испарения жидкости (конденсации) внутри пузырька определялась из условия теплового баланса. Для учета межфазного теплообмена использованы уравнения теплопроводности и диффузии внутри пузырька и уравнение теплопроводности в жидкости вокруг пузырька. Из условия существования решения в виде затухающей бегущей волны с учетом эффектов акустической разгрузки пузырьков выписано дисперсионное уравнение. Из условия существования решения в виде затухающей бегущей волны с учетом эффектов акустической разгрузки пузырьков получено дисперсионное уравнение. На основе дисперсионного уравнения выписаны соотношения для равновесной скорости звука в зависимости от теплофизических параметров среды и проведены численные расчеты для воды с парогазовыми пузырьками. Исследованы особенности отражения гармонических волн от границы раздела «чистой» жидкости и жидкости с парогазовыми пузырьками. Изучено влияние частоты возмущений и температуры среды на коэффициент затухания акустической волны. Численный анализ на основе полученного дисперсионного уравнения показал аномальное снижение фазовой скорости и коэффициента затухания при приближении температуры к значению, для которой величина массы газовых зародышей является критической.

Ключевые слова: акустическая волна, перегретая жидкость, пузырьки, дисперсионный анализ, фазовая скорость, коэффициент затухания, диффузия

1. Введение

Из литературы известно, что физико-химические свойства жидкостей в метастабильном

состоянии в основном определяются наличием в их составе различных включений, например, газовых пузырьков или твердых частиц [1, 2]. Отметим некоторые статьи, в которых исследуется распространение волн в пузырьковых средах. В работах [3–6] рассмотрено стационарное течение пузырьковой газожидкостной смеси в соплах кругового сечения. Проанализирована возможность реализации супервысоких температур и давлений в газовой фазе на участке сопла вблизи минимального сечения. Изучено влияние на

¹Работа авторов поддержана средствами государственно-бюджета по государственному заданию на 2019–2022 годы (№ 0246-2019-0052).

картину течения начального радиуса и объемного содержания пузырьков, определяющих состав и объемный расход жидкости, подаваемой в сопло.

В следующих работах представлены разработанные модели газожидкостной смеси для исследования волн давления с амплитудой ударной волны от 2 до 100 МПа [7–10] и сильных ударных волн с амплитудами от 100 МПа до 100 ГПа [11–14] в пузырьковых средах.

Случай «косого» падения акустического сигнала на границу раздела между парогазокапельной средой и воздухом рассмотрен в [15]. На основе расчетов, проведенных авторами, показано, что в случае падения волны на границу раздела со стороны парогазокапельной смеси существует критический угол падения, при котором волна полностью отражается. Для «холодной» жидкости, когда в пузырьках присутствует только газ, задача об отражении и прохождении волн на границе пузырьковой и «чистой» жидкостей изучена в [16]. Исследования позволили определить значения критических углов падения, при которых также возможно полное отражение волны от границы раздела.

В работах [17–19] были рассмотрены случаи распространения начального локализованного по поперечной координате волнового импульса в однородной пузырьковой смеси и в кусочно-неоднородной по объемному содержанию пузырьков области, находящейся между двумя плоскопараллельными стенками. При исследовании воздействия на пузырьковую жидкость плоским ударником с параболическим профилем по поперечной координате установлено, что за счет двумерных эффектов происходит фокусировка волны вдоль линии симметрии [17]. В случае смеси с неоднородным распределением объемного содержания газа распространение импульсного сигнала в кусочно-неоднородной по объемному содержанию пузырьков области сопровождается образованием в поперечном направлении профилей давления с пиками вблизи границ между слоями, что обусловлено разницей скорости волны в слоях с отличающимися объемными содержаниями газа [18, 19].

В работах [20–22] исследовались вопросы роста паровых пузырьков в перегретой жидкости и проблемы ее устойчивости.

В обзорной работе [23] рассмотрены проблемы и особенности изучения течений сплошной среды, содержащей дисперсную примесь в виде твердых частиц, капель или пузырей. Приведены основные характеристики двухфазных течений и методы их моделирования.

В [24–26] построены и проанализированы карты зон устойчивости рассмотренных систем в за-

висимости от степени перегрева жидкости на плоскости «объемное содержание–радиус пузырьков» с повышением равновесного давления от 0.1 до 10 МПа. Исследованы влияние начального перегрева (от сотых долей до одного градуса) и повышения давления на дисперсию гармонических волн, а также зависимость инкремента от радиуса пузырьков для неустойчивых систем.

Настоящая работа является продолжением исследований, представленных в [27–30]. В статье анализируется влияние равновесной температуры, степени диспергированности объемного содержания пузырьковой фазы и диффузии на динамику отражения и прохождения акустической волны при падении на границу раздела пузырьковой и «чистой» жидкостей.

2. Постановка задачи и основные уравнения

Пусть в жидкости, находящейся при температуре T_0 и под давлением p_0 , имеются сферические пузырьки радиусом a_0 , которые содержат пар и нерастворимый в жидкой фазе газ. Тогда, при условии механического и теплового равновесия системы «жидкость–парогазовые пузырьки», находящейся в состоянии, далеко от критического, имеют место соотношения:

$$p_{v0} + p_{air0} = p_0 + \frac{2\sigma}{a_0}, \quad p_{v0} = p_{eq}(T_0), \quad (1)$$

где нижние индексы «v» и «air» относятся к пару и воздуху соответственно, а «eq» — равновесное состояние.

Согласно второму уравнению парциальное давление пара p_{v0} равно его равновесному давлению при температуре жидкости T_0 в случае плоской межфазной поверхности. Если состояние жидкости достаточно далеко от критического, то это условие всегда выполняется [2]. Рассмотрим распространение малых возмущений в рассматриваемой системе в плоскооднородном и односкоростном приближении в предположении, что жидкость является акустически сжимаемой.

Поставленная задача в полной постановке описывается уравнениями (1)–(11) из [27], основная методика расчета приведена там же. Далее везде используются терминология и обозначения, принятые в [27].

В настоящей статье рассмотрим случай отсутствия диффузии. Решение будем искать в виде бегущей волны:

$$p_{liq}, \quad p_g, \quad v, \quad a \sim \exp[i(Kx - \omega t)], \\ T'_g = T'_g(r) \exp[i(Kx - \omega t)],$$

$$\begin{aligned} T'_{\text{liq}} &= T_{\text{liq}}(r) \exp[i(Kx - \omega t)], \\ k' &= k(r) \exp[i(Kx - \omega t)], \\ (K &= k + i\delta, \quad C_p = \omega/k, \quad i = \sqrt{-1}). \end{aligned}$$

где K – волновой вектор; δ и C_p – соответственно коэффициент затухания и фазовая скорость волны. Из условия существования решения такого вида с учетом эффектов акустической разгрузки [31] пузырьков получим дисперсионное уравнение

$$\frac{K^2}{\omega^2} = \frac{(1 - \alpha_{g0})^2}{C_{\text{liq}}^2} + 3 \frac{\rho_{\text{liq0}}^0 \alpha_{g0} (1 - \alpha_{g0})}{\psi}, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{3\gamma p_{g0}}{Q} - \frac{\rho_{\text{liq0}}^0 \omega^2 a_0^2}{\xi} - 4i\rho_{\text{liq0}}^0 v_{\text{liq}}^{(\mu)} \omega - \frac{2\sigma}{a_0}, \\ p_{g0} &= p_0 + \frac{2\sigma}{a_0}, \quad \xi = 1 - i\omega t_A, \quad t_A = \frac{a_0}{\sqrt[3]{\alpha_{g0} C_{\text{liq}}}}, \\ Q &= 1 + \left(\frac{\gamma - 1}{k_0} H_{\text{air}} \text{kh}(y_g) + \frac{\gamma}{1 - k_0} H_v \text{kh}(z) \right) \times \\ &\times \left(\frac{H_{\text{air}}}{k_0} + \frac{\gamma \text{kh}(z)}{(1 - k_0)\beta \text{shv}(y_{\text{liq}})} \right)^{-1}, \\ \text{kh}(x) &= 3(x \text{cth}x - 1)x^{-2}, \\ \text{sh}v(x) &= 3(1 + x(A_0 x \text{th}(x(A_0 - 1)) - 1) \times \\ &\times (A_0 x - \text{th}(x(A_0 - 1))))^{-1} x^{-2} \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \text{sh}v(x) &= 3(1 + x)x^{-2}, \\ A_0 &= \alpha_{g0}^{-1/3}, \quad y_{\text{liq}} = \sqrt{-\frac{i\omega a_0^2}{v_{\text{liq}}^{(\mu)}}}, \quad z = \sqrt{-\frac{i\omega a_0^2}{D}}, \\ \beta &= (\gamma - 1)\eta H_v \chi^2, \quad \eta = \frac{\rho_{\text{liq0}}^0 c_{\text{liq}}}{\rho_{g0}^0 c_g}, \quad \chi = \frac{c_g T_0}{L}, \\ H_v &= \frac{B_v}{B_0}, \quad H_{\text{air}} = \frac{B_{\text{air}}}{B_0}, \quad H = H_v - H_{\text{air}}. \end{aligned}$$

Вывод уравнения (2) приведен в [27].

Пренебрегая сжимаемостью жидкости ($C_p \rightarrow \infty$) из дисперсионного уравнения (2) при $\omega \rightarrow 0$ следует формула для равновесной скорости звука:

$$C_{\text{eq}} = \sqrt{\frac{p_{g0}((1 - k_0)H_{\text{air}} + k_0\alpha_{g0}\gamma/\beta)}{\rho_{\text{liq0}}^0 \alpha_{g0}} - \frac{2}{3} \frac{\sigma}{a_0 \rho_{\text{liq0}}^0 \alpha_{g0}}}, \quad (3)$$

которая обобщает известные формулы Мэллока [32] и Ландау [33]. В точке кипения $T_0 = T_{\text{eq}}(p_0)$,

отсюда, с учетом выражения (3), имеем:

$$C_{\text{eq}} = \sqrt{k_0 \left(\frac{\rho_{g0}^0}{\rho_{\text{liq0}}^0} \right)^2 \left(\frac{B_0}{B_v} \right)^2 \frac{L^2}{C_{\text{liq}} T_0} + \frac{4}{3} \frac{\sigma}{a_0 \rho_{\text{liq0}}^0 \alpha_{g0}}}.$$

Отметим, что при выводе (3) не учитывалась сжимаемость жидкости и опускался параметр α_{g0} , много меньший по сравнению с единицей. Для частного случая ($2\sigma/a_0 p_0 \ll 1$) при $k_0 = 0$ и $k_0 = 1$ (3) справедливы формулы Мэллока [32] и Ландау [33]:

$$C_M = \sqrt{\frac{p_0}{\rho_{\text{liq0}}^0 \alpha_{g0}}} \quad \text{и} \quad C_L = \frac{\rho_{g0}^0}{\rho_{\text{liq0}}^0} \frac{L}{\sqrt{c_{\text{liq}} T_0}}.$$

3. О равновесном радиусе

Из (3) при выполнении условий $\alpha_{g0}, C_L^2/C_{\text{eq}}^2, (\rho_{g0}^0/\rho_{\text{liq0}}^0)(L/c_{\text{liq}}T_0) \ll 1$ можно получить следующую формулу для равновесной скорости звука:

$$C_{\text{eq}} = \sqrt{C_L^2 + (p_{g0} - 2\sigma/3a_0)/\rho_{\text{liq0}}^0 \alpha_{g0}}. \quad (4)$$

Отсюда видно, что система «жидкость–парогазовые пузырьки» термодинамически устойчива [34] ($C_{\text{liq}}^2 > 0$), если

$$p_{g0} \geq \frac{2\sigma}{3a_0} - \rho_{\text{eq}}^0 \alpha_{g0} C_{\text{liq}}^2. \quad (5)$$

Отметим, что одиночный парогазовый зародыш в неограниченном объеме жидкости будет устойчивым [35], если

$$p_{g0} \geq \frac{2\sigma}{3a_0}. \quad (6)$$

Следовательно, в случае наличия распределенных по объему зародышей, область значений для парциального давления газа p_{g0} становится несколько шире. Условие (6) является достаточным условием, чтобы жидкость с зародышами нерастворимого газа была термодинамически устойчива.

Из формулы (4) видно, что при

$$p_{g0} \rightarrow \frac{2\sigma}{3a_0}$$

равновесная скорость звука приближается к скорости звука Ландау ($C_e \rightarrow C_L$) [33].

Условие механического равновесия (1) совместно с (6) дает следующее ограничение для радиуса газовых зародышей:

$$a_0 \leq a_{0*} = \frac{4\sigma}{3(p_{\text{eq}}(T_0) - p_0)}. \quad (7)$$

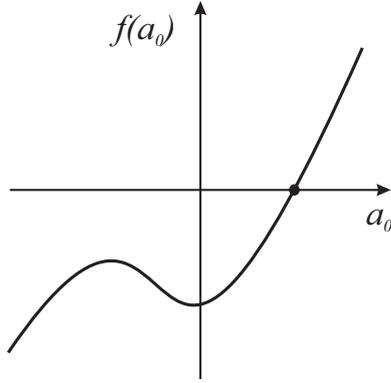


Рис. 1. В случае недогретой жидкости ($p_0 > p_{\text{eq}}(T_0)$) существует единственный равновесный радиус

Таким образом, перегретая жидкость с газовыми зародышами будет устойчивой, если их радиусы удовлетворяют неравенству (7).

Используя (2) и (3) из [27] для p_{g0} , можем записать

$$p_{g0} = m_{g0} R_g T_0 / \left(4\pi a_0^3 / 3 \right).$$

Отсюда, учитывая условие механического равновесия (1), имеем

$$m_{g0} = \frac{(2\sigma/a_0 + p_0 - p_{v0}) (4\pi a_0^3 / 3)}{R_g T_0}.$$

Это выражение запишем как уравнение для определения равновесного радиуса a_0 в зависимости от массы m_{g0} зародыша:

$$f(a_0) = (p_0 - p_{\text{eq}}(T_0)) a_0^3 + 2\sigma a_0^2 - \frac{3}{4\pi} m_{g0} R_g T_0 = 0. \quad (8)$$

Нетрудно заметить, что в случае недогретой жидкости ($p_0 > p_{\text{eq}}(T_0)$) для любого значения массы зародыша m_{g0} уравнение (8) имеет единственный положительный корень a_0 . Это связано с тем, что $f(a_0)$ при $0 < a_0 < +\infty$ (рис. 1) монотонно растет от $f(0) = -3/4\pi m_{g0} R_g T_0$ до $+\infty$. Если выполняется условие $p_0 = p_{\text{eq}}(T_0)$, то уравнение (8) также имеет единственный положительный корень:

$$a_0 = \sqrt{\frac{3}{8\pi} \frac{m_{g0} R_g T_0}{\sigma}}. \quad (9)$$

В случае перегретой жидкости ($p_{\text{eq}}(T_0) > p_0$) уравнение (9) имеет положительные корни только в том случае, когда выполняется условие

$$m_{g0} \leq m_{g*} = \frac{128\pi\sigma^3}{81R_g T_0 (p_{\text{eq}}(T_0) - p_0)^2}.$$

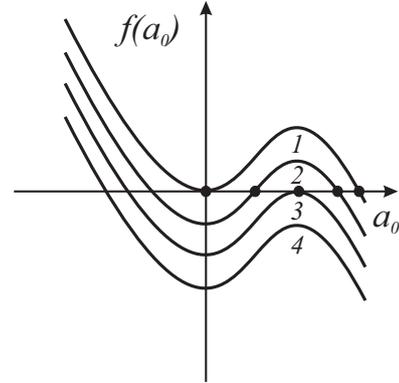


Рис. 2. Равновесные радиусы для случая перегретой жидкости ($p_{\text{eq}}(T_0) > p_0$) зависимости от массы газовых зародышей: 1 – $m_{g0} = 0$, 2 – $0 < m_{g0} < m_{g*}$, 3 – $m_{g0} = m_{g*}$, 4 – $m_{g0} > m_{g*}$

На рис. 2 схематически представлены графики $f(a_0)$. В зависимости от величины массы газовых зародышей может быть две равновесные величины радиуса (линия 2, $0 < m_{g0} < m_{g*}$), единственный равновесный радиус (линия 3, $m_{g0} = m_{g*}$). В случае $m_{g0} > m_{g*}$ не существует равновесных радиусов (линия 4). Когда газ в зародышах отсутствует (линия 1, $m_{g0} = 0$), равновесные радиусы соответствуют значениям $a_0 = a_0^M$ и $a_0 = 0$.

Таким образом, если масса газовых зародышей меньше критического значения ($m_{g0} < m_{g*}$), то существует два значения радиуса a_{01} и a_{02} , при которых рассматриваемая система может находиться в равновесии. Причем эти значения радиусов удовлетворяют условиям:

$$0 < a_{01} < a_{0*} \quad \text{и} \quad a_{0*} < a_{02} < a_0^{(M)}.$$

Для меньшего значения радиуса a_{01} , поскольку выполняется условие (7), состояние равновесия — устойчивое. Состояние равновесия, соответствующее большему радиусу a_{02} , может быть устойчивым, если соответствующее парциальное давление газа удовлетворяет условию (5). Когда оно не выполняется, то система также неустойчива. Причем с ростом объемного содержания зародышей α_{g0} (или их числа n_0 в единице объема жидкости) тенденция устойчивости возрастает.

На рис. 3 представлена качественная картина зависимости равновесных радиусов, определяемых из уравнения

$$\alpha_{g0} = \frac{4}{3} \pi a_0^3 n_0,$$

от массы газовых зародышей. Нижняя ветвь этой кривой, где радиус меняется в промежутке от нуля

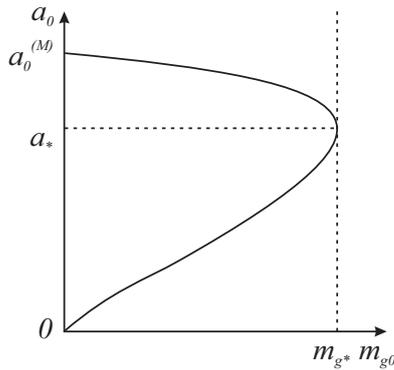


Рис. 3. Качественная картина зависимости равновесных радиусов от массы газового зародыша в перегретой воде

до a_* , всегда соответствует устойчивым состояниям, а для верхней ветви ($a_* \leq a_0 \leq a_0^{(M)}$) состояние может быть устойчивым и неустойчивым. Причем состояние, соответствующее верхней ветви будет устойчивым, как это следует из (5), если объемное содержание пузырьков удовлетворяет условию

$$\alpha_{g0} \geq \alpha_{g0}^{(M)} = 2\sigma / (3a_0^{(M)} \rho_{liq0} C_L^2).$$

Если в точности выполняется равенство $p_0 = p_{eq}(T_0)$, то из условия механического равновесия (1) следует

$$p_{g0} = \frac{2\sigma}{a_0}.$$

Для этого значения условие (6) всегда выполняется и, следовательно, рассматриваемая система будет всегда устойчивой.

Приведем качественное объяснение выше отмеченной неустойчивости одиночных паровых и парогазовых зародышей, когда условие (6) не выполняется. Действительно, давление жидкости p_{liqa} на межфазной поверхности с давлением газа p_g внутри пузырька связаны как

$$p_{liqa} = p_g - \frac{2\sigma}{a}, \tag{10}$$

где a — радиус пузырька.

Пусть в условии постоянства давления жидкости ($p_{liq} = p_{liq0} = p_0$) радиус пузырька возмущен на величину $a' > 0$ от равновесного значения a_0 . Для поведения газа примем политропический закон

$$p_g = p_{g0} \left(\frac{a_0}{a}\right)^{3\gamma}. \tag{11}$$

Тогда, на основании (10) и (11), для возмущения давления жидкости p'_{liqa} ($p_{liqa} = p_0 + p'_{liqa}$)

можем записать

$$p'_{liqa} = - \left(3\gamma p_{g0} - \frac{2\sigma}{a_0} \right) \frac{a'}{a_0}. \tag{12}$$

Причем

$$p_{g0} = p_0 + \frac{2\sigma}{a_0} \quad \text{и} \quad \gamma \geq 1.$$

Тогда, как это следует из (12), при повышении радиуса пузырька ($a' > 0$) происходит снижение давления жидкости на поверхности пузырька ($p'_{liqa} < 0$), т.е. со стороны жидкости возникает восстанавливающая сила, которая старается вернуть радиус пузырька к исходному равновесному значению a_0 . В случае же парового пузырька может сложиться несколько иная ситуация. Записав аналогичные (10) выражения для давления парового пузырька, можем также получить выражения для возмущения давления жидкости на межфазной поверхности в виде:

$$p'_{liqa} = -p'_v + \frac{2\sigma a'}{a_0 a_0}.$$

Оказывается, для парового пузырька в неограниченном объеме жидкости всегда

$$|p'_v| < \frac{2\sigma}{a_0^2} |a'|.$$

В частности, если рассмотреть предельный случай, когда коэффициент теплопроводности жидкости стремится к бесконечности ($\lambda_{liq} \rightarrow \infty$), будем иметь $p'_v = 0$.

Паровой пузырек в определенном смысле аналогичен перевернутому маятнику, для которого механизм неустойчивости связан с появлением «скатывающей силы» при малом отклонении от вертикального положения. Для парового пузырька аналогом «скатывающей силы» является возникающий положительный перепад давления ($p'_{liqa} > 0$) при положительном возмущении радиуса парового пузырька ($a' > 0$). Если же пузырек содержит газ, не растворяющийся в жидкости, то «скатывающая сила» может снижаться или вообще исчезнуть, если выполняется условие (6). Аналогичная ситуация может иметь место, когда в жидкости находятся распределенные по объему зародыши. В этом случае паровые пузырьки растут лишь за счет отбора тепла от конечного объема жидкости (ячейки). Вследствие этого при определении значения объемного содержания пузырьков α_{g0} , удовлетворяющего условию (5) при $p_{g0} = 0$, «скатывающая сила» также может отсутствовать.

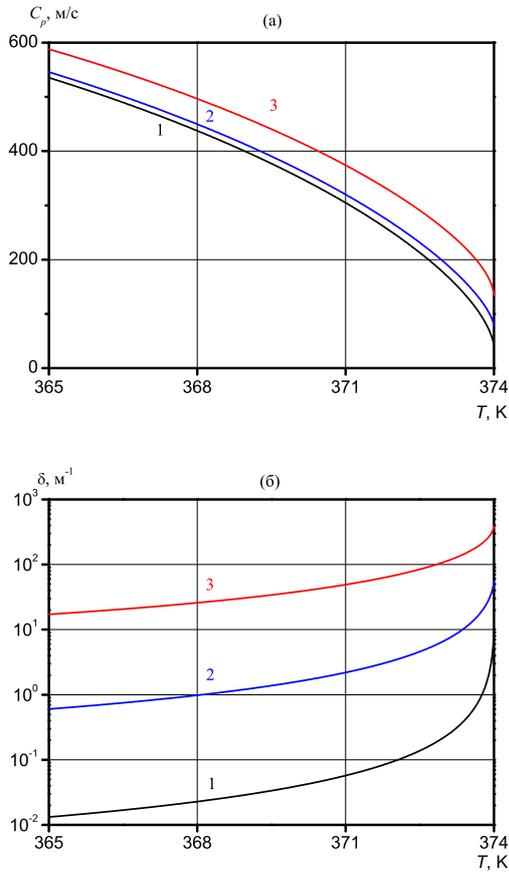


Рис. 4. Зависимость фазовой скорости (а) и коэффициента затухания (б) от равновесной температуры смеси и различных значений частоты возмущения смеси: 1 – $\omega = 10^3 \text{ c}^{-1}$, 2 – 10^4 c^{-1} , 3 – 10^5 c^{-1}

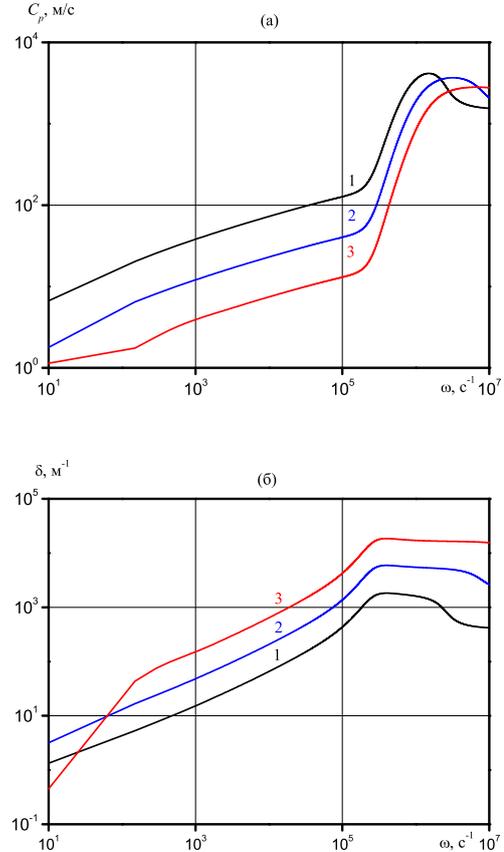


Рис. 5. Зависимость фазовой скорости (а) и коэффициента затухания (б) от частоты возмущений при различных значениях числа зародышей для значения температуры $T_0 = 374 \text{ K}$: 1 – $n_0 = 10^{10} \text{ м}^{-3}$, 2 – 10^{11} м^{-3} , 3 – 10^{12} м^{-3}

4. Результаты расчетов

На основе дисперсионного уравнения (2) были проведены численные расчеты для воды с паровоздушными пузырьками. Величины физических и теплофизических параметров определялись с использованием справочных данных [36] и имеют следующие значения: $\rho_{\text{liq}0}^0 = 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{\text{g}0}^0 = 0.6 \text{ кг/м}^3$, $c_{\text{liq}} = 4.2 \cdot 10^2 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{K)}$, $L = 2.256 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$, $\lambda_{\text{liq}} = 0.6 \text{ Вт/(м}\cdot\text{K)}$, $\nu_{\text{liq}}^{(\mu)} = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, $\sigma = 6 \cdot 10^2 \text{ Н/м}$.

На рис. 4–5 показаны дисперсионные кривые от начальной температуры при $n_0 = 10^9 \text{ м}^{-3}$, $a_0 = 2.2 \cdot 10^{-5} \text{ м}$ и $\alpha_{\text{g}0} = 4.7 \cdot 10^{-5}$ (рис. 4) и от частоты возмущений при $T_0 = 374 \text{ K}$, где для величины масс зародышей принято значение $m_{\text{g}0} = 8 \cdot 10^{-16} \text{ кг}$. Из этих рисунков отчетливо видно, что с увеличением частоты ω , для выбранного диапазона температур

и начальных параметров смеси, значение фазовой скорости и коэффициента затухания увеличиваются. Причем, увеличение фазовой скорости несущественно, а коэффициент затухания может изменяться до нескольких порядков (рис. 4(б)).

Из рис. 5 следует, что для низких частот ($\omega \leq 10^2$) наблюдается снижение величины коэффициента затухания при повышении концентрации газовых зародышей. Отметим, что аналогичный эффект имеет место для парогазокапельной системы [37] (в частности, тумана). Это связано с тем, что при низких частотах ($\omega \leq \omega_M$, где ω_M — частота Миннаэрта [38]), когда температурные возмущения в жидкости охватывают весь объем жидкости в ячейке вокруг пузырька, степень температурной неравновесности в жидкости вокруг пузырьков снижается с уменьшением радиуса ячеек.

На рис. 6 представлено сравнение зависимостей фазовой скорости и коэффициента затуха-

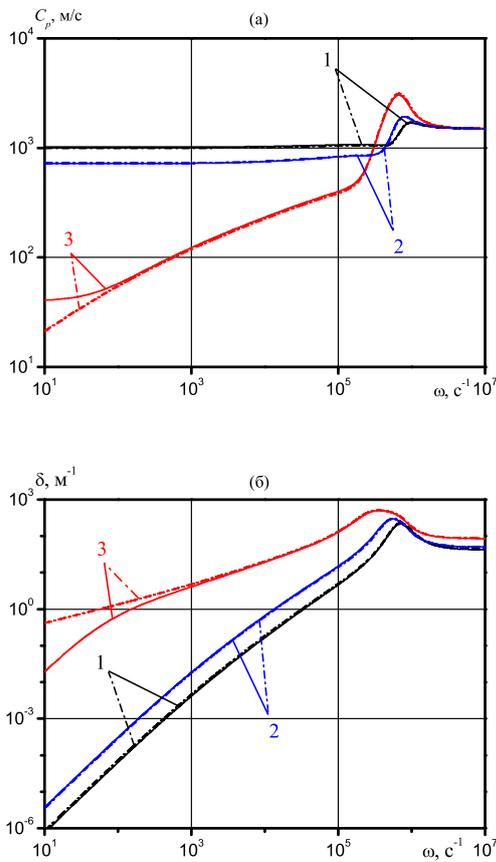


Рис. 6. Зависимость фазовой скорости (а) и коэффициента затухания (б) от частоты возмущений вблизи точки кипения для различных значений равновесной температуры: 1 – $T_0 = 372$ К, 2 – 373 К, 3 – 374 К

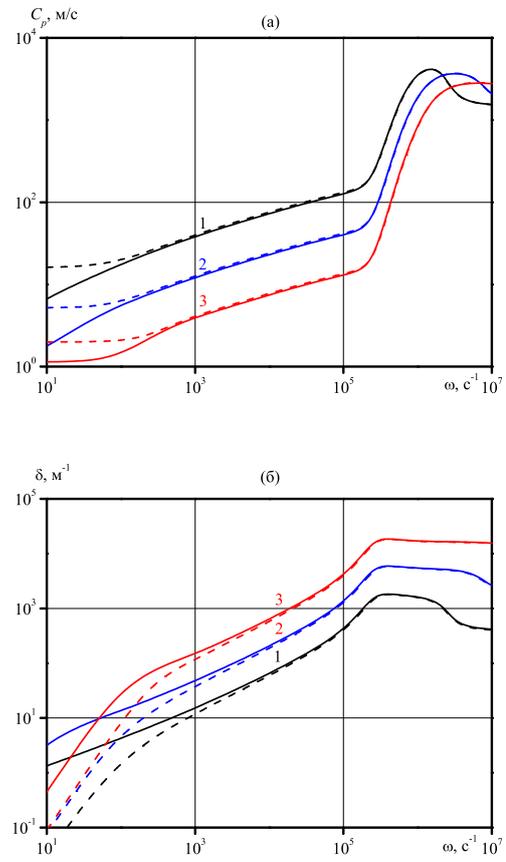


Рис. 7. Влияние числа зародышей на значения фазовой скорости (а) и коэффициента затухания (б) при температурах 373 К (сплошные линии) и 374 К (пунктир): 1 – $n_0 = 10^{10} \text{ м}^{-3}$, 2 – 10^{11} м^{-3} , 3 – 10^{12} м^{-3}

ния от частоты возмущений для различных значений равновесной температуры T_0 вблизи точки кипения при $p_0 = 10^5$ Па ($T_{eq}(p_0) = 373$ К) с учетом диффузии (сплошные линии) и без ее учета (штриховые линии). Для числа зародышей и их масс приняты следующие величины: $n_0 = 10^9 \text{ м}^{-3}$ и $m_{g0} = 8 \times 10^{-16}$ кг. Принятое значение m_{g0} является критической массой зародыша, определяемой из уравнения (8), для значения температуры $T_0 = 374$ К. Равновесные радиусы и объемные концентрации пузырьков, соответствующие этим температурам, брались следующими: $a_0 = 1.1 \cdot 10^{-5}$, $1.3 \cdot 10^{-5}$ и $2.2 \cdot 10^{-5}$ м и $\alpha_{g0} = 6 \cdot 10^{-6}$, $9.3 \cdot 10^{-6}$ и $4.7 \cdot 10^{-5}$. Для рассматриваемых значений начальной температуры массовая доля пара составила $k_0 = 0.816$ (372 К), 0.874 (373 К) и 0.971 (374 К). Из представленных графиков можно сделать вывод, что диффузия существенна только в низкочастот-

ной области, когда температура приближается к значению, для которой масса зародышей m_{g0} является критической (8). В высокочастотной области ($\omega \geq \omega_M$, где ω_M – частота Миннаэрта [38]) учет диффузии не вносит особых корректив в распределение фазовой скорости и коэффициента затухания.

На рис. 7 показаны дисперсионные кривые, когда для величины масс зародышей принято значение $m_{g0} = 8 \times 10^{-16}$ кг с учетом диффузии (линии черного цвета) и без ее учета (линии красного цвета). Сплошные линии соответствуют начальной температуре $T_0 = 373$ К, а пунктирные – 374 К. Равновесные радиусы для данных температур брались $a_0 = 2.18 \times 10^{-5}$ м (373 К) и 2.24×10^{-5} м (374 К). Отметим, что учет диффузии при увеличении числа зародышей не вносит существенных корректив в изменение фазовой скорости. Однако, в низко-

частотной области ($\omega \leq \omega_M$) учет диффузии приводит к уменьшению коэффициента затухания с увеличением числа зародышей. Это может быть связано с тем, что при низких частотах, когда температурные возмущения в жидкости охватывают весь объем жидкости в ячейке вокруг пузырька, степень температурной неравновесности в жидкости вокруг пузырьков снижается не только за счет уменьшения радиуса ячеек, но и за счет диффузионных эффектов.

5. Заключение

Исследование гармонических акустических волн в жидкости с паровоздушными пузырьками с учетом диффузии показало, что для рассматриваемых задач данный учет может носить существенный характер только для перегретых жидкостей ($T_0 \geq T_{eq}(p_0)$) в низкочастотной области. Это связано с увеличением роли фазовых переходов из-за роста массовой концентрации пара в пузырьках под действием капиллярных сил на межфазной поверхности.

Список литературы

- [1] Кутателадзе С.С., Накоряков В.Е. Теплообмен и волны в газожидкостных системах. Новосибирск: Наука, 1984. 302 с.
- [2] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Т. 1, 2. М.: Наука, 1987. 360 с., 464 с.
- [3] Шагапов В.Ш., Лепихин С.А., Галимзянов М.Н. Реализация высоких давлений и температур в газовой фазе при истечении пузырьковой жидкости через сопло // Инженерно-физический журнал. 2007. Т. 80, № 6. С. 134–137. <https://elibrary.ru/item.asp?id=15509973>
- [4] Галимзянов М.Н., Лепихин С.А. Истечение двухфазной смеси через сопло с учетом фазовых переходов // Вестник Самарского государственного университета. Естественнонаучная серия. 2010. № 2(76). С. 96–104. <https://elibrary.ru/item.asp?id=16059300>
- [5] Галимзянов М.Н., Лепихин С.А., Чиглинцев И.А. Распространение нелинейных волн в каналах переменного сечения, сопровождаемое образованием гидрата газа // Вестник Самарского государственного университета. Естественнонаучная серия. Механика. 2012. № 3/1(94). С. 103–115. <https://elibrary.ru/item.asp?id=18242265>
- [6] Bolotnova R.Kh., Galimzianov M.N., Topolnikov A.S. et al. The hydrodynamic processes in bubbly liquid flowing in tubes and nozzles // World Acad. Sci. Eng. Technol. 2012. Vol. 6, No. 8. P. 1992–1999. DOI: 10.5281/zenodo.1329811
- [7] Нигматулин Р.И., Шагапов В.Ш., Гималдинов И.К. и др. Двумерные волны давления в жидкости, содержащей пузырьковые зоны // Доклады Академии Наук. 2001. Т. 378, № 6. С. 763–768. <https://elibrary.ru/item.asp?id=39274616>
- [8] Галимзянов М.Н., Гималдинов И.К., Шагапов В.Ш. Двумерные волны давления в жидкости, содержащей пузырьки // Механика жидкости и газа. 2002. № 2. С. 139–147. <https://elibrary.ru/item.asp?id=39274845>
- [9] Галимзянов М.Н. Распространение волн сжатия в пузырьковых зонах конечных размеров // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2010. № 2. С. 57–66. <http://vst.ics.org.ru/journal/article/1677/>
- [10] Галимзянов М.Н. Распространение волн давления в пузырьковых зонах конечных размеров // Известия Саратовского государственного университета. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2010. Т. 10, вып. 4. С. 27–35. DOI: 10.18500/1816-9791-2010-10-4-27-35
- [11] Bolotnova R.Kh., Galimzianov M.N., Topolnikov A.S. et al. Nonlinear effects in bubbly liquid with shock waves // World Acad. Sci. Eng. Technol. 2012. Vol. 6, No. 8. P. 2000–2007. DOI: 10.5281/zenodo.1082523
- [12] Болотнова Р.Х., Галимзянов М.Н., Агишева У.О. Моделирование ударных волн в газожидкостных смесях // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2011. № 2. С. 3–14. https://izvuz_fm.pnzgu.ru/fm1211
- [13] Агишева У.О., Болотнова Р.Х., Бузина В.А. и др. Параметрический анализ режимов ударно-волнового воздействия на газожидкостные среды // Механика жидкости и газа. 2013. № 2. С. 15–28. https://elibrary.ru/download/elibrary_19116721_93992898.pdf
- [14] Hawker N.A. and Ventikos Y. Interaction of a strong shockwave with a gas bubble in a liquid medium: a numerical study // J. Fluid Mech. 2012. Vol. 701. P. 59–97. DOI: 10.1017/jfm.2012.132
- [15] Шагапов В.Ш., Сарапулова В.В. Особенности отражения и преломления акустических волн на границе раздела между газом и дисперсной системой // Прикладная механика и техническая физика. 2015. Т. 56, № 5(333). С. 119–129. DOI: 10.15372/PMTF20150510
- [16] Шагапов В.Ш., Сарапулова В.В. Особенности преломления и отражения звука на границе пузырьковой жидкости // Акустический журнал. 2015. Т. 61, № 1. С. 40–48. http://www.akzh.ru/pdf/2015_1_40-48.pdf
- [17] Гималдинов И.К., Галимзянов М.Н. Динамика локализованного импульса в пузырьковой жидкости // Сборник трудов Института механики УНЦ РАН. Выпуск 10. Уфа. 2014. С. 38–43. DOI: 10.21662/uim2014.1.007
- [18] Agisheva U.O. and Galimzianov M.N. Evolution of pressure waves acting on a bubble liquid through adjacent boundaries // Journal of Physics: Conf. Series. 1158(2019). 022008. DOI: 10.1088/1742-6596/1158/2/022008
- [19] Agisheva U.O. and Galimzianov M.N. Low-intensity pressure waves in a stratified bubbly liquid // Journal of Physics: Conf. Series. 1400(2019). 077045. DOI: 10.1088/1742-6596/1400/7/077045
- [20] Carey V.P. Thermodynamic Analysis of the Intrinsic Stability of Superheated Liquid in a Micromechanical Actuator with Elastic Walls // Microscale Thermophys. Eng. 2000. Vol. 4, iss. 2. P. 109–123. DOI: 10.1080/108939500404025
- [21] Шагапов В.Ш., Коледин В.В., Вахитова Н.К. Об устойчивости перегретой жидкости, содержащей парогазовые зародыши // Прикладная механика и техническая физика. 2013. Т. 54, № 5. С. 64–80. https://www.sibran.ru/journals/issue.php?ID=152736&ARTICLE_ID=152743

- [22] Коледин В.В., Шагапов В.Ш. К динамике роста паровых пузырьков в перегретой жидкости // Прикладная математика и механика. 2013. Т. 77, № 5. С. 754–767.
<https://elibrary.ru/item.asp?id=20406061>
- [23] Вараксин А.Ю. Гидрогазодинамика и теплофизика двухфазных потоков: проблемы и достижения (обзор) // Теплофизика высоких температур. 2013. Т. 51, № 3. С. 421–455.
<http://mi.mathnet.ru/tvt97>
- [24] Шагапов В.Ш., Галимзянов М.Н., Вдовенко И.И. Акустика и устойчивость перегретой жидкости с газовыми зародышами // Прикладная механика и техническая физика. 2019. Т. 60, № 3. С. 85–95.
DOI: 10.15372/PMTF20190309
- [25] Agisheva U.O., Galimzyanov M.N. and Vdovenko I.I. Acoustic properties of overheated liquid with gas nuclei during temperature increasing // Journal of Physics: Conf. Series. 1268(2019). 012014.
DOI: 10.1088/1742-6596/1268/1/012014
- [26] Шагапов В.Ш., Галимзянов М.Н., Вдовенко И.И. Особенности устойчивости и акустических свойств перегретой жидкости с газовыми зародышами при повышении давления // Теплофизика высоких температур. 2019. Т. 57, № 5. С. 748–754.
DOI: 10.1134/S0040364419050144
- [27] Шагапов В.Ш., Галимзянов М.Н., Вдовенко И.И. и др. Особенности распространения звука в теплой воде с воздушными пузырьками // Инженерно-физический журнал. 2018. Т. 91, № 4. С. 912–921.
<https://elibrary.ru/item.asp?id=35325382>
- [28] Шагапов В.Ш., Галимзянов М.Н., Вдовенко И.И. Особенности отражения и прохождения акустических волн на границе «чистой» и пузырьковой жидкости при прямом их падении // Теплофизика высоких температур. Т. 57, № 2. 2019. С. 284–290.
DOI: 10.1134/S0040364419010228
- [29] Шагапов В.Ш., Галимзянов М.Н., Вдовенко И.И. Особенности отражения и прохождения акустических волн на границе «чистой» и пузырьковой жидкости при «косом» их падении // Теплофизика высоких температур. 2019. Т. 57, № 3. С. 464–468.
DOI: 10.1134/S0040364419020194
- [30] Agisheva U.O., Vdovenko I.I. and Galimzyanov M.N. Acoustic waves in a superheated liquid with a gas nuclei // Journal of Physics: Conf. Series. 1158(2019). 022007.
DOI: 10.1088/1742-6596/1158/2/022007
- [31] Нигматулин Р.И., Шагапов В.Ш., Вахитова Н.К. Проявление сжимаемости несущей фазы при распространении волны в пузырьковой среде // Докл. АН СССР. 1989. Т. 304, № 5. С. 1077–1081.
- [32] Накоряков В.Е., Шрейбер И.Р. Распространение малых возмущений в парожидкостной смеси // Проблемы теплофизики и физической гидродинамики. Новосибирск: Наука. Сибирское отделение. 1974. С. 161–166.
- [33] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Физматлит, 2006. 736 с.
- [34] Базаров И.П. Термодинамика. М.: Высш. шк., 1991. 376 с.
- [35] Шагапов В.Ш., Ялаев А.В. Объемное вскипание жидкости, содержащей газовые зародыши // ТОХТ. 2012. Т. 46. № 4. С. 420–431.
DOI: 10.1134/S0040579512010149
- [36] Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. 2-е изд. М.: Наука, 1972. 720 с.
- [37] Шагапов В.Ш. К теории о распространении звука в тумане // Физика атмосферы и океана. 1988. Т. 24. № 5. С. 506–512.
- [38] Гиббс Дж.В. Термодинамические работы. М.: Гостехиздат, 1950. 143 с.



The effect of diffusion on the acoustic properties of a bubble fluid

Agisheva U.O.* , Vdovenko I.I.** , Galimzyanov M.N.*

*Mavlyutov Institute of Mechanics, UFRC RAS, Ufa

**Birsk branch of the Bashkir State University, Birsk

The problems of wave propagation in bubble media have been of great interest to researchers for almost half a century in connection with the wide distribution of these systems in nature and their intensive use in modern technologies. It is known from the literature that the intensity of attenuation of sound disturbances in the gas-liquid media under consideration is mainly determined by the thermophysical characteristics of the gas in the bubbles. It turns out that these effects are significantly enhanced with increasing vapor concentration due to an increase in the temperature of the system. There are a large number of publications in the literature in which various statements of the wave action on bubble media have been considered. In the present work, the propagation of small perturbations in a liquid with bubbles filled with vapor and a gas insoluble in the liquid phase is considered in the plane one-dimensional and single-velocity approximations. The rate of liquid evaporation (condensation) inside the bubble was determined from the condition of heat balance. To take into account interphase heat and mass transfer, the heat conduction and diffusion equations inside the bubble and the heat conduction equation in the fluid around the bubble are used. From the condition for the existence of a solution in the form of a decaying traveling wave, taking into account the effects of acoustic unloading of bubbles, the dispersion equation is written. From the condition for the existence of a solution in the form of a decaying traveling wave, taking into account the effects of acoustic unloading of bubbles, the dispersion equation is written. Based on the obtained dispersion equation, relations are written for the equilibrium speed of sound depending on the thermophysical parameters of the medium and numerical calculations are performed for water with vapor-gas bubbles. The features of the reflection of harmonic waves from the interface between the “pure” liquid and liquid with vapor-gas bubbles are studied. The influence of the perturbation frequency and the temperature of the medium on the attenuation coefficient of the acoustic wave is studied. The influence of diffusion on the evolution of harmonic waves is analyzed.

Keywords: acoustic wave, superheated liquid, bubbles, analysis of variance, phase velocity, attenuation coefficient, diffusion

References

- [1] Kutateladze S.S. and Nakoryakov V.E. [Heat and mass transfer in gas–liquid systems] *Teplomassobmen i volni v gazojidkostnykh sistemah*. Novosibirsk: Nauka, 1984. P. 302 (in Russian).
- [2] Nigmatulin R.I. Dynamics of Multiphase Media. New York: Hemisphere, 1991, vols. 1 and 2. P. 360 and P. 464.
- [3] Shagapov V.Sh., Lepikhin S.A. and Galimzyanov M.N. Realization of high pressures and temperatures in the gas phase of a bubble liquid flowing through a nozzle // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2007. V. 80, No. 6. Pp. 1206–1209. DOI: 10.1007/s10891-007-0155-0
- [4] Galimzyanov M.N. and Lepikhin S.A. Outflow of a two-phase mixture through a nozzle with account for phase transitions // *Vestnik Samarsk. Gos. Univ. Mekh.* 2010. No. 2 (76). Pp. 96–104 (in Russian). <https://elibrary.ru/item.asp?id=16059300>
- [5] Galimzyanov M.N., Lepikhin S.A. and Chiglintsev I.A. Propagation of nonlinear waves in channels with variable cross-section, led to the gas hydrate formation // *Vestnik Samarsk. Gos. Univ. Mekh.* 2012. No. 3/1(94). Pp. 103–115 (in Russian). <https://elibrary.ru/item.asp?id=18242265>
- [6] Bolotnova R.Kh., Galimzyanov M.N., Topolnikov A.S. et al. The hydrodynamic processes in bubbly liquid flowing in tubes and nozzles. *World Acad. Sci. Eng. Technol.* 2012. V. 68. Pp. 1992–1999. DOI: 10.5281/zenodo.1329811
- [7] Nigmatulin R.I., Shagapov V.Sh., Gimaltdinov I.K. et al. Two-dimensional pressure waves in a liquid containing bubble zones // *Doklady Physics*. 2001. V. 46, No. 6. Pp. 445–451. DOI: 10.1134/1.1384945

- [8] Galimzyanov M.N., Gimaltdinov I.K. and Shagapov V.Sh. Two-dimensional pressure waves in a fluid with bubbles // *Fluid Dynamics*. 2002. V. 37, No. 2. Pp. 294–301.
DOI: [10.1023/A:1015818602291](https://doi.org/10.1023/A:1015818602291)
- [9] Galimzyanov M.N. Propagation of compression waves in finite-size bubbles zones // *Vestnik Udmurt. Univ. Matematika. Mekhanika*. 2010. No. 2. Pp. 57–66 (in Russian).
<http://vst.ics.org.ru/journal/article/1677/>
- [10] Galimzyanov M.N. Propagation of Pressure Waves in Finite-Size Bubbles Zones // *Izv. Sarat. Univ. Mathematics. Mechanics. Informatics*. 2010. V. 4. Pp. 27–35 (in Russian).
DOI: [10.18500/1816-9791-2010-10-4-27-35](https://doi.org/10.18500/1816-9791-2010-10-4-27-35)
- [11] Bolotnova R.Kh., Galimzyanov M.N., Topolnikov A.S. et al. Non-linear effects in bubbly liquid with shock waves // *World Acad. Sci. Eng. Technol.* 2012. V. 68. Pp. 2000–2007.
DOI: [10.5281/zenodo.1082523](https://doi.org/10.5281/zenodo.1082523)
- [12] Bolotnova R.Kh., Galimzyanov M.N. and Agisheva U.O. Modeling of shock waves in gas–liquid mixtures. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Fiz.-Mat. Nauki*. 2011. No. 2. Pp. 3–14 (in Russian).
https://izvuz_fm.npznzgu.ru/fmn1211
- [13] Agisheva U.O., Bolotnova R.Kh., Buzina V.A. et al. Parametric analysis of the regimes of shockwave effect on gas–liquid media // *Fluid Dynamics*. 2013. Vol. 48, No. 2. Pp. 151–162.
DOI: [10.1134/S0015462813020038](https://doi.org/10.1134/S0015462813020038)
- [14] Hawker N.A. and Ventikos Y. Interaction of a strong shockwave with a gas bubble in a liquid medium: a numerical study // *Journal of Fluid Mechanics*. 2012. V. 701. Pp. 59–97.
DOI: [10.1017/jfm.2012.132](https://doi.org/10.1017/jfm.2012.132)
- [15] Shagapov V.Sh. and Sarapulova V.V. Reflection and refraction of acoustic waves at the interface between a gas and a disperse systems // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2015. V. 56, No. 5. Pp. 838–847.
DOI: [10.1134/S0021894415050107](https://doi.org/10.1134/S0021894415050107)
- [16] Shagapov V.Sh. and Sarapulova V.V. Characteristic features of rarefaction and reflection of sound at the boundary of a bubble liquid // *Acoustical Physics*. 2015. V. 61, No. 1. Pp. 37–44.
DOI: [10.1134/S1063771014060153](https://doi.org/10.1134/S1063771014060153)
- [17] Gimaltdinov I.K. and Galimzyanov M.N. Dynamics of localized pulse in bubble liquid // *Proceedings of the Mavlyutov Institute of Mechanics*. 2014. V. 10. Pp. 38–43 (in Russian).
DOI: [10.21662/uim2014.1.007](https://doi.org/10.21662/uim2014.1.007)
- [18] Agisheva U.O. and Galimzyanov M.N. Evolution of pressure waves acting on a bubble liquid through adjacent boundaries // *Journal of Physics: Conf. Series*. 2019. V. 1158. 022008.
DOI: [10.1088/1742-6596/1158/2/022008](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1158/2/022008)
- [19] Agisheva U.O. and Galimzyanov M.N. Low-intensity pressure waves in a stratified bubbly liquid // *Journal of Physics: Conf. Series*. 2019. V. 1400. 077045.
DOI: [10.1088/1742-6596/1400/7/077045](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1400/7/077045)
- [20] Carey V.P. Thermodynamic Analysis of the Intrinsic Stability of Superheated Liquid in a Micromechanical Actuator with Elastic Walls // *Microscale Thermophysics Engineering*. 2000. V. 4, No. 2. Pp. 109–123.
DOI: [10.1080/108939500404025](https://doi.org/10.1080/108939500404025)
- [21] Shagapov V.Sh., Koledin V.V. and Vakhitova N.K. Stability of an overheated liquid containing vapor-gas bubbles // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2013. V. 54, No. 5. Pp. 742–755.
DOI: [10.1134/S0021894413050076](https://doi.org/10.1134/S0021894413050076)
- [22] Koledin V.V. and Shagapov V.Sh. On the dynamics of vapor bubble growth in the super heated liquid // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2013. V. 77, No. 5. Pp. 754–767 (in Russian).
<https://elibrary.ru/item.asp?id=20406061>
- [23] Varaksin A.Y. Fluid dynamics and thermal physics of two-phase flows: problems and achievements // *High Temperature*. 2013. V. 51, No. 3. Pp. 377–407.
DOI: [10.1134/S0018151X13030073](https://doi.org/10.1134/S0018151X13030073)
- [24] Shagapov V.Sh., Galimzyanov M.N. and Vdovenko I.I. Acoustics and stability of an overheated liquid with gas bubbles // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2019. V. 60, No. 3. Pp. 473–482.
DOI: [10.1134/S002189441903009X](https://doi.org/10.1134/S002189441903009X)
- [25] Agisheva U.O., Galimzyanov M.N. and Vdovenko I.I. Acoustic properties of overheated liquid with gas nuclei during temperature increasing // *Journal of Physics: Conf. Series*. 2019. V. 1268. 012014.
DOI: [10.1088/1742-6596/1268/1/012014](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1268/1/012014)
- [26] Shagapov V.Sh., Galimzyanov M.N. and Vdovenko I.I. Characteristics of the stability and acoustic properties of superheated liquid with gas nuclei under increasing pressure // *High Temperature*. 2019. V. 57, No. 5. Pp. 712–717.
DOI: [10.1134/S0018151X19050146](https://doi.org/10.1134/S0018151X19050146)
- [27] Shagapov V.Sh., Galimzyanov M.N., Vdovenko I.I. et al. Characteristic features of sound propagation in a warm bubble-laden water // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2018. V. 91, No. 4. Pp. 854–863.
DOI: [10.1007/s10891-018-1809-9](https://doi.org/10.1007/s10891-018-1809-9)
- [28] Shagapov V.Sh., Galimzyanov M.N. and Vdovenko I.I. Characteristics of the reaction and refraction of acoustic waves at normal incidence on the interface between «pure» and bubbly liquids // *High Temperature*. 2019. V. 57, No. 2. Pp. 256–262.
DOI: [10.1134/S0018151X1901022X](https://doi.org/10.1134/S0018151X1901022X)
- [29] Shagapov V.Sh., Galimzyanov M.N. and Vdovenko I.I. Characteristics of the reaction and refraction of acoustic waves at oblique incidence on the interface between «pure» and bubbly liquids // *High Temperature*. 2019. V. 57, No. 3. Pp. 425–429.
DOI: [10.1134/S0018151X19020184](https://doi.org/10.1134/S0018151X19020184)
- [30] Agisheva U.O., Vdovenko I.I. and Galimzyanov M.N. Acoustic waves in a superheated liquid with a gas nuclei // *Journal of Physics: Conf. Series*. 2019. V. 1158. 022007.
DOI: [10.1088/1742-6596/1158/2/022007](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1158/2/022007)
- [31] Nigmatulin R.I., Shagapov V.Sh. and Vakhitova N.K. Effect of the compressibility of the carrier phase in wave propagation in a bubble medium // *Doklady. Akad. Nauk SSSR*. 1989. V. 304, No. 5. Pp. 1077–1081.
- [32] Nakoryakov V.E. and Shreiber I.R. [Propagation of small perturbations in a vapor–liquid mixture] *Rasprostraneniye malih vozmuscheniy v parojidkostnoi smesi* // *Problems of Thermophysics and Physical Hydrodynamics*. Novosibirsk: Nauka, 1974. Pp. 161–166 (in Russian).
- [33] Landau L.D., Lifshits E.M. *Hydrodynamics*. Moscow: Fizmatlit. Vol. 6. 2001. 736 p (in Russian).
- [34] Bazarov I.P. *Thermodynamics*. Moscow: High School, 1991. P. 376 p (in Russian).
- [35] Shagapov V.Sh., Yalaev A.V. On the theory of the bulk boiling of a liquid with transition into a metastable state // *Theoretical Foundations Of Chemical Engineering*. 2012. V. 46. No. 4. Pp. 348–358.
DOI: [10.1134/S0040579512010149](https://doi.org/10.1134/S0040579512010149)
- [36] Vargaftik N.B. [Handbook of Thermophysical Properties of Gases and Liquids] *Spravochnik po teplofizicheskim svoistvam gazov i jidkostei*. Moscow: Nauka, 1972. P. 720 (in Russian).
- [37] Shagapov V.Sh. [On the theory of sound propagation in fog] *K teorii o rasprostraneniye zvuka v tumane* // *Izvestiya AN SSSR Fizika atmosfery i okeana*. 1988. V. 24. No. 5. Pp. 506–512 (in Russian).
- [38] Gibbs J.W. *Thermodynamics*. London: Longmans, Green and Company, 1906.