

ISSN: 2658–5782

Номер 2

Апрель–Июнь 2019

МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

mfs.uimech.org



Исследование влияния граничных условий при численном решении модели вихревой трубы¹

Минибаев М.Р.^{*,**}, Михайленко К.И.^{**}

^{*}Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа

^{**}Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Исследуется применимость различных граничных условий при вычислительном моделировании вихревой трубы Ранка–Хилша. Сделан обзор состояния мировых исследований по вопросу влияния геометрии и различных термодинамических параметров на эффективность работы трубы. Приводится обоснование возможности введения дополнительных расчетных областей при отодвигании границ для исследования влияния граничных условий при моделировании задач газовой динамики. Для моделирования динамики газа в вихревой трубе записана математическая модель, которая включает в себя систему уравнений Навье–Стокса, описывающую динамику сжимаемого вязкого флюида, замыкаемая уравнением состояния идеального газа. Рассматриваются существующие методы расчета турбулентных течений. Описана применимость различных полуэмпирических моделей турбулентности для моделирования вихревой трубы. Аргументирована возможность применения выбранной $k-\varepsilon$ модели и приведено ее описание. Рассмотрены характерные для модели вихревой трубы граничные условия, также показаны граничные условия наиболее сочетающиеся при моделировании задач газовой динамики. Представлена сетка, учитывающая области образующиеся при удалении границ. Решение проводится по алгоритму sonicFoam в пакете OpenFOAM. Использованы утилиты постпроцессора при подготовке модели к вычислениям на высокопроизводительном кластере и утилиты для осреднения полученных физических величин. Приведены результаты моделирования для разных комбинаций граничных условий и моделей с удаленными границами. Проведено сравнение полученных результатов. Показано, что геометрические размеры оказывают существенное влияние на работу вихревой трубы. Правильный выбор граничных условий позволяет получить значения физических величин, наиболее близких к известным экспериментальным. Отодвигание границ от непосредственных выходов предоставляет возможность точнее оценить возникающие эффекты вблизи реальных границ вихревой трубы, особенно влияющие на величину эффекта Ранка–Хилша.

Ключевые слова: вихревая труба, граничные условия, вычислительный эксперимент, турбулентность, OpenFOAM

1. Введение

Вихревая труба представляет собой устройство, которое разделяет поток газа, поступающий тангенциально со стороны одного из торцов трубы, на два закрученных потока низкого давления с температурами выше и ниже исходной. Вихревая труба не имеет движущихся частей и, как правило,

состоит из круглой трубы с соплами, дросселем и клапанами. Газ высокого давления поступает в вихревую трубу по касательной через сопла, что увеличивает угловую скорость и, следовательно, производит эффект вихря. Далее газ покидает устройство через два выхода: горячий, расположенный по внешнему радиусу на дальнем конце, и холодный, образующий сопло по оси канала вблизи завихрителя. Описанная конструкция вихревой трубы носит название противоточной. Таким образом, газ разделяется на два слоя. Газ ближе к оси имеет низкую температуру и выходит через холодный выход, а газ на периферии трубы имеет высокую темпера-

¹Работа выполнена с использованием средств государственного бюджета по госзаданию на 2019–2022 годы (№246-2019-00520).

туру и покидает устройство через горячий выход.

Разница температур, вызванная вихревым потоком, впервые была обнаружена французским инженером Жоржем Ранком в 1931 году [1] в процессе совершенствования циклонных труб для очистки газов от пыли. Позднее немецкий физик Рудольф Хилш [2] опубликовал исследования по улучшению конструкции вихревой трубы. Впоследствии такие вихревые трубы стали называть вихревыми трубами Ранка–Хилша.

Вихревая труба имеет следующие преимущества по сравнению с обычными охлаждающими устройствами: простота конструкции, отсутствие движущихся частей, работа без электричества и химикатов, маленький размер и легкий вес, низкая стоимость, не требует обслуживания, мгновенный выход на рабочий режим, долговечность (из-за нержавеющей стали), регулируемая температура [3, 4]. Но низкая тепловая эффективность является одним из основных сдерживающих факторов в широком применении вихревых труб. Кроме указанного недостатка, следует отметить повышенную шумность и вопрос доступности сжатого газа, которые также могут ограничивать применение. Поэтому, когда компактность, надежность и более низкая стоимость оборудования являются основными факторами, а высокая эффективность работы менее важна, вихревая труба становится хорошим устройством для нагрева или охлаждения газа, очищения и осушения газа, разделения газовых смесей, нанесения ДНК, сжижения природного газа и для других целей [5–7].

Благодаря простоте устройства и его надежности вихревые трубы имеют широкое применение во многих отраслях промышленности. Вихревые трубы используются в качестве холодильных установок в пищевой промышленности [8], для осушения и сепарации газа в нефтяной промышленности [9], для контроля среды обитания при исследовании подводных сред [10], для нагрева и охлаждения химических веществ [11] и т.д.

Основной физический механизм процессов, определяющих охлаждение газа в вихревой трубе, до сих пор не был полностью изучен. Продолжаются исследования возникающего эффекта и попытки объяснения этого явления. Так, в работах [12, 13] приводятся обзоры существующих моделей вихревых труб и их конструкций. Описываются существующие теории и приводятся новые подходы к объяснению эффекта Ранка–Хилша.

Также необходимо выделить большое количество экспериментальных исследований в направлении конструкции и размеров вихревой трубы. В работе [14] приводятся результаты исследования

эффективности охлаждения вихревой трубы с учетом числа сопловых отверстий. Авторы статьи [15] предлагают более детальное рассмотрение геометрических параметров трубы, таких, как длина трубы, диаметр и внутренний угол сужения, а также их влияние на эффективность работы трубы. В [16] показано влияние величины давления подаваемого газа на получаемую разницу температур и возможное засорение входного сопла. Таким образом, существуют экспериментальные исследования, предлагающие характерные параметры трубы и свойства подаваемого газа.

В задачах газовой динамики используют удаление расчетной границы на значительное расстояние для того, чтобы исключить непосредственное влияние граничных условий на получаемые результаты. В настоящей работе предлагается исследовать модель трубы, в которой граничные условия вынесены относительно выходов из трубы, и оценить параметры потока для сравнения с существующими моделями.

2. Математическая модель

Работа вихревой трубы описывается турбулентной моделью движения газа, которая задается следующей системой уравнений:

- Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{U}) = 0; \quad (1)$$

- Уравнение сохранения импульсов

$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{U} \times \mathbf{U}) = -\nabla p + \nabla \boldsymbol{\tau}; \quad (2)$$

- Уравнение сохранения полной энергии

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{U} E) = -\nabla p \mathbf{U} + \nabla(\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{U}); \quad (3)$$

- Система уравнений замыкается уравнением состояния идеального газа

$$p = (\gamma - 1) \rho \varepsilon. \quad (4)$$

В записи системы (1)–(4) использованы стандартные обозначения: $\mathbf{U}$ — вектор скорости; ρ — плотность; p — давление; $E = \varepsilon + \frac{1}{2} |\mathbf{U}|^2$ — удельная полная энергия; ε — удельная внутренняя энергия; γ — показатель адиабаты; $\boldsymbol{\tau}$ — тензор вязких напряжений, элементы которого вычисляются по формуле:

$$\tau_{ij} = (\mu_t + \mu) \left[\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right],$$

где μ_t — турбулентная вязкость определяемая выбранной моделью турбулентности; v_i — i -я компонента вектора скорости $\mathbf{U}$; δ_{ij} — символ Кронекера.

2.1. Модель турбулентности

При характерных скоростях воздушного потока в канале вихревой трубы неизбежно возникает турбулентность. В настоящее время существуют три направления при расчете турбулентных течений: решение осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса (Reynolds Averaged Navier–Stokes, RANS), прямое численное моделирование турбулентности (Direct Numerical Simulation, DNS) и моделирование крупных вихрей (Large-Eddy Simulation, LES) [17].

Перспективным методом расчета сложных турбулентных течений является прямое численное моделирование турбулентности. Этим методом осуществляется решение полных нестационарных уравнений Навье–Стокса без каких-либо дополнительных приближений эмпирического характера. В работах [18, 19] авторы показали хорошую применимость указанного метода для решения задачи вычислительного моделирования вихревой трубы. Однако, в этих же работах отмечено, что для вычислений с достаточной точностью необходимо использовать конечно-разностную сетку с большим количеством узлов ($N > 10^7$). Таким образом, возникает потребность в значительных вычислительных ресурсах и использовании многопроцессорной вычислительной системы. С одной стороны, в работе [20] показано, что максимальная производительность параллельного алгоритма для решения подобных задач может иметь линейную зависимость от числа процессоров при применении алгоритма конвейеризации. Также стоит упомянуть возможность использования для численного моделирования подобных задач метода быстрых мультиполей (FMM) и переноса вычислений на высокопроизводительные видеокарты [21]. С другой стороны, оба представленных подхода обладают существенным недостатком, связанным с разработкой отдельного приложения для каждой новой конфигурации задачи.

В статьях [22, 23] была исследована применимость различных полуэмпирических моделей турбулентности для моделирования вихревой трубы. В этих работах использовались следующие модели: $k - \varepsilon$, $(k - \varepsilon)$ Realizable, $(k - \varepsilon)$ RNG, SST, SAS–SST и одна однопараметрическая полуэмпирическая модель ZeroEqu. Анализ интегральных характеристик вихревой трубы показывает, что коэффициент изэнтропической энергоэффективности (IEEC) имеет похожие значения для всех моделей турбулентности, рассматриваемых в настоящей статье. Самая адекватная модель турбулентности показывает значение IEEC $\eta_s = 0.24$. Экспериментальное значение этого коэффициента составляет около

$\eta_s = 0.36$. Визуализация внутренней структуры возникающего вихревого потока показала, что $k - \varepsilon$, $(k - \varepsilon)$ Realizable, $(k - \varepsilon)$ RNG и модель турбулентности SST предсказывают очень похожую структуру потока. В то же время модель турбулентности SAS–SST показывает структуру вихревого потока, сильно отличающуюся от всех других используемых моделей турбулентности. Это можно объяснить тем, что эта модель частично учитывает нестационарность турбулентности. И только модель турбулентности SAS–SST показала существование крупномасштабных вторичных вихревых структур в вычислительной области. Наличие таких вихревых структур подтверждается различными экспериментальными исследованиями [13, 14]. Профили гидродинамических и термодинамических характеристик микроструктуры потока, получаемые в результате математического моделирования винтового течения, возникающего в проточной части двухконтурной вихревой трубы, количественно и качественно отличаются от экспериментальных данных. Аналогичное несоответствие имело место между расчетными и экспериментальными значениями холодильного коэффициента. Таким образом, для дальнейшего использования описанной в статье [22] математической модели винтового потока, возникающего в вихревой трубе, необходима ее существенная модификация.

В рамках решаемой задачи большой интерес представляли термодинамические характеристики на границах выходов. Поэтому для регулярных вычислений принято решение использовать широко известную $k - \varepsilon$ модель, которая представлена двумя уравнениями.

- Уравнение турбулентной кинетической энергии

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} = \nabla \cdot \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \nabla k \right) - \frac{2}{3} \rho (\nabla \cdot u) k - \rho \varepsilon; \quad (5)$$

- Уравнение диссипации турбулентной энергии

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} = \nabla \cdot \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon \right) - \frac{2}{3} C_1 \rho (\nabla \cdot u) \varepsilon - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad (6)$$

где $C_\mu = 0.09$, $C_1 = 1.44$, $C_2 = 1.92$, $\sigma_k = 1$ и $\sigma_\varepsilon = 1.3$. Из этих уравнений определяется турбулентная вязкость.

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}. \quad (7)$$

2.2. Граничные условия

Для наиболее полного моделирования естественной работы вихревой трубы были выбраны следующие граничные условия. На границе входа

подается газ температурой 300 К и повышенного давления 3–4 атм. На выходе — давление в 1 атм. Для температуры и скорости задаются условия протекания. На стенках трубы задается условие проскальзывания.

В ходе работы были также исследованы и другие граничные условия. Использовались граничные условия, наиболее сочетающиеся при моделировании задач газовой динамики в OpenFOAM. В документации [24] для систем давление–скорость описаны наилучшие сочетания граничных условий. Так, для сжимаемых потоков предлагается несколько вариантов пар. Наибольший интерес представляли граничные условия с отличной и очень хорошей стабильностью (excellent и very good stability). Для случая пары excellent на входе задается постоянный массовый расход, а на выходе — фиксированное значение давления. Для второго сочетания (very good) на входе и выходе задается граничное условие totalPressure.

Граничное условие totalPressure устанавливает статическое давление на границе на основе пересчета заданного общего давления путем вычитания динамического давления из общего давления

$$p_p = p_0 - \frac{1}{2} \rho |u|^2.$$

3. Разностная сетка

При построении разностной сетки для моделирования динамики газа вихревой трубы необходимо следовать следующим правилам [25]: структурированная (упорядоченная) сетка позволяет точнее аппроксимировать производные; использование структурированной сетки приводит к ускорению вычислительного процесса при фиксированном числе узловых точек; структурированная сетка уменьшает необходимый для расчетов объем оперативной памяти компьютера, упрощает процесс пространственной декомпозиции расчетной области при распараллеливании вычислений; ортогонализированная структурированная сетка снижает вычислительную погрешность.

В работе [25] была предложена сетка для аналогичной модели, отвечающая всем вышеизложенным правилам. В этой статье описано построение ортогонализированной структурированной вычислительной сетки с гексагональными ячейками для метода контрольного объема, описывающей цилиндрическую область.

Для полной проверки влияния граничных условий на модель вихревой трубы была построена разностная сетка, в которой границы на выходах из вихревой трубы были отодвинуты на «бесконечное» расстояние. При этом образовались дополнитель-

ные расчетные области. Поскольку образованные дополнительные области также имеют цилиндрическую форму, расчетная сетка в них была смоделирована по аналогии с сеткой в канале трубы.

Таким образом, была подготовлена ортогонализированная сетка как в канале, так и в дополнительных областях с соизмеримыми размерами конечно-объемных ячеек. Общий вид построенной вычислительной сетки представлен на рис. 1. На рис. 2 представлено сечение трубы с дополнительными областями в горизонтальном направлении, то есть вдоль трубы.

4. Вычислительный алгоритм

Для моделирования эффекта вихревой трубы использовалась платформа OpenFOAM, имеющая возможность пользовательского задания систем уравнений. В качестве решателя OpenFOAM применялся sonicFoam, предназначенный для моделирования задач до- и сверхзвукового ламинарного или турбулентного сжимаемого потока. SonicFoam построен на основе алгоритма вычисления давления (pressure-based). В методе pressure-based уравнения сохранения решаются для исходных переменных (ρ , U , e), плотность находится из уравнения состояния, а давление — из уравнения связи давления со скоростью. SonicFoam реализует алгоритм PISO (Pressure Implicit with Splitting of Operators) [26], отличающийся двухшаговым корректором, а в качестве зависимых переменных использующий давление и скорость.

Последовательный расчет для вычислительной сетки с большим количеством ячеек занимает продолжительное время, в связи с этим было принято решение проводить вычисления на высокопроизводительном кластере. Для этого была использована функция утилиты препроцессора decomposePar, с помощью которой проводилась декомпозиция расчетной области для параллельного счета. После завершения расчета полученные результаты объединялись с помощью функции утилиты постпроцессора reconstructPar.

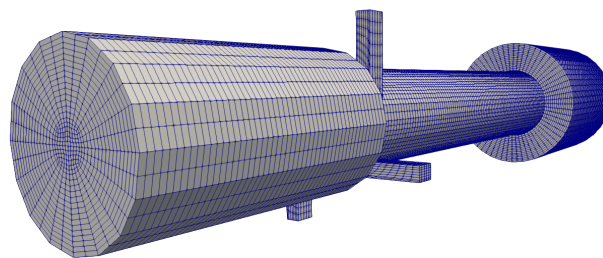


Рис. 1. Общий вид расчетной сетки

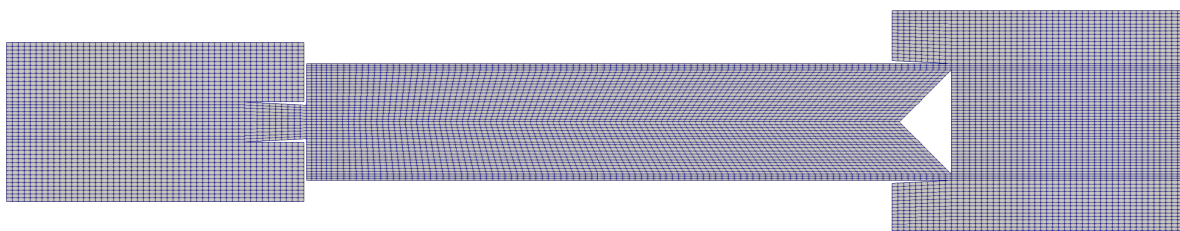


Рис. 2. Схема конечно-разностной сетки в продольном сечении трубы

При обработке и сравнении полученных результатов находились средние значения в заданных областях, сечениях и поверхностях в разные моменты времени выделенных физических величин моделируемого газа: давления, температуры и величины скорости. Для этого была использована функция утилиты постпроцессора *surfacescut*, позволяющая получить значения физических величин на границах моделируемой области и на требуемых сечениях в каждый полученный момент времени.

Следующим шагом выбранные значения осреднялись по заданным сечениям и площадям, а затем находилось среднее значение по времени за указанный период.

Для визуализации полученных результатов использовалось свободное программное обеспечение ParaView.

5. Некоторые результаты

В качестве рассматриваемой модели предлагается вихревая труба схематически показанная на рис. 3. Авторами работы [27] предложены некоторые оптимальные геометрические характеристики, использованные в представленном исследовании.

Приняты следующие размеры трубы: $L = 26$ см; $D = 2.35$ см; $d = 0.45$ см; $h = 0.26$ см; $p = 1$ см; $q = 0.69$ см; $m = 4.7$ см; $\ell = 2.5$ см и $\alpha = 3^\circ$.

В ходе работы использовались три вида граничных условий со следующими значениями:

- статическое давление на границах — на входе 3 атм, на выходе 1 атм (fixed value);
- условие *totalPressure* по давлению, где в качестве общего давления p_0 выбраны также 3 атм на входе и 1 атм на выходе (very good);
- массовый расход на входе 0.153 кг/с и *totalPressure* на выходе с общим давлением 1 атм (excellent).

При обработке результатов осреднение по областям производилось тремя способами: осреднение всех значений по полному сечению; осреднение значений по сечению, ограниченному заданной зоной и осреднение по области, состоящей из ячеек, не лежащих на одной плоскости. Для ограничения сечений были созданы две зоны. Первая зона соответствует площади холодного выхода, вторая —

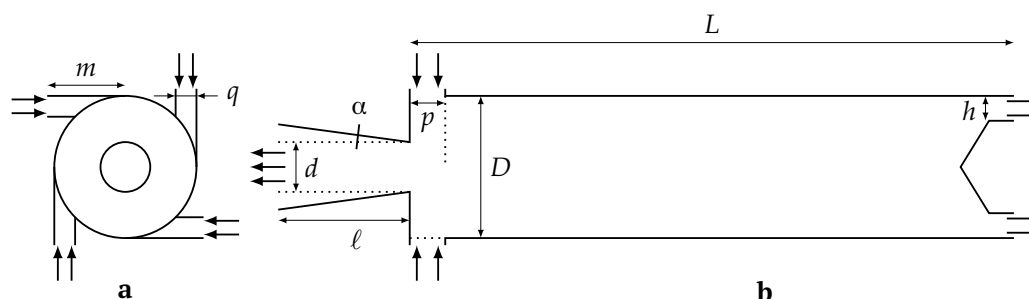


Рис. 3. Схема изучаемой противоточной вихревой трубы: а) вид с торца со стороны холодного выхода и завихрителей; б) разрез вдоль оси трубы. Обозначения: L — длина трубы; D — диаметр трубы; p, m, q — высота, длина и ширина канала завихрителя; d — диаметр сопла холодного выхода; h — размер горячего выхода (разность внешнего и внутреннего радиусов); ℓ — длина сопла холодного выхода; α — угол расширения сопла холодного выхода

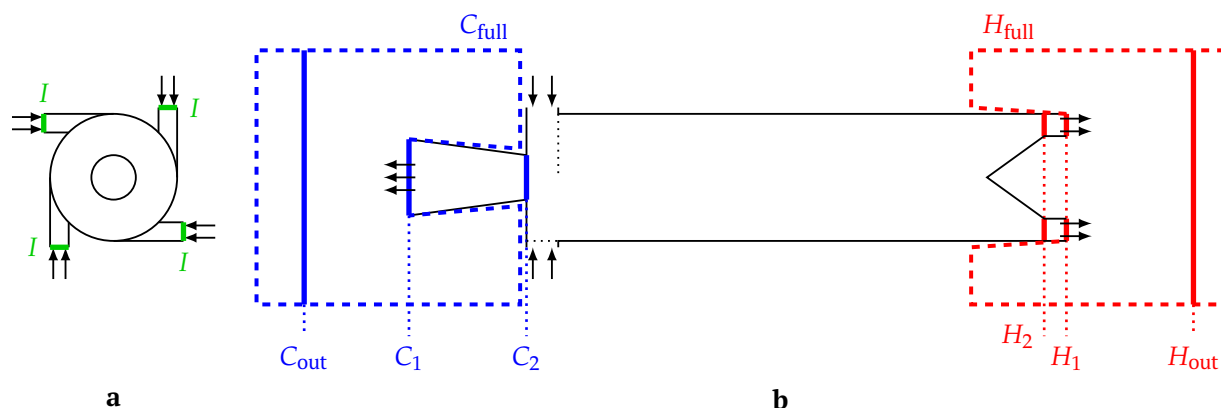


Рис. 4. Схема вихревой трубы с обозначением областей и сечений, по которым осреднялись значения

площади горячего. Далее полученные значения по областям и сечениям осреднялись по времени с 0.095 до 0.1 с. Таким образом, для моделей осреднялись значения в следующих областях (рис. 4):

1. область I , включающая в себя значения на сечениях завихрителей, через которые подается газ;
2. зона C_1 на границе холодного сопла;
3. зона C_2 внутри трубы в начале холодного сопла;
4. зона H_1 на границе горячего сопла;
5. зона H_2 внутри трубы у края горячего выхода;
6. сечение C_{out} удаленное от края холодного сопла;
7. область C_{full} ;
8. сечение H_{out} удаленное от края горячего выхода;
9. область H_{full} .

Для верификационных моделей без отодвигания границ измерения проводились лишь по первым пяти описанным геометрическим областям.

Для всех моделей, кроме модели с граничными условиями типа excellent с удаленными границами, успешно произведен расчет до момента времени 0.1 с. Для этих моделей было получено стабилизовавшееся распределение температур (рис. 5), где на холодном выходе наблюдается зона пониженной температуры, а на горячем — повышенной. В то же время для всех моделей внутри трубы образуются два вихря, как показано на рис. 6, с температурами выше и ниже начальной температуры. Наличие этих вихрей подтверждается в большинстве экспериментальных работ.

Для модели с областями и граничными условиями типа excellent расчет завершается ошибкой. Было выявлено, что остановка расчета связана с возникновением в некоторых областях отрицательной температуры. Такой эффект, судя по полученным распределениям поля скорости, вызван обратным потоком через область горячего выхода.

В табл. 1 представлены осредненные результаты расчета модели с удаленными границами и

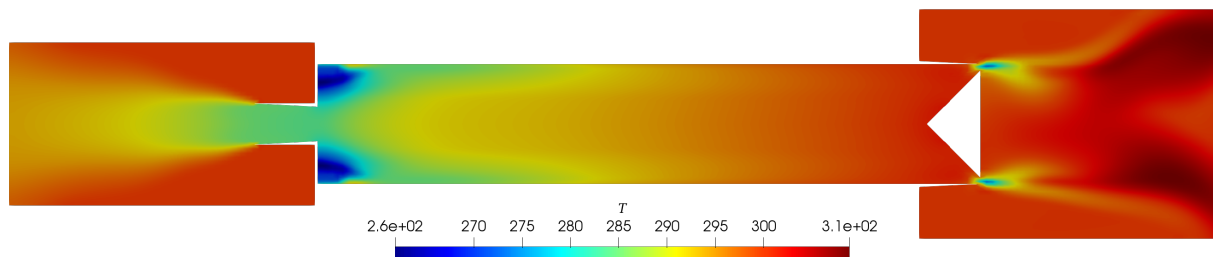


Рис. 5. Распределение температуры в трубе с удаленными границами в момент времени 0.1 с

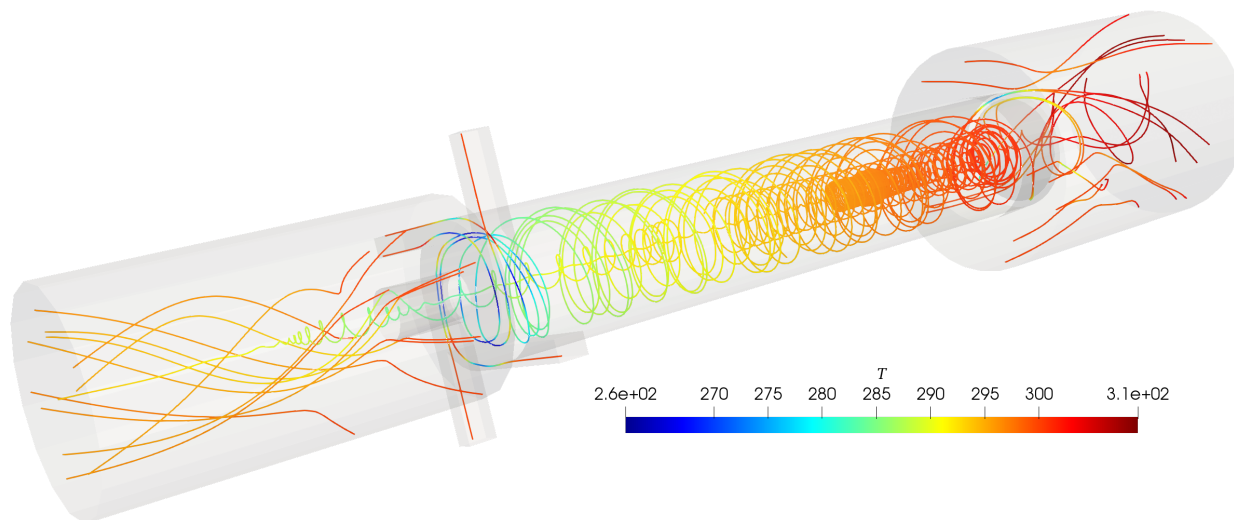


Рис. 6. Внутренний и внешний вихри в трубе с отдаленными границами; цветом показана температура воздуха

граничными условиями типа *very good*. В качестве столбцов таблицы выбраны следующие физические величины: температура T ; давление p ; проекция скорости на вектор нормали к границе $U_{\perp}$; массовый расход газа Q . Строки таблицы описывают определенные выше области и сечения. В первую очередь необходимо отметить, что полученные значения для областей, в которых определены граничные условия, соответствуют задаваемым значениям. Градиент давления на входе и выходах из трубы обеспечивает работу вихревой трубы. Наименьшая температуры получена в областях C_2 и C_1 , так как через эти сечения проходит охлажденный поток газа.

В связи с тем, что часть поверхностей, образующих разнесенные границы, имеют цилиндриче-

скую форму, вычисление нормальных составляющих скоростей для них сопряжено со значительными трудностями и в настоящей работе не выполнялось. Для векторных физических величин оценивались абсолютные значения.

В то же время на горячем выходе в области H_1 отмечена низкая температура. Такой эффект объясняется особенностями геометрии вихревой трубы. В области горячего сопла возникает большой расход газа с высокой скоростью и при повышенном давлении. При этом, по-видимому, происходит перераспределение полной энергии в пользу кинетической составляющей. В результате происходит локальное охлаждение газа. В тоже время после истечения газа из трубы происходит его расширение и повышение температуры, которое и наблюдается в виде горячих струй на рис. 5 и может быть измерено в соответствующем сечении H_{out} .

Области C_{full} и H_{full} имеют температуру, равную начальному полю температуры в трубе. Это связано с тем, что в процессе работы вихревой трубы истекающие струи из сопел увлекают за собой окружающий их газ. А поскольку на границах областей заданы условия протекания, внутрь созданных областей поступает газ начальной температуры 300 К. Это явление хорошо отображено на рис. 7, на котором представлены вектора поля скорости в плоскости сечения вдоль расчетной области. В дополнительных внешних областях вектора скорости в направлении течения струй направлены внутрь ортогонально границе созданных областей. То есть втекает газ, который при осреднении по всей границе влияет на значение средней температуры.

Таблица 1. Значения физических величин для модели с удаленными границами и граничными условиями типа *very good*.

	T , К	p , Па	$U_{\perp}$, м/с	Q , кг/с
I	300	245730	195,2	0,153
C_{full}	300	99999	—	0,0062
C_{out}	298	99979	4,3	0,0021
C_1	285	99213	20	0,0034
C_2	282	99348	33	0,0057
H_{full}	300	99768	—	0,146
H_{out}	305	99222	43,3	0,0345
H_1	286	140876	175	0,1053
H_2	298	153119	139	0,0869

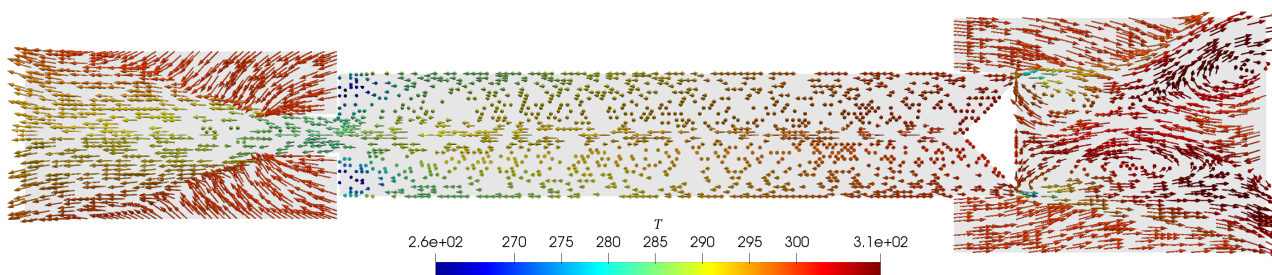


Рис. 7. Поле скоростей в продольном сечении канала; направление и длина вектора задают направление и величину скорости; цветом показана температура воздуха

Также необходимо заметить, что полученный суммарный расход на входе в трубу равен суммарному расходу на выходах из трубы, несмотря на то, что при задании граничных условий массовый расход явно не определялся на границах. Данный результат еще раз подтверждает консервативность численного метода и позволяет судить о качестве полученных результатов.

Для моделей без удаления границ с граничными условиями *very good*, *fixed value*, *excellent* были получены результаты, которые представлены в табл. 2, 3, 4 соответственно. Аналогично табл. 1 в качестве столбцов выбраны соответствующие физические величины, а строки отражают значения по сечениям и областям. Результаты представленного моделирования оказались очень похожими между собой, но все же имеют некоторые отличия, которые следует отметить. Несмотря на то, что для модели с граничными условиями типа *excellent* задаваемый массовый расход определялся по вычисленному массовому расходу модели с граничными условиями типа *very good*, наилучшее разделение на два вихря разных температур внутри трубы было получено для модели с граничными условиями типа *excellent*, что подтверждается наименьшей температурой в области C_2 и наибольшей температурой в области H_2 для всех трех моделей. То есть граничные условия *excellent* для моделей без удаления границ наилучшим образом предсказывают наличие внутри трубы градиента температур, что наиболее приближено к реальной модели вихревой трубы. В остальном значения для моделей с разными граничными условиями очень похожи, то есть нет других принципиальных отличий связанных с возникновением каких-либо эффектов при использовании одного из трех видов граничных условий.

Распределения температуры для всех трех моделей без дополнительных внешних областей имеют схожие результаты, аналогичные показанным на рис. 8.

Таблица 2. Значения физических величин для модели с граничными условиями типа *very good*.

	T , K	p , Па	$U_{\perp}$, м/с	Q , кг/с
I	300	245730	195,2	0,153
C_1	300	99999	61	0,0062
C_2	282	99867	93	0,0161
H_1	300	99768	271	0,146
H_2	309	167149	99	0,0653

Таблица 3. Значения физических величин для модели с граничными условиями *fixed value*.

	T , K	p , Па	$U_{\perp}$, м/с	Q , кг/с
I	300	245730	195,2	0,153
C_1	300	99999	46	0,0062
C_2	286	99915	74	0,0126
H_1	300	99768	268	0,146
H_2	315	162765	101	0,0636

Таблица 4. Значения физических величин для модели с граничными условиями *fixed value*.

	T , K	p , Па	$U_{\perp}$, м/с	Q , кг/с
I	300	245730	195,2	0,153
C_1	300	99999	76	0,0062
C_2	280	100251	108	0,0189
H_1	300	99768	290	0,146
H_2	317	175321	92	0,0621

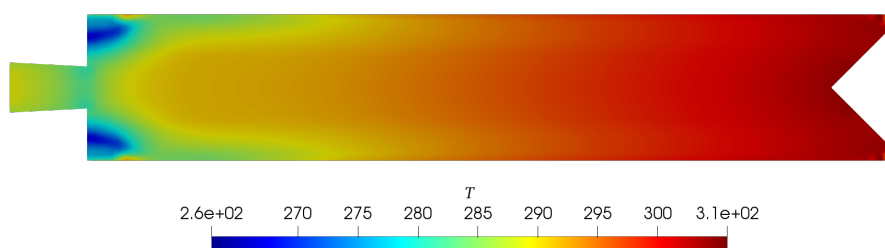


Рис. 8. Распределение температуры для модели без удаления границ

Сравним результаты для модели с удаленными границами и граничными условиями типа *very good* с моделями без удаления. Поскольку для моделей без удаления границ были получены примерно одинаковые результаты, далее будем использовать для сравнения только модель с граничными условиями *very good*. Таким образом, у сравниваемых моделей одинаковые граничные условия, но заданы они в разных местах: в одном случае на реальном выходе из канала трубы; а в другом — удаленно от них.

Отметим основные сходства моделей. Во-первых суммарные расходы для входов и выходов у обеих моделей совпадают, несмотря на то, что выходы расположены в разных местах. Во-вторых образуются зоны пониженной температуры в области горячего сопла, от сечения H_2 до H_1 происходит охлаждение для обеих моделей.

Отметим различие физических величин на реальных выходах и внутри трубы вблизи этих выходов. Так, для модели без внешней области в сечении C_1 холодного сопла средняя температура составляет 300 K, а для модели с удаленными границами в той же области — 285 K, и вычисленный массовый расход оказывается в два раза меньше. В области C_2 значения температур совпадают, но наблюдаются абсолютно разные нормальные скорости и расходы. На горячем выходе для модели без удаления границ средняя температура в области H_1 составляет 300 K, в H_2 — 309 K, а для модели с удаленными границами: 286 K и 305 K соответственно. Расходы и скорости также различны. То есть для модели без дополнительных внешних областей на горячем выходе измеренная средняя температура в целом выше, но она также имеет тенденцию к снижению при приближении непосредственно к выходу из расчетной области, как уже было отмечено выше. В результате для модели без удаления границ невозможно оценить эффективность работы трубы, так как на реальных границах температуры совпадают и равны температуре входящего газа. В то же время, для модели с удаленными граничными условиями явно видны потоки разных

температур. Это объясняется тем, что при задании граничных условий непосредственно на границе выхода, граничные условия оказывают влияние на модель и, соответственно, на значения физических величин внутри трубы.

Таким образом, модель с удаленными границами позволяет более детально понять и увидеть эффекты, возникающие возле реальных границ работающей вихревой трубы.

6. Заключение

Таким образом в ходе работы было показано, что при математическом моделировании процессов температурного разделения в канале трубы Ранка–Хилша необходимо с большой осторожностью подходить к выбору граничных условий. Это связано с тем, что любые граничные условия неизбежно оказывают влияние на результат внутри расчетной области.

В работе продемонстрировано, что введение дополнительных областей возле горячего и холодного выходов из вихревой трубы (отодвигание границы «на бесконечность») приводит к изменению среднего значения основных физических величин непосредственно на выходах и вблизи них внутри канала трубы.

Представленные результаты позволяют сделать вывод о необходимости использования в моделях вихревой трубы рассмотренных выше дополнительных областей на горячем и холодном выходах, несмотря на значительный рост затрачиваемых машинных ресурсов.

С другой стороны, если следовать максимальному сокращению расчетной сетки и не вводить дополнительных областей на выходе, полученные результаты приводят к выводу, что выбор граничных условий ограничен не только сходимостью численного решения, но и определенной допустимостью их. Указанная допустимость граничных условий диктуется как экспериментальными данными, так и результатами, полученными в «больших» вычислениях, проведенных в рамках представленной работы. Таким образом, более правильными

граничными условиями для ограниченной сетки следует считать те, в которых на входе задается постоянный массовый расход подаваемого газа, а на выходе поддерживается постоянное значение давления.

Дальнейшая работа предполагает поиск таких граничных условий, которые позволят приблизить границу расчетной области к выходам из вихревой трубы без внесения большой погрешности в результат.

Список литературы

- [1] Ranque G.J. Experiments on expansion a vortex with Simultaneous Exhaust of hot air and cold air // *J. Phys. Radium*. 1933. V. 4. Pp. 112–114 (in French).
- [2] Hilsch R. The Use of the Expansion of Gases in a Centrifugal Field as Cooling Process // *Review of Scientific Instruments*. 1947. V. 18. Pp. 108–113.
DOI: 10.1063/1.1740893
- [3] Khodorkov L., Poshernev N.V., Zhidkov M.A. The vortex tube – a universal device for heating, cooling, cleaning, and drying gases and separating gas mixtures // *Chemical and Petroleum Engineering*. 2003. V. 39, No. 7–8. Pp. 409–415.
DOI: 10.1023/A:1026336813155
- [4] Exair.com. Vortex Tubes.
URL: <http://www.exair.com/index.php/products/vortex-tubes-and-spot-cooling-products/vortex-tubes/vt.html>
(дата обращения: 17.05.2019).
- [5] Ebmeier R., Whitney S., Alugupally S., Nelson M., Padhye N., Gogos G., Viljoen H.J. Ranque–Hilsch Vortex Tube Thermocycler for DNA Amplification // *Instrumentation Science & Technology*. 2004. V. 32. Pp. 567–570.
DOI: 10.1081/CI-200029810
- [6] Boucher R.F., Tippetts J.R. Vortex-tube-driven thermo-electricity // In *Sixth triennial international symposium on Fluid Control, Measurement and Visualization*, 6th, Sherbrooke, Canada. 2000. Paper 50.
- [7] Westley R. A Bibliography and Survey of The Vortex Tube. The College of Aeronautics. 1957. P. 38.
- [8] Vortex Tubes, CNC Coolers, Cool Tool and Compressed Air Products.
URL: <https://arizonavortex.com/vortex-tubes/>
(дата обращения: 27.12.2018)
- [9] Ахметов Ю.М., Жернаков В.С., Целищев А.В. Исследование процесса сепарации газожидкостного потока в вихревой трубе // *Вестник УГАТУ*. 2011. Т. 15, № 4(44). С. 120–126.
<http://journal.ugatu.ac.ru/index.php/Vestnik/article/view/812>
- [10] Baz A., Gilheany J., Kalvitas A. Feasibility of vortex tube assisted environmental control of an underwater research habitat // *Ocean Eng.* 1987. V. 15, No. 1. Pp. 34–54.
DOI: 10.1016/0029-8018(88)90018-2
- [11] Bruno T.J. Laboratory applications of the vortex tube // *Journal of Chemical Education*. 1987. V. 64. Pp. 987–988.
DOI: 10.1021/ed064p987
- [12] Гуцол А.Ф. Эффект Ранка // *Успехи физических наук*. 1997. Т. 167, № 6. С. 665–687.
DOI: 10.1070/PU1997v040n06ABEH000248
- [13] Eiamsa-Ard S., Promvong P. Review of Ranque–Hilsch effects on vortex tubes // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2008. V. 1. Pp. 1822–1842.
DOI: 10.1016/j.rser.2007.03.006
- [14] Attalla M., Ahmed H., Ahmed M.S., El-Wafa A.A. An experimental study of nozzle number on Ranque–Hilsch counter-flow vortex tube // *Experimental Thermal and Fluid Science*. 2017. V. 82. Pp. 381–389.
DOI: 10.1016/j.expthermflusci.2016.11.034
- [15] Hamdan M.O., Al-Omari S.-A., Oweimer A.S. Experimental study of vortex tube energy separation under different tube design // *Experimental Thermal and Fluid Science*. 2018. V. 91. Pp. 306–311.
DOI: 10.1016/j.expthermflusci.2017.10.034
- [16] Majidi D., Alighardashi H., Farhadi F. Best vortex tube cascade for highest thermal separation // *International Journal of Refrigeration*. 2017. V. 85. Pp. 282–291.
DOI: 10.1016/j.ijrefrig.2017.10.006
- [17] Волков К.Н., Емельянов В.Н., Зазимков В.А. Турбулентные струи – статистические модели и моделирование крупных вихрей. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2014. 360 с.
- [18] Марьин Д.Ф., Михайленко К.И., Хазиев Л.Х. Прямое численное моделирование эффекта Ранка // *Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2011): труды международной научной конференции (Москва, 28 марта – 1 апреля 2011 г.)*. Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ. 2011. С. 539–547.
<http://omega.sp.susu.ru/books/conference/PaVT2011/short/197.pdf>
- [19] Марьин Д.Ф., Михайленко К.И. Численное исследование механизма возникновения эффекта Ранка–Хилша в канале вихревой трубы // *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского*. 2011. № 4–3. С. 977.
- [20] Газизов Р.К., Лукашук С.Ю., Михайленко К.И. Разработка параллельных алгоритмов решения задач механики сплошной среды на основе принципа пространственной декомпозиции // *Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета*. 2003. Т. 4, № 1. С. 100–107.
- [21] Moiseeva E., Mikhaylenko C., Malyshev V., Maryin D., Gumerov N. FMM/GPU accelerated molecular dynamics simulation of phase transitions in water-nitrogen-metal systems // *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Proceedings, IMECE 2012*. 2012. Pp. 883–892.
<https://www.tib.eu/en/search/id/BLCP:CN084513203/IMECE2012-86246-FMM-GPU-Accelerated-Molecular-Dynamics/>
- [22] Носков А.С., Ловцов А.В., Хаит А.В. Моделирование газового потока в двухконтурной вихревой трубе Ранка–Хилша // *Вычислительная механика сплошных сред*. 2012. Т. 5, № 3. С. 313–321.
DOI: 10.7242/1999-6691/2012.5.3.37
- [23] Khaite A., Noskov A., Alekhin V., Antipin A. Numerical simulation and visualization of air flow in Ranque–Hilsch vortex tube // *Proceedings of the 13th International Conference on Construction Applications of Virtual Reality*, 30-31 October 2013, London, UK. 2013. Pp. 638–648.
DOI: 10.13140/RG.2.1.2916.2089
- [24] Common Combinations Pressure-velocity systems. URL: <https://www.openfoam.com/documentation/guides/latest/doc/guide-bcs-common-combinations.html>
(дата обращения: 27.05.2019).
- [25] Михайленко К.И. К моделированию вихревой трубы: подготовка гексагональной сетки для вычислительных экспериментов в среде OpenFOAM // *Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН*. 2016. Т. 11, № 1. С. 112–118.
DOI: 10.21662/uim2016.1.017
- [26] Jang D.S., Jetli R., Acharya S. Comparison of the PISO, SIMPLER, and SIMPLEC algorithms for the treatment of the pressure-velocity coupling in steady flow problems // *Numer. Heat Transfer Appl.* 1986. V. 10. Pp. 209–228.
DOI: 10.1080/10407788608913517
- [27] Борисоглебский И.К., Метусова М.В., Михайленко К.И. Зависимость эффекта Ранка–Хилша от геометрии холодного выхода // *Многофазные системы*. 2018. Т. 13, № 3. С. 52–58.
DOI: 10.21662/mfs2018.3.008



Investigation of the influence of boundary conditions in the numerical solution of a vortex tube model

Minibaev M.R.^{*,**}, Mikhaylenko C.I.^{**}

^{*}Ufa State Aviation Technical University, Ufa, Russia

^{**}Mavlyutov Institute of Mechanics, UFRS of RAS, Ufa, Russia

The applicability of various boundary conditions in the computational simulation of a Ranque–Hilsch vortex tube is investigated. A review of existing works on the effect of geometry and various thermodynamic parameters on the efficiency of the pipe is made. The substantiation of the possibility of introducing additional computational domains when moving the boundaries to study the influence of boundary conditions when modeling gas dynamics problems is given. To simulate the dynamics of a gas in a vortex tube, a mathematical model is written that includes the Navier–Stokes system of equations describing a compressible viscous fluid, which is closed by the equation of state of an ideal gas. Existing methods for calculating turbulent flows are considered. The applicability of various semi-empirical models of turbulence for modeling a vortex tube is described. The possibility of using the selected $k - \varepsilon$ model and its description is argued. The boundary conditions characteristic of the vortex tube model are described, and the boundary conditions most combined in the simulation of gas dynamics problems are also shown. Presents a grid that takes into account the area formed by the removal of boundaries. The solution is based on the sonicFoam algorithm in the OpenFOAM package. Utilities of the postprocessor are used when preparing the model for calculations on a high-performance cluster and utilities for averaging the obtained physical quantities. The simulation results for different combinations of boundary conditions and models with remote boundaries are given. Comparison of the results obtained. It is shown that the geometrical dimensions have a strong influence on the operation of the pipe; the correct choice of boundary conditions makes it possible to obtain the values of physical quantities that are closest to the known experimental ones. Moving the boundaries away from direct exits provides an opportunity to more accurately estimate the effects that arise near the real boundaries of the vortex tube, especially affecting the magnitude of the Ranque–Hilsch effect.

Keywords: vortex tube, boundary conditions, CFD, turbunece, OpenFOAM

References

- [1] Ranque G.J. Experiments on expansion a vortex with Simultaneous Exhaust of hot air and cold air // J. Phys. Radium. 1933. V. 4. Pp. 112–114 (in French).
- [2] Hilsch R. The Use of the Expansion of Gases in a Centrifugal Field as Cooling Process // Review of Scientific Instruments. 1947. V. 18. Pp. 108–113.
DOI: 10.1063/1.1740893
- [3] Khodorkov L., Poshernev N.V., Zhidkov M.A. The vortex tube – a universal device for heating, cooling, cleaning, and drying gases and separating gas mixtures // Chemical and Petroleum Engineering. 2003. V. 39, No. 7–8. Pp. 409–415.
DOI: 10.1023/A:1026336813155
- [4] Exair.com. Vortex Tubes.
URL: <http://www.exair.com/index.php/products/vortex-tubes-and-spot-cooling-products/vortex-tubes/vt.html>
(Accessed date: 17.05.2019).
- [5] Ebmeier R., Whitney S., Alugupally S., Nelson M., Padhye N., Gogos G., Viljoen H.J. Ranque–Hilsch Vortex Tube Thermocycler for DNA Amplification // Instrumentation Science & Technology. 2004. V. 32. Pp. 567–570.
DOI: 10.1081/CI-200029810
- [6] Boucher R.F., Tippetts J.R. Vortex-tube-driven thermoelectricity // In Sixth triennial international symposium on Fluid Control, Measurement and Visualization, 6th, Sherbrooke, Canada. 2000. Paper 50.

- [7] Westley R. A Bibliography and Survey of The Vortex Tube. The College of Aeronautics. 1957. P. 38.
- [8] Vortex Tubes, CNC Coolers, Cool Tool and Compressed Air Products. URL: <https://arizonavortex.com/vortex-tubes/> (accessed 27 December 2017)
- [9] Akhmetov Yu.M., Zhernakov V.S., Tselishev A.V. [Investigation of the process of separation of gas-liquid flow in a vortex tube] Issledovanie processa separacii gazozhidkostnogo potoka v vixrevoj trube // [USATU Bulletin] Vestnik UGATU. 2011. V. 15, No. 4(44). Pp. 120–126 (in Russian). <http://journal.ugatu.ac.ru/index.php/Vestnik/article/view/812>
- [10] Baz A., Gilheany J., Kalvitas A. Feasibility of vortex tube assisted environmental control of an underwater research habitat // Ocean Eng. 1987. V. 15, No. 1. Pp. 34–54. DOI: 10.1016/0029-8018(88)90018-2
- [11] Bruno T.J. Laboratory applications of the vortex tube // Journal of Chemical Education. 1987. V. 64. Pp. 987–988. DOI: 10.1021/ed064p987
- [12] Gutsol A.F. The Ranque effect // Physics-Uspekhi. 1997. V. 40. Pp. 639–658. DOI: 10.1070/PU1997v040n06ABEH000248
- [13] Eiamsa-Ard S., Promvong P. Review of Ranque-Hilsch effects on vortex tubes // Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2008. V. 1. Pp. 1822–1842. DOI: 10.1016/j.rser.2007.03.006
- [14] Attalla M., Ahmed H., Ahmed M.S., El-Wafa A.A. An experimental study of nozzle number on Ranque–Hilsch counter-flow vortex tube // Experimental Thermal and Fluid Science. 2017. V. 82. Pp. 381–389. DOI: 10.1016/j.expthermflusci.2016.11.034
- [15] Hamdan M.O., Al-Omari S.-A., Oweimer A.S. Experimental study of vortex tube energy separation under different tube design // Experimental Thermal and Fluid Science. 2018. V. 91. Pp. 306–311. DOI: 10.1016/j.expthermflusci.2017.10.034
- [16] Majidi D., Alighardashi H., Farhadi F. Best vortex tube cascade for highest thermal separation // International Journal of Refrigeration. 2017. V. 85. Pp. 282–291. DOI: 10.1016/j.ijrefrig.2017.10.006
- [17] Volkov K.N., Emel'yanov V.N., Zazimko V.A. [Turbulent jets – statistical models and modeling of large eddies] Turbulentnye strui – statisticheskie modeli i modelirovanie krupnykh vixrej. M: FIZ-MATLIT. 2014. P. 360 (in Russian).
- [18] Marin D.F., Mikhaylenko C.I., Khaziev L.Kh. [Direct numerical simulation of Rankue effect] Pryamoe chislennoe modelirovanie e'ffekta Ranka // Parallel numerical techniques: proceedings of international conference PaVT'2011. Pp. 539–547 (in Russian). <http://omega.sp.susu.ru/books/conference/PaVT2011/short/197.pdf>
- [19] Marin D.F., Mikhaylenko C.I. [Numerical investigation of the mechanism of the Ranque-Hilsch effect in the vortex tube channel] Chislennoe issledovanie mexanizma vozniknoveniya e'ffekta Ranka–Xilsha v kanale vixrevoj truby // Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod. 2011. No. 4–3. P. 977 (in Russian).
- [20] Gazizov R.K., Lukashuk S.Yu., Mikhaylenko C.I. [Development of parallel technique based on the principle of spatial decomposition for solving problems of continuum mechanics]. Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviacionnogo nexnucheskogo universiteta [Ufa state aviation technical university Bulletin]. 2013. V. 4, No. 1. Pp. 100–107 (in Russian)
- [21] Moiseeva E., Mikhaylenko C., Malyshev V., Maryin D., Gumerov N. FMM/GPU accelerated molecular dynamics simulation of phase transitions in water-nitrogen-metal systems // ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Proceedings, IMECE 2012. 2012. Pp. 883–892. <https://www.tib.eu/en/search/id/BLCP:CN084513203/IMECE2012-86246-FMM-GPU-Accelerated-Molecular-Dynamics/>
- [22] Noskov A.S., Lovtsov A.V., Khait A.V. Simulation of gas flow in double-circuit Ranque–Hilsch vortex tube // Computational Continuum Mechanics. 2012, V. 5, No 3. Pp. 313–321 (in Russian). DOI: 10.7242/1999-6691/2012.5.3.37
- [23] Khait A., Noskov A., Alekhin V., Antipin A. Numerical simulation and visualization of air flow in Rnque–Hilsch vortex tube // Proceedings of the 13th International Conference on Construction Applications of Virtual Reality, 30-31 October 2013, London, UK. 2013. Pp. 638–648. DOI: 10.13140/RG.2.1.2916.2089
- [24] Common Combinations Pressure-velocity systems. URL: <https://www.openfoam.com/documentation/guides/latest/doc/guide-bcs-common-combinations.html> (accessed: 27.05.2019).
- [25] Mikhaylenko C.I. Simulation of the vortex tube: design of a hexagonal mesh for computational experiments in Open-FOAM // Proceedings of the Mavlyutov Institute of Mechanics. 2016. V. 11, No. 1. Pp. 112–118 (in Russian). DOI: 10.21662/uim2016.1.017
- [26] Jang D.S., Jetli R., Acharya S. Comparison of the PISO, SIMPLER, and SIMPLEC algorithms for the treatment of the pressure-velocity coupling in steady fow problems // Numer. Heat Transfer Appl. 1986. V. 10. Pp. 209–228. DOI: 10.1080/10407788608913517
- [27] Borisoglebskiy I.K., Metusova M.V., Mikhaylenko C.I. The dependence of the Ranque–Hilsch effect on the cold outlet geometry // Multiphase Systems. 2018. V. 13, No. 3. Pp. 52–58 (in Russian). DOI: 10.21662/mfs2018.3.008