



Численное моделирование динамики одиночного парового пузырька в жидкости в интенсивном акустическом поле¹

Давлетшин А.И., Халитова Т.Ф.

Институт механики и машиностроения – обособленное структурное подразделение ФИЦ КазНЦ РАН, Казань

Изучается возможность повышения экономичности расчетов путем совместного применения двух моделей динамики одиночного слабонесферического парового пузырька при его сильном сжатии в жидкости. В обеих моделях движение жидкости и пара расщепляется на сферическую составляющую и ее малое несферическое возмущение. Модели различаются описанием сферической составляющей. В первой (упрощенной) модели она описывается системой ОДУ совместно с уравнениями в частных производных для температуры, полученными в предположении слабой сжимаемости жидкости и гомобаричности пузырька. Во второй (полной) модели применяются одномерные уравнения газовой динамики. Преимущество упрощенной модели состоит в определении численного решения с более низкими затратами компьютерного времени по сравнению с численным интегрированием уравнений газовой динамики. Используемые в упрощенной модели допущения в финале сжатия становятся несправедливыми, в результате чего погрешности численного решения возрастают. В силу этого упрощенную модель предлагается применять в начале сжатия пузырька, а в конце сжатия – уравнения газовой динамики. При таком подходе численное решение в финале сжатия оказывается зависящим от момента перехода к уравнениям газовой динамики. Показано, что удовлетворительное описание эволюции искажения сферичности пузырька достигается тогда, когда переход осуществляется при значении числа Маха газа M в окрестности поверхности пузырька, не превышающем 0.4, а динамики ударной волны в пузырьке в финале его сжатия – в случае перехода при $M < 0.2$.

Ключевые слова: кавитационный пузырек, ударные волны, деформация пузырька, модель Рэлея–Плессета, уравнения газовой динамики

1. Введение

С динамикой пузырьков в жидкости в интенсивном акустическом поле связаны такие активно изучаемые явления, как свечение одиночного и многих пузырьков, нейтронная эмиссия, акустические стримеры, кавитационное разрушение [1, 2]. Исследование сильного сжатия одиночных пузырьков в акустическом поле фактически началось после открытия в 1990 г. явления сонолюминесцен-

ции — длительного периодического свечения одиночного воздушного пузырька в воде в пучности стоячей волны давления [3]. К настоящему времени считается, что причиной свечения пузырьков является сильное сжатие их содержимого [4]. При этом сжатие пузырька может осуществляться как с образованием, так и без образования ударных волн в его полости в финале сжатия [5]. Близкая к сферической фокусировка сходящихся ударных волн в пузырьке будет приводить к значительно более сильному сжатию среды в его полости [6]. Так, в работе [7] показано, что в ацетоне и в тетрадекане в полости сферического пузырька при его сильном сжатии могут достигаться температуры более 10^5 К, и давления более 10^6 бар.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-31-00214).

В общем случае для изучения сильного сжатия пузырьков необходимо применение прямого численного моделирования. Однако даже при рассмотрении одиночного пузырька оно может потребовать больших затрат компьютерного времени. Поэтому, как правило, исследования проводят с использованием различных упрощающих предположений, соответствующих рассматриваемой задаче [8]. Так, при описании динамики слабонесферического пузырька довольно часто применяют квазиодномерный подход, в котором движение жидкости и газа (пара) расщепляют на сферическую составляющую и ее малое несферическое возмущение [7, 9].

В настоящее время наиболее реалистичной моделью динамики сферической составляющей является модель академика Р.И. Нигматулина [10]. В ней движение как пара в пузырьке, так и окружающей жидкости описывается уравнениями газовой динамики. Учитываются нестационарная теплопроводность, эффекты неравновесных испарения и конденсации на межфазной поверхности, используются широкодиапазонные уравнения состояния.

Для описания малого несферического возмущения обычно применяют обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка [9]. Достоверность и экономичность такого квазиодномерного подхода в случае одиночного пузырька были показаны сравнением с результатами применения полной двумерной модели [11].

Наряду с уравнениями газовой динамики сферическая составляющая зачастую описывается также и обыкновенным дифференциальным уравнением Рэлея–Плессета [1, 12]. При его получении применяются допущения о слабой сжимаемости жидкости и однородности распределения параметров пара внутри пузырьков. Уточнением данного подхода является описание сферической составляющей системой ОДУ (включающей уравнение Рэлея–Плессета для радиуса пузырька) совместно с двумя уравнениями в частных производных для определения неоднородных полей температуры в газе и жидкости [13]. При этом учитывается также и испарение–конденсация на поверхности пузырька, а сам пузырек предполагается гомобарическим. При таких упрощениях расчет сферической составляющей становится многократно экономичнее по сравнению с численным интегрированием уравнений газовой динамики в частных производных.

Допущения о слабой сжимаемости жидкости и однородности распределения параметров пара внутри пузырька являются достаточно обоснованным в начале его сжатия, тогда как в финале сильного сжатия они могут оказаться неприемлемыми.

Так, распределение газодинамических параметров может стать сильно неоднородным вплоть до образования ударных волн в полости пузырька, может существенно проявиться сжимаемость жидкости. В результате численное решение может значительно расходиться с действительностью.

В настоящей работе изучается возможность повышения экономичности расчетов сильного сжатия слабонесферического парового пузырька путем совместного применения описанных выше моделей, когда сферическая составляющая динамики пузырька в начале его сжатия описывается системой ОДУ совместно с двумя уравнениями теплопроводности, а в конце сжатия используются уравнения газовой динамики. Учитываются вязкость, поверхностное натяжение, испарение–конденсация на межфазной поверхности. Исследования проводятся в условиях экспериментов по акустической кавитации дейтерированного ацетона [10]. Изменение малого несферического возмущения поверхности пузырька описывается обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка. Отметим, что эффективность указанного сочетания моделей сферической составляющей динамики пара и жидкости в случае сжатия одиночного чисто сферического воздушного пузырька в воде в умеренном акустическом поле была продемонстрирована в [13, 14]. Такое сочетание применялось также в [10] при изучении сжатия сферического парового пузырька в жидкости в интенсивном акустическом поле.

2. Постановка задачи и математическая модель

Исследуется возможность повышения экономичности расчетов однократного сильного сжатия одиночного слабонесферического парового (кавитационного) пузырька в жидком ацетоне в интенсивном акустическом поле. В начале сжатия радиус пузырька R равен $R^0 = 0.5$ мм, давление жидкости $p_L = 15$ бар, ее температура $T_L = 273$ К, плотность $\rho_L = 929$ кг/м³, скорость звука в жидкости $c_L = 1131.7$ м/с, давление пара в пузырьке равно давлению насыщенных паров $p_S(T)$ при температуре $T = T_L$. В финальной стадии сжатия внутри пузырька образуется сходящаяся к его центру ударная волна, фокусировка которой вызывает экстремальный рост температуры, плотности и давления в центральной области пузырька.

Уравнение поверхности пузырька в сферической системе координат с началом отсчета в центре

пузырька можно записать следующим образом

$$r_s(\theta, t) = R(t) + \sum_{n=2}^{\infty} a_n(t) P_n(\cos \theta).$$

Здесь t — время; r, θ — радиальная и угловая координаты сферической системы отсчета; a_n — амплитуда отклонения формы пузырька от сферической в виде сферической гармоники $P_n(\cos \theta)$, где P_n — полином Лежандра степени n . Величина искажения сферичности характеризуется параметром $\varepsilon_n = a_n/R$. Искажения сферичности пузырька малы, так что при всех n имеем $|\varepsilon_n| \ll 1$.

С учетом малости несферичности пузырька эволюция a_n изучается для разных номеров n отдельно. В таком случае уравнение поверхности записывается в более простом виде:

$$r_s(\theta, t) = R(t) + a_n(t) P_n(\cos \theta).$$

Полагается, что в начале сжатия $\varepsilon_n = 10^{-5}$, $\dot{\varepsilon}_n = 0$.

Повышение экономичности расчетов сильного сжатия слабонесферического пузырька достигается путем совместного применения двух моделей. В обеих моделях движение жидкости и пара расщепляется на сферическую составляющую и ее малое несферическое возмущение. Модели различаются описанием сферической составляющей, тогда как изменение ее малого несферического возмущения описывается в них обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка. В первой модели сферическая составляющая описывается системой ОДУ и двумя уравнениями теплопроводности в частных производных. Во второй модели применяется система уравнений газовой динамики, выражающая законы сохранения массы импульса и полной энергии. Численное решение системы уравнений первой модели требует многократно меньших затрат компьютерного времени по сравнению с затратами на интегрирование уравнений газовой динамики. Однако уравнения первой модели в финале сильного сжатия становятся неадекватными. Поэтому они применяются лишь в начале сжатия, тогда как в конце сжатия используются уравнения газовой динамики. В настоящей работе изучается зависимость погрешностей численного решения от момента перехода первой системы уравнений ко второй с целью выявления возможностей повышения экономичности расчетов.

2.1. Уравнения сферической составляющей динамики жидкости и газа в начале сжатия

Система уравнений сферической составляющей динамики газа и жидкости в начале сжа-

тия аналогична используемой в [13] и включает в себя ОДУ для скорости жидкости на поверхности пузырька:

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{u^+}{c_L}\right) R \dot{u}^+ + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{u^+}{3c_L}\right) (u^+)^2 + \\ & + 2 \left(1 - \frac{u^+}{4c_L}\right) u^+ (\dot{R} - u^+) = \\ & = \left(1 + \frac{\dot{R}}{c_L}\right) \frac{p^+ - p_L}{\rho_L} + \frac{R}{c_L} \frac{\dot{p}^+ - \dot{p}_L}{\rho_L}, \end{aligned} \quad (1)$$

для радиуса пузырька:

$$\dot{R} = u^+ + \frac{j}{\rho_L} \quad (2)$$

и для давления внутри пузырька:

$$\dot{p}^- = \frac{3}{R} \left[(\gamma - 1) \kappa^- \frac{\partial T^-}{\partial r} - \gamma p^- u^- \right]. \quad (3)$$

В этих уравнениях

$$\begin{aligned} p^+ &= p^- - \frac{4\mu_L u^+}{R} - \frac{2\sigma}{R}; \\ u^+ + j/\rho^+ &= u^- + j/\rho^-; \end{aligned} \quad (4)$$

ρ — плотность; u — радиальная скорость; p — давление; T — температура; c_L — скорость звука в жидкости; κ — коэффициент теплопроводности; j — интенсивность фазовых преобразований; γ — показатель адиабаты для пара; μ_L — коэффициент вязкости жидкости; σ — коэффициент поверхностного натяжения. Значения параметров на межфазной границе обозначены знаком «+» со стороны жидкости, знаком «-» со стороны пара.

Интенсивность фазовых преобразований j описывается формулой Герца-Кнудсена-Ленгмюра [10]:

$$j = \frac{\alpha_{ac}}{\sqrt{2\pi R_v}} \left(\frac{p_S(T^+)}{\sqrt{T^+}} - \frac{\chi p^-}{\sqrt{T^-}} \right),$$

где

$$\begin{aligned} \chi &= \exp(-\Omega^2) - \Omega \sqrt{\pi} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\Omega} \exp(-x^2) dx \right), \\ \Omega &= \frac{j}{\sqrt{2} p^-} \sqrt{R_v T^-}. \end{aligned}$$

Здесь p_S — давление насыщения; α_{ac} — коэффициент аккомодации; R_v — газовая постоянная для пара. Посредством параметра χ учитывается подвижность поверхности пузырька. Используемые зависимости $\mu_L(T)$, $\sigma(T)$, $p_S(T)$, $\kappa^+(T)$, $\kappa^-(T)$ построены с учетом известных экспериментальных данных [15].

Кроме ОДУ система уравнений сферической составляющей динамики газа и жидкости в начале сжатия включает уравнения в частных производных для температуры в паре

$$\begin{aligned} \frac{\gamma p^-}{(\gamma - 1)T} \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \\ = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \dot{p}^-, \end{aligned} \quad (5)$$

и жидкости

$$C_{\rho L} \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (6)$$

где C — удельная теплоемкость жидкости. Граничными условиями для этих уравнений являются условия в центре пузырька $r = 0$:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad (7)$$

на межфазной поверхности $r = R(t)$:

$$T^+ = T^-, \quad \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right)^+ - \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right)^- = jl, \quad (8)$$

где l — теплота парообразования, и на большом удалении от поверхности пузырька $r = \infty$:

$$T = T_L.$$

Поле скорости в паре определяется следующим выражением:

$$u = \frac{\gamma - 1}{\gamma p^-} \kappa \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{r}{3\gamma p^-} \dot{p}^-,$$

а в жидкости:

$$u = \frac{u^+ R^2}{r^2}.$$

На каждом шаге по времени система ОДУ (1)–(3) рассчитывается методом Рунге–Кутты. При этом входящие в нее характеристики полей температуры берутся с предыдущего временного шага. Аналогично, по неявной схеме с использованием метода прогонки, рассчитываются уравнения в частных производных (5), (6) на каждом шаге по времени. При этом входящие в них характеристики, не относящиеся к полю температуры, берутся с предыдущего временного шага.

При переходе к расчету уравнений газовой динамики радиальное распределение давления жидкости определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} p = p^+ - \rho_L \left(R \dot{u}^+ + 2R \dot{u}^+ - \frac{(u^+)^2}{2} \right) + \\ + \frac{\rho_L}{r} \frac{d}{dt} \left(R^2 u^+ \right) - \frac{\rho_L R^4}{2r^4} (u^+)^2. \end{aligned}$$

Плотность ρ и удельная полная энергия E как пара, так и жидкости пересчитываются по давлению, температуре и скорости с применением уравнений состояния [15].

2.2. Уравнения сферической составляющей динамики жидкости и газа в конце сжатия

Уравнения сферической составляющей динамики газа и жидкости в конце сжатия имеют вид [10]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho r^2) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho u r^2) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho u r^2) + \frac{\partial}{\partial r} (p r^2 + \rho u^2 r^2) &= 2pr, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho E r^2) + \frac{\partial}{\partial r} \left[u r^2 (p + \rho E) - \kappa \frac{\partial T}{\partial r} r^2 \right] &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Для их замыкания используются уравнения состояния жидкого и парообразного ацетона в форме Ми–Грюнайзена [15].

Граничными условиями в центре пузырька $r = 0$ и на межфазной поверхности $r = R(t)$ являются условия (7), (4) и (8) соответственно. Граничные условия на большом удалении от поверхности пузырька $r = \infty$ имеют следующий вид:

$$p = p_L, \quad T = T_L. \quad (10)$$

Система уравнений (9) с граничными условиями (4), (7), (8), (10) решается численно с помощью эффективной модификации метода С.К. Годунова, имеющей второй порядок точности [16].

2.3. Уравнения несферической составляющей динамики пузырька

Несферическая составляющая динамики пузырька описывается уравнением для амплитуды отклонения формы пузырька от сферической a_n [11]:

$$\begin{aligned} (1 + q_n) \ddot{a}_n + \\ + \left[\frac{3\dot{R}}{R} + 2(n+1)(n+2) \frac{v_L}{R^2} \right] \dot{a}_n + \\ + \left[\omega_n^2 + \frac{4v_L(n^2-1)\dot{R}}{R^3} - \right. \\ \left. - \frac{(n-1)(1-q_n)\dot{R}}{R} \right] a_n = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$q_n = \frac{(n+1)p^-}{n\rho_L}, \quad \omega_n^2 = \frac{(n^2-1)(n+2)}{\rho_L R^3}.$$

Здесь ρ^- — плотность пара на межфазной поверхности; $\nu_L = \mu_L/\rho_L$ — кинематический коэффициент вязкости.

Обыкновенное дифференциальное уравнение (11) решается методом Рунге–Кутты.

3. Результаты

В настоящей работе начальная стадия сжатия пузырька (начальный промежуток сжатия, в котором радиальная составляющая динамики жидкости и газа описывается упрощенно уравнениями (1)–(3), (5), (6)) отделяется от финальной стадии (следующий за начальным промежуток сжатия, в котором радиальная составляющая описывается уравнениями газовой динамики (9)) по некоторому заданному значению числа Маха $M = |u^-|/c^-$, где c^- — скорость звука пара на межфазной поверхности. Для оценки погрешностей расчетов с помощью упрощенного описания применяется «эталонное решение», в котором упрощенное описание вообще не используется. При численном интегрировании уравнений газовой динамики (9) в качестве внешней границы области жидкости принимается сфера $r = 9R$. Используется неравномерная (сгущающаяся к поверхности пузырька) расчетная сетка из 300 ячеек в паре и 700 ячеек в жидкости. Более подробное описание ее структуры можно найти в работе [17].

3.1. Радиальное движение

Рис. 1 иллюстрирует временную зависимость радиуса пузырька $R(t)$ при его сжатии в эталонном решении $M = 0$ и решениях, рассчитанных с переходом от упрощенного описания сферической составляющей динамики жидкости и газа в начальной стадии сжатия уравнениями (1)–(3), (5), (6) к ее более адекватному описанию уравнениями (9) при $M = 0.2, 0.3$ и 0.4 . Полученные результаты графически совпадают (погрешность вычисления минимального радиуса составляет менее 1%), так что на изменение радиуса пузырька выбор момента перехода влияет мало.

Рис. 2 характеризует влияние определяемого значением числа M момента перехода от упрощенной модели радиальной составляющей динамики жидкости и газа к полной газодинамической модели на погрешности рассчитываемых радиальных распределений давления и скорости в паре и окружающем пузырек слое жидкости. Видно, что с увеличением значения M погрешность возрастает. Так, если при $M = 0.2$ распределения давления в жидкости, рассчитанные в соответствующий момент времени с применением упрощенного моделирования, визуально близки к эталонному реше-

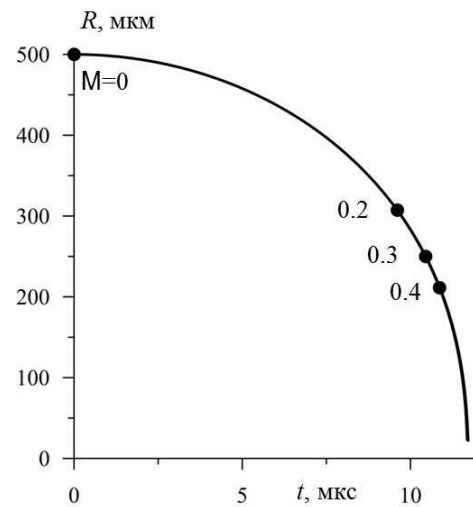


Рис. 1. Графически совпадающее изменение радиуса пузырька при его сжатии в эталонном решении ($M = 0$), рассчитанном без применения упрощенного моделирования, и трех вариантах, рассчитанных с упрощенным моделированием начального участка (до $M = 0.2, 0.3$ и 0.4)

нию, то при $M = 0.3$ и 0.4 увеличение расстояния до поверхности пузырька приводит к удалению от эталонного решения. Вместе с тем, в жидкости в окрестности межфазной границы радиуса 100 мкм расхождение с эталонным решением во всех случаях оказывается вполне приемлемым (максимальная погрешность менее 2%).

Со временем погрешности численного решения, обусловленные применением упрощенного описания начальной стадии сжатия, все более возрастают. Рис. 3 демонстрирует их увеличение к моменту времени, когда фронт образовавшейся внутри пузырька радиально сходящейся ударной волны достиг положения $r = 2.5$ мкм (в этот момент радиус пузырька $R = 24$ мкм). Видно, что при упрощенном моделировании сжатия до $M = 0.2$ максимум погрешности составляет 1–2% процентов, до $M = 0.3$ — около 10%, а до $M = 0.4$ — около 20%. Отсюда следует, что упрощенное моделирование до $M = 0.2$ позволяет получить удовлетворительное описание газодинамических процессов в пузырьке вплоть до конца его сжатия. При этом затраты компьютерного времени (на персональном компьютере Intel Core i7-4770 CPU 3.4 ГГц с оперативной памятью 8 Гб) по сравнению с затратами на эталонное решение сокращаются примерно в 3 раза.

3.2. Возмущение сферичности пузырька

Рис. 4 характеризует погрешности в описании эволюции возмущения сферичности пузырька

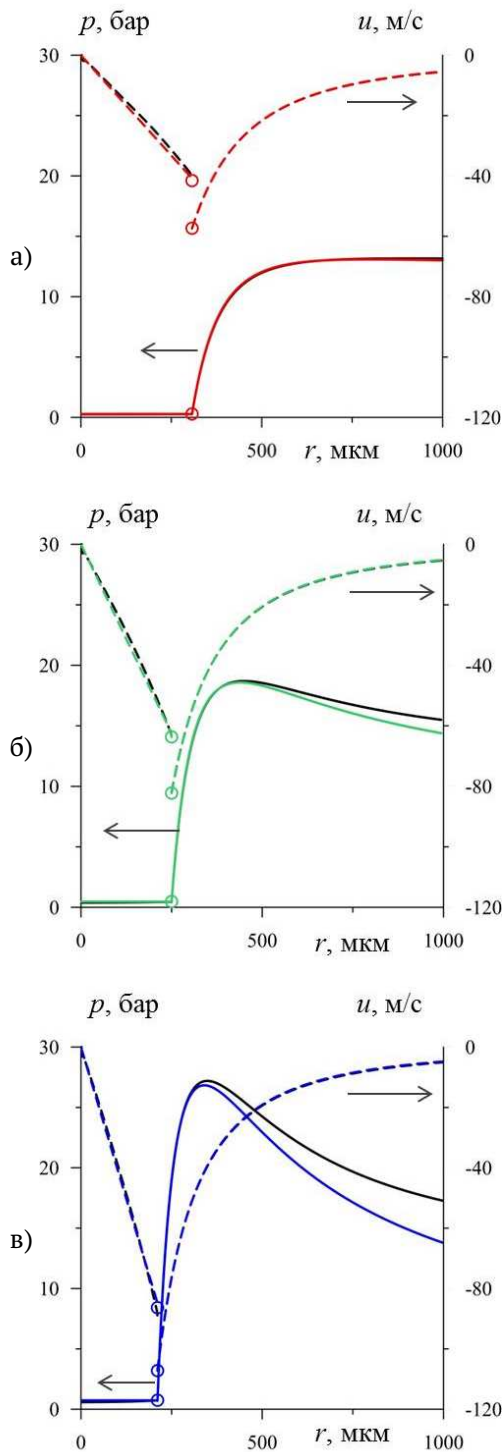


Рис. 2. Радиальные распределения давления и скорости в три момента времени, соответствующие $M = 0.2$ (а), $M = 0.3$ (б) и $M = 0.4$ (в). Цветные линии представляют численные решения с упрощенным моделированием начала сжатия до соответствующего момента, черные линии – эталонное решение без упрощенного моделирования. Кружками обозначены значения на межфазной границе

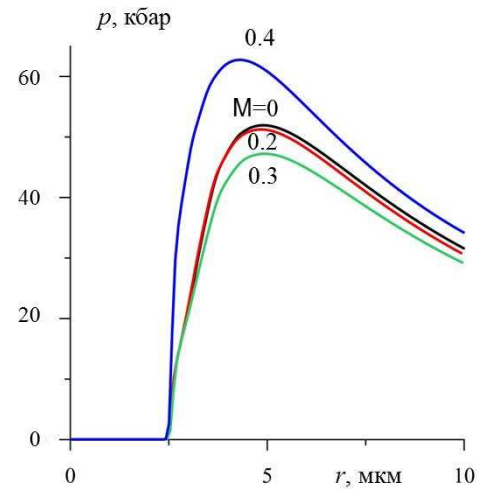


Рис. 3. Радиальные распределения давления в пузырьке в момент достижения фронтом ударной волны положения $r = 2.5$ мкм по результатам расчетов с упрощенным моделированием сферической составляющей динамики жидкости и газа до $M = 0.2, 0.3$ и 0.4 и в эталонном решении ($M = 0$) без упрощенного моделирования

при сжатии в результате упрощенного моделирования его начальной стадии. Видно, что при всех рассматриваемых значениях M расхождение с эталонным решением не превышает 5%, что свидетельствует о меньшей чувствительности формы пузырька к упрощенному моделированию начальной стадии сферической составляющей динамики жидкости и газа. По-видимому это обусловлено тем, что малочувствительной к упрощенному моделированию начальной стадии является радиальная составляющая движения поверхности пузырька (рис. 1). Из рис. 4 следует, что удовлетворительного описания несферической составляющей можно достичь при применении упрощенного моделирования до $M = 0.4$. При этом время счета сокращается в 5 раз по сравнению со временем получения эталонного решения.

4. Заключение

Проведено численное исследование повышения экономичности расчетов сильного сжатия слабонесферического пузырька за счет совместного применения двух моделей, движение жидкости и пара в которых расщепляется на сферическую составляющую и ее малое несферическое возмущение. Модели различаются лишь описанием сферической составляющей, тогда как изменение ее малое несферическое возмущение описывается в них одним и тем же обыкновенным диффе-

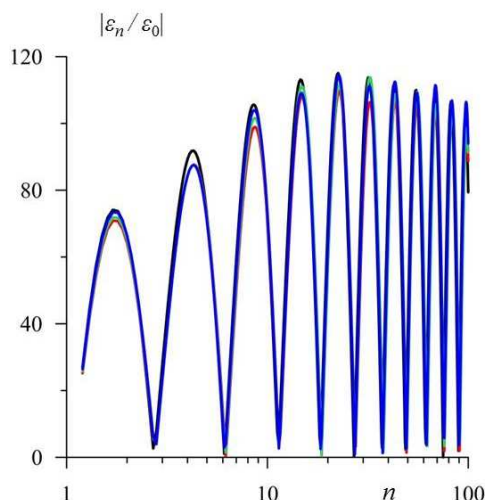


Рис. 4. Относительная амплитуда малых искажений сферичности пузыря в конце его сжатия в зависимости от номера гармоники n по результатам расчетов с упрощенным моделированием сферической составляющей динамики жидкости и газа до $M = 0.2$ (красная линия), 0.3 (зеленая линия) и 0.4 (синяя линия) и в эталонном решении ($M=0$) без упрощенного моделирования (черная линия)

ренциальным уравнением второго порядка. В первой модели сферическая составляющая описывается системой ОДУ и двумя уравнениями теплопроводности в частных производных. Во второй модели применяется система уравнений газовой динамики, выражающая законы сохранения массы импульса и полной энергии. Численное решение системы уравнений первой модели требует многократно меньших затрат компьютерного времени по сравнению с затратами на интегрирование уравнений газовой динамики. Однако уравнения первой модели в финале сильного сжатия становятся неадекватными, поэтому они применяются лишь в начале сжатия, тогда как в конце используются уравнения газовой динамики.

Изучена зависимость погрешностей численного решения от момента перехода первой упрощенной модели ко второй с целью выявления возможностей повышения экономичности расчетов. Показано, что при исследовании радиального схождения ударных волн упрощенное моделирование можно с удовлетворительной погрешностью применять до тех пор, пока значение числа Маха движения газа на поверхности пузыря меньше 0.2 . В результате применения упрощенного моделирования затраты компьютерного времени по сравнению с расчетами без его использования сокращаются примерно в 3 раза. Установлена, что малая

несферичность пузыря оказывается к применению упрощенной модели менее чувствительной, так что для оценки роста амплитуды малых искажений сферичности пузыря ее можно применять еще дальше: до тех пор, пока указанное число Маха меньше 0.4 . При этом затраты компьютерного времени сокращаются в 5 раз.

Следует отметить, что еще большего эффекта от применения упрощенного моделирования можно ожидать при рассмотрении динамики группы взаимодействующих пузырьков. Этот вопрос предполагается изучить в дальнейшем в рамках отдельного исследования.

Список литературы

- [1] Lauterborn W., Kurz T. Physics of bubble oscillations // Rep. Prog. Phys. 2010. V. 73. 106501. (DOI: 10.1088/0034-4885/73/10/106501)
- [2] Ohl S.-W., Klaseboer E., Khoo B.C. Bubbles with shock waves and ultrasound: a review // Interface Focus. 2015. V. 5, № 5. 20150019. (DOI: 10.1098/rsfs.2015.0019)
- [3] Gaitan D.F., Crum L.A. Observation of sonoluminescence from a single, stable cavitation bubble in a water/glycerine mixture // 12th Intern. Symp. On Nonl. Acoustics. New York: Elsevier. 1990. P. 459–463.
- [4] Storey B.D., Szeri A.J. Water vapour, sonoluminescence and sonochemistry // Proc. R. Soc. Lond. A. 2000. V. 456. P. 1685–1709. (DOI: 10.1098/rspa.2000.0582)
- [5] Аганин А.А., Ильгамов М.А., Топорков Д.Ю. Зависимость сжатия пара в кавитационных пузырьках в воде и ацетоне от давления жидкости // Вестник Башкирского университета. 2015. Т. 20, № 3. С. 807–812. (http://bulletin-bsu.com/arch/files/2015/3/05_4892_Aganin_2v_807-812.pdf)
- [6] Аганин А.А., Халитова Т.Ф. Сильное сжатие среды в сфероидальном кавитационном пузырьке // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. 2015. Т. 157, № 1. С. 91–100. (<http://mi.mathnet.ru/uzku1296>)
- [7] Топорков Д.Ю. Коллапс слабонесферического кавитационного пузырька в ацетоне и тетрадекане // Многофазные системы. 2018. Т. 13, № 3. С. 23–28. (DOI: 10.21662/mfs2018.3.003)
- [8] Brenner M.P. Single-bubble sonoluminescence // Rev. Mod. Phys. 2002. V. 74. P. 425–484. (DOI: 10.1103/RevModPhys.74.425)
- [9] Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Ильгамов М.А., Топорков Д.Ю. Эволюция возмущений сферичности парового пузырька при его сверхсжатии // ПМТФ 2014. Т. 55, № 3. С. 82–102. (DOI: 10.1134/S0021894414030080)
- [10] Nigmatulin R.I., Akhatov I.Sh., Topolnikov A.S. et al. The theory of supercompression of vapor bubbles and nano-scale thermonuclear fusion // Phys. Fluids. 2005. V. 17, № 10. P. 1–31. (DOI: 10.1063/1.2104556)
- [11] Аганин А. А., Халитова Т. Ф., Хисматуллина Н. А. Численное моделирование радиально сходящихся ударных волн в полости пузырька // Матем. моделирование. 2014. Т. 26, № 4. С. 3–20. (DOI: 10.1134/S2070048214060027)
- [12] Plesset M.S. The dynamics of cavitation bubbles // J. Appl. Mech. 1949. P. 277–282.

- [13] Akhatov I., Lindau O. et. al. Collapse and rebound of a laser-induced cavitation bubble // *Phys. Fluids*. 2001. Т. 13, № 10. С. 2805–2819.
(DOI: [10.1063/1.1401810](https://doi.org/10.1063/1.1401810))
- [14] Аганин А.А., Ильгамов М.А. и др. Динамика пузырька газа в центре сферического объема жидкости // Математическое моделирование. 2001. Т. 13, № 1. С. 26–40.
(<http://mi.mathnet.ru/mm664>)
- [15] Нигматулин Р.И., Болотнова Р.Х. Широкодиапазонное уравнение состояния органических жидкостей на примере ацетона // *ДАН*. 2007. Т. 415, № 5. С. 617–621.
(<https://elibrary.ru/item.asp?id=9533722>)
- [16] Аганин А.А., Халитова Т.Ф., Хисматуллина Н.А. Расчет сильного сжатия сферического парового пузырька в жидкости // *Вычислительные технологии*. 2008. Т. 13, № 6. С. 17–27.
(<http://www.ict.nsc.ru/jct/content/t13n6/aganin.pdf>)
- [17] Аганин А.А., Халитова Т.Ф. Зависимость образования ударной волны в кавитационном пузырьке от температуры жидкости // *Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН*. 2017. Т. 12, № 1. С. 89–94.
(DOI: [10.21662/uim2017.1.013](https://doi.org/10.21662/uim2017.1.013))



Numerical simulation of single vapor bubble dynamics in a liquid in an intense acoustic field

Davletshin A.I., Khalitova T.F.

Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Scientific Center of the RAS, Kazan

The possibility of increasing the calculation efficiency by the joint use of two models of the dynamics of a single weakly-nonspherical vapor bubble under its strong collapse in liquid is studied. In both models the motion of liquid and vapor is split into a spherical component and its small nonspherical perturbation. The models differ in the description of the spherical component. In the first (simplified) model, it is described by a system of ODE together with partial differential equations in temperature, derived under the assumption of weak compressibility of liquid and bubble homobaricity. In the second model, one-dimensional gas dynamics equations are applied. The advantage of the simplified model consists in determining a numerical solution with much-less computer time costs in comparison with what is required for the numerical integration of gas dynamics equations. The assumptions used in the simplified model in the final stage of collapse become incorrect, and, as a result, the numerical solution errors increase. Therefore, the simplified model is applied at the beginning of bubble collapse, whereas the gas dynamics equations are used at its end. Within this approach, the numerical solution in the final stage of collapse is dependent on the moment of transition to the gas dynamics equations. It is shown that satisfactory description of evolution of bubble sphericity distortion is achieved when the transition is made under the condition that the Mach number M of vapor in the vicinity of the bubble surface is less than 0.4. Satisfactory resolution of the shock wave in the bubble is attained when the transition is performed at $M < 0.2$.

Keywords: vapor bubble collapse, shock waves, small nonsphericity of bubble