



Плавление льда в пористой среде, насыщенной льдом и газом, при нагнетании теплой воды¹

Шагапов В.Ш.* , Запивахина М.Н.**

*Институт механики и машиностроения – обособленное структурное подразделение ФИЦ КазНЦ РАН, Казань
 **Башкирский государственный университет, Уфа

Рассмотрены численные модели инъекции теплой воды (в диапазоне температур от 300 до 340 К) в холодный пористый пласт. Предложены упрощенные модели, описывающие процессы тепло- и массопереноса. Исследовано влияние параметров, определяющих начальное состояние пористой среды, граничного давления, температуры и влагосодержания на темп распространения гидродинамических и температурных полей в пористой среде. Установлено, что экономически целесообразным является плавление мерзлых грунтов, насыщенных льдом и газом (воздухом), при достаточно низкой температуре инъектируемой воды (около 300 К).

Ключевые слова: инъекция, фильтрация, пористая среда, образование льда, плавление льда

1. Введение

В связи с интенсивным освоением северных территорий, большая часть которых располагается в зонах распространения вечной мерзлоты, особенно актуальным становится изучение процессов, связанных с тепломассопереносом в почвах, грунтах и горных породах [1]. В работах [2–5] рассматривались задачи фазового перехода на фронте при равновесной температуре, а в работах [6–8] — в объемной области в условиях стабильности газогидрата с учетом кинетики.

Методы математического моделирования процессов, связанных с фазовыми переходами вода-лед, находят применение при проектировании инженерных сооружений, разработке способов добычи полезных ископаемых, прогнозировании различных природных явлений и аварий. Опыт показывает, что физико-математические свойства грунтов и пород зависят от количества содержа-

щихся в них льда и воды. В связи с этим особо важным является изучение механизма влагопереноса в промерзающих и протаивающих грунтах.

2. Постановка задачи и основные уравнения

В плоскооднмерной автомодельной постановке рассмотрим задачу о нагнетании теплой воды в пористую среду, насыщенную льдом и газом (воздухом), находящуюся в исходном состоянии при температуре плавления льда $T_0 = 273$ К. Рассмотрим случай, когда фазовые переходы происходят в объемной области. Тогда в результате нагнетания теплой воды от границы вглубь пласта начинает распространяться объемная область разложения льда, которая разделяет пласт на три зоны. В первой зоне, находящейся вблизи границы пласта, поры будут насыщены водой, во второй (промежуточной) — заполнены водой и льдом, а в третьей (дальней) — в порах содержатся газ и лед. Насыщенность пор льдом в дальней зоне равна исходному значению льдонасыщенности пласта S_{i0} .

Будем считать, что в исходный момент времени температура пористого грунта равна T_0 , а давление p_0 .

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Программы фундаментальных исследований Президиума РАН № 49 «Взаимодействие физических, химических и биологических процессов в Мировом океане».

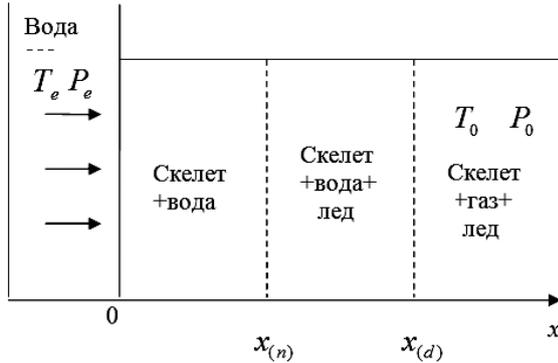


Рис. 1. Схема процесса нагнетания теплой воды в пористый грунт, насыщенный льдом и газом

Пусть через границу $x = 0$ закачивается теплая вода с температурой T_e при постоянном давлении p_e . Схема процесса нагнетания теплой воды в пористый грунт, насыщенный льдом и газом, показана на рис. 1.

Тогда граничное условие примет вид:

$$x = 0: \quad T = T_e, \quad p = p_e \quad (t > 0).$$

Процессы тепломассопереноса при нагнетании воды в пористый пласт опишем, приняв следующие гипотезы. Температуры пористого пласта и насыщающего вещества (газа, воды или льда) будем считать одинаковыми, т.е. процесс одно-температурный. Скелет пористой среды, лед и вода несжимаемы; скелет и лед неподвижны, пористость скелета постоянна:

$$\rho_{sk}, \quad \rho_\ell, \quad \rho_i, \quad m = \text{const}.$$

Здесь ρ_j ($j = sk, \ell, i$) — истинные плотности скелета, воды и льда, соответственно; m — пористость.

С учетом принятых гипотез, полагая, что в ближней области поры заполнены только водой, т.е. $S_\ell = 1$, уравнение сохранения массы воды и притока тепла запишем в виде [9, 10]:

$$\frac{\partial(\rho_\ell m v_\ell)}{\partial x} = 0, \quad \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_\ell c_\ell m v_\ell \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right),$$

$$\left(\rho c = (1 - m)\rho_{sk}c_{sk} + m \sum_{j=sk, \ell, i} S_j \rho_j c_j, \quad (1) \right.$$

$$\left. \lambda = (1 - m)\lambda_{sk} + m \sum_{j=sk, \ell, i} S_j \lambda_j \right), \quad S_\ell = 1,$$

где S_ℓ — водонасыщенность; v_ℓ — скорость фильтрации воды; ρc , λ — удельная объемная теплоемкость и теплопроводность системы; c_j , λ_j — удельная теплоемкость и теплопроводность фаз. Во всем

пласте величины ρc и λ будем полагать постоянными, поскольку основной вклад в эти величины вносят параметры скелета пористой среды.

В качестве закона фильтрации примем закон Дарси

$$m v_\ell = - \frac{k_\ell}{\mu_\ell} \frac{\partial p}{\partial x}.$$

Зависимость коэффициента проницаемости скелета k_ℓ от «живой» пористости $m S_\ell$ зададим, используя формулу Козени [11]. Тогда для зависимости проницаемости от водонасыщенности имеем

$$k_\ell = k_* \frac{(m S_\ell)^3}{(1 - m S_\ell)^2},$$

где k_* — эмпирический параметр.

Если $m \ll 1$, то $m S_\ell \ll 1$, поэтому можно полагать

$$k_\ell = k_* (m S_\ell)^3 \approx k_0 S_\ell^3 \quad (k_0 = k_* m^3),$$

где k_0 — проницаемость «чистого» скелета.

Уравнение сохранения массы воды для промежуточной зоны, где поры заполнены льдом и водой, запишется в виде:

$$m(1 - S_{i0}) \frac{\partial \rho_\ell}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (m(1 - S_{i0}) v_\ell \rho_\ell) = 0, \quad (2)$$

$$S_\ell = 1 - S_{i0}.$$

Процесс фильтрации воды в данной области также описывается законом Дарси

$$m(1 - S_{i0}) v_\ell = - \frac{k_\ell}{\mu_\ell} \frac{\partial p}{\partial x},$$

где коэффициент проницаемости k_ℓ согласно формуле Козени равен $k_\ell \approx k_0 (1 - S_{i0})^3$.

На границе между образовавшимися областями выполняются условия баланса массы и тепла $x = x_{(n)}$:

$$m \rho_\ell (v_{(n)}^- - \dot{x}_{(n)}) = m \rho_\ell (1 - S_{i0}) \times$$

$$\times (v_{(n)}^+ - \dot{x}_{(n)}) + m S_{i0} (0 - \dot{x}_{(n)}) \rho_i,$$

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^- = m S_{i0} \rho_i L_i \dot{x}_{(n)}; \quad (3)$$

$x = x_{(d)}$:

$$m \rho_\ell (1 - S_{i0}) (v_{(d)}^- - \dot{x}_{(d)}) +$$

$$+ m S_{i0} (0 - \dot{x}_{(d)}) \rho_i = m S_{i0} (0 - \dot{x}_{(d)}) \rho_i.$$

Здесь L_i — удельная теплота плавления льда. Верхние знаки «+» и «-» соответствуют значению параметров, терпящих разрыв перед и за границей.

Сформулированная задача решается в автоматической постановке. Для этого вводится автоматическая переменная $\xi = x / \sqrt{\aleph^{(T)} t}$ ($\aleph^{(T)} = \lambda / \rho c$), где $\aleph^{(T)}$ — температуропроводность пласта. Закон движения границы фазовых переходов будем искать в виде $x_s = \xi_s \sqrt{\aleph^{(T)} t}$, где $s = n, d$; $s = n$ — соответствует границе между ближней и промежуточной областями; $s = d$ — относится к границе между промежуточной и дальней областями.

Интегрируя уравнения (1) и (2), с учетом начальных и граничных условий, для давления и температуры получим

$$\xi = \xi_{(n)} : \quad T_{(1)} = T_{(n)} + \frac{(T_e - T_{(n)}) \int_{\xi}^{\xi_{(n)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4} - \frac{P_{e(n)} \xi}{\xi_{(n)}}\right) d\xi}{\int_0^{\xi_{(n)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4} - \frac{P_{e(n)} \xi}{\xi_{(n)}}\right) d\xi}, \quad (4)$$

$$p_{(1)} = p_e + (p_{(n)} - p_e) \frac{\xi}{\xi_{(n)}};$$

$$\xi_{(n)} \leq \xi \leq \xi_{(d)} : \quad T_{(2)} = T_{(n)} = T_0, \quad p_{(2)} = p_{(n)} + (p_0 - p_{(n)}) \frac{\xi - \xi_{(n)}}{\xi_{(d)} - \xi_{(n)}}; \quad (5)$$

$$\xi = \xi_{(d)} : \quad T_{(2)} = T_{(n)} = T_0, \quad p_{(3)} = p_0. \quad (6)$$

Здесь $P_{e(n)} = \frac{\rho_\ell c_\ell k_0 (p_{(n)} - p_e)}{\lambda \mu_\ell}$; $\alpha = \frac{\rho_\ell c_\ell Q}{2\pi\lambda}$.

После подстановки решений (4)–(6) в систему граничных условий (3) она принимает следующий вид

$$\xi = \xi_{(n)} : \quad \frac{(T_{(n)} - T_e) \exp\left(-\frac{\xi_{(n)}^2}{4} - \frac{P_{e(n)} \xi_{(n)}}{\xi_{(n)}}\right)}{\int_0^{\xi_{(n)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4} - \frac{P_{e(n)} \xi}{\xi_{(n)}}\right) d\xi} = \frac{m \rho_i L_i S_{i0} \xi_{(n)}}{2 \rho c}, \quad (7)$$

$$k_0 \frac{p_e - p_{(n)}}{\xi_{(n)}} - k_\ell \frac{p_{(n)} - p_0}{\xi_{(d)} - \xi_{(n)}} = m \mu_\ell \aleph^{(T)} \frac{\xi_{(n)}}{2} (1 - \bar{\rho}) S_{i0};$$

$$\xi = \xi_{(d)} : \quad k_\ell \frac{p_{(n)} - p_0}{\xi_{(d)} - \xi_{(n)}} = m \mu_\ell \aleph^{(T)} \frac{\xi_{(d)}^2}{2} (1 - S_{i0}). \quad (8)$$

Здесь $\bar{\rho}_\ell = \rho_\ell / \rho$, $\bar{\rho}_i = \rho_i / \rho$, $\bar{\rho} = \rho_i / \rho_\ell$.

3. Результаты расчетов

Теоретическое описание полей давления и температур свелось к поиску трех неизвестных параметров $\xi_{(n)}$, $\xi_{(d)}$ и $p_{(n)}$ из системы (7)–(8). Такая система может быть решена численно, например, методом итераций. Для параметров, определяющих свойства пористого грунта (если специально не оговорено), воды и льда принимаем следующие значения: $m = 0.1$, $k_0 = 10^{-13} \text{ м}^2$, $\rho c = 1.6 \cdot 10^6 \text{ Дж/(К·кг)}$, $\lambda = 0.105 \text{ Вт/(м·К)}$, $\rho_\ell = 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\rho_i = 900 \text{ кг/м}^3$, $\mu_\ell = 10^{-5} \text{ кг/(м·с)}$, $L = 3.4 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$, $c_\ell = 4200 \text{ м}^2/(\text{К·с}^2)$, $T_0 = 273 \text{ К}$, $T_e = 320 \text{ К}$, $p_0 = 0.1 \text{ МПа}$, $p_e = 0.15 \text{ МПа}$, $S_{i0} = 0.5$.

На рис. 2 представлены картины полей давления и температуры для различных значений температуры закачиваемой воды $T_e = 300 \text{ К}$ (линия синего цвета), 320 К (линия красного цвета) и 340 К (линия черного цвета). Из данного рисунка видно, что увеличение температуры закачиваемой воды не приводит к существенному росту области разложения льда. Таким образом, экономически целесообразным является плавление мерзлых грунтов, насыщенных льдом и газом (воздухом), при достаточно низкой температуре инжестируемой воды (около 300).

На рис. 3 представлены картины полей давления и температуры для различных значений температуры закачиваемой воды $T_e = 340 \text{ К}$ (линия красного цвета) и 300 К (линия синего цвета) для момента времени $t = 1 \text{ час}$. Из данного рисунка видно, что за 1 час область разложения льда распространяется в пространстве на расстояние порядка 5 метров.

На рис. 4 представлены картины полей давления и температуры для различных исходных давлений инжестируемой воды. Линии 1, 2 и 3 соответ-

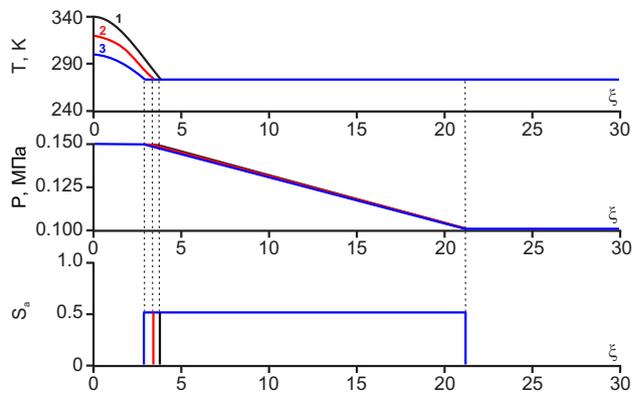


Рис. 2. Влияние температуры инжестируемой воды на распределение температуры и давления в пористой среде: $T_e = 340 \text{ К}$ (1), 320 К (2), 300 К (3)

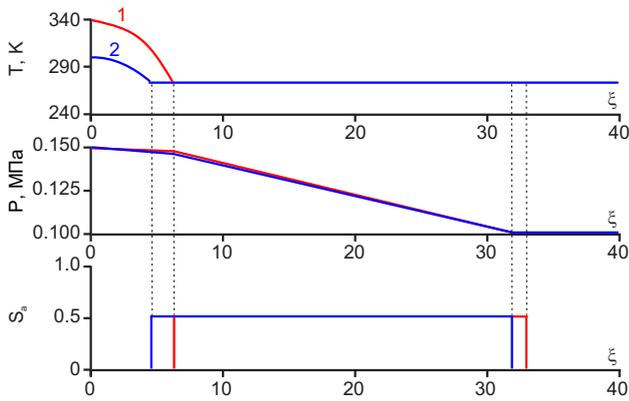


Рис. 3. Влияние температуры инжестируемой воды на распределение температуры и давления в пористой среде: $T_e = 340$ К (1), 300 К (2) для момента времени $t = 1$ час

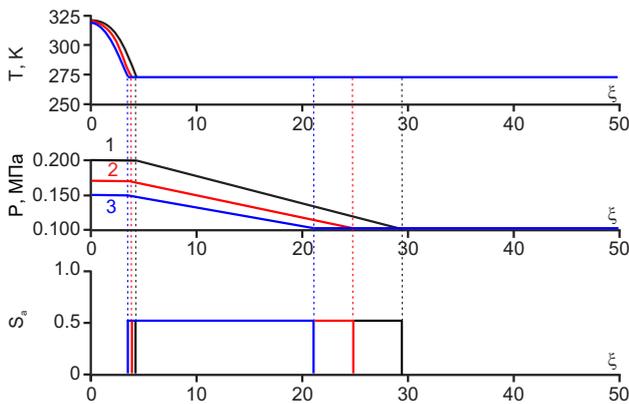


Рис. 4. Влияние давления инжестируемой воды на распределение температуры и давления в пористой среде: $p_e = 0.2$ МПа (1), 0.17 МПа (2) и 0.15 МПа (3)

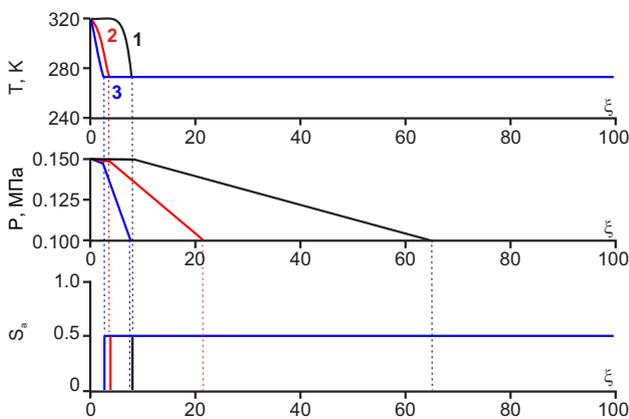


Рис. 5. Влияние исходной проницаемости скелета на распределение температуры и давления в пористой среде $k_0 = 10^{-12}$ м² (1), 10^{-13} м² (2) и 10^{-14} м² (3)

ствуют значениям давлений инжестируемой воды $p_e = 0.2$ МПа (линия черного цвета), 0.17 МПа (линия красного цвета) и 0.15 МПа (линия синего цвета). Из данного рисунка следует, что увеличение давления закачиваемой воды не приводит к существенному росту области разложения льда. Однако видно, что увеличение давления закачиваемой воды все же приводит к незначительному увеличению скорости движения границы плавления. Кроме этого из представленных результатов следует, что увеличение давления на $p_e = 0.05$ МПа приводит к росту промежуточной области в 1.5 раза.

На рис. 5 представлены картины полей давления и температуры для различных исходных проницаемостей пористой среды. Линии 1, 2 и 3 соответствуют значениям проницаемости среды $k_0 = 10^{-12}$ м² (линия черного цвета); 10^{-13} м² (линия красного цвета) и 10^{-14} м² (линия синего цвета). Можно заметить, что с повышением проницаемости среды, вследствие роста скорости фильтрации воды, растет также и скорость движения границы плавления льда. Из рисунка также видно, что с ростом проницаемости среды повышается роль конвективного переноса тепла. Об этом свидетельствует наличие плато для профиля температуры при высокой проницаемости среды.

На рис. 6 представлены картины полей давления и температуры для различных исходных льдонасыщенностей пористой среды при пористости скелета $m = 0.1$ и проницаемости $k_0 = 10^{-13}$ м². Линии 1, 2 и 3 соответствуют значениям льдонасыщенности среды $S_{i0} = 0.9$ (линия черного цвета), 0.7 (линия красного цвета) и 0.5 (линия синего цвета). Видно, что более интенсивный рост области плавления в пласте наблюдается при низких

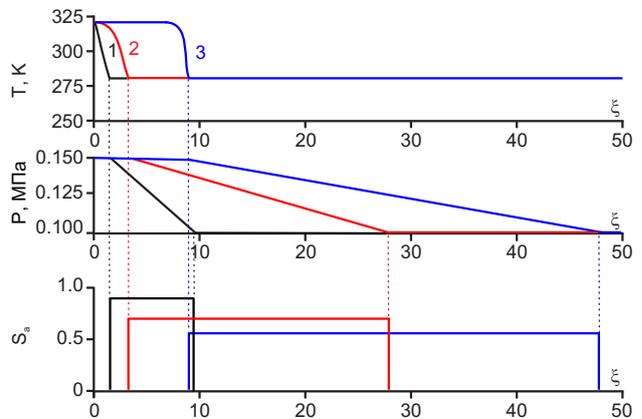


Рис. 6. Влияние исходной льдонасыщенности скелета на распределение температуры и давления в пористой среде: $S_{i0} = 0.9$ (1), $S_{i0} = 0.7$ (2) и $S_{i0} = 0.5$ (3)

значениях исходной льдонасыщенности пласта. Из рисунка также видно, что при льдонасыщенности пласта $S_{i0} \leq 0.5$ повышается роль конвективного переноса тела.

4. Заключение

На основе построенных автомодельных решений проведен численный анализ, иллюстрирующий влияние исходных параметров пористой среды, а также температуры закачиваемой воды и интенсивности закачки на распределение температуры и давления в пористой среде при фазовых переходах вода–лед.

Показано, что при плавлении льда в высокопроницаемом пористом пласте при исходной льдонасыщенности $S_{i0} \geq 0.5$ образуется температурное плато, свидетельствующее о превалирующей роли конвективного переноса тепла.

Установлено, что рост интенсивности закачки теплой воды и ее температура не приводят к существенному увеличению области разложения льда. Интенсивность разложения льда в пористой среде в первую очередь определяется ее исходными характеристиками: пористостью, проницаемостью и льдонасыщенностью.

Данная задача в более простой постановке была решена в [12] и является продолжением задач, рассмотренных в [13] и [14].

Список литературы

- [1] Цытович Н.А. Механика мерзлых грунтов. М.: Высшая школа, 1973. 448 с.
- [2] Шагапов В.Ш., Чиглинцева А.С., Сыртланов В.Р. О возможности вымывания газа из газогидратного массива посредством циркуляции теплой воды // Прикладная механика и техническая физика. 2009. Т. 50, № 4 (296). С. 100–111. (DOI: 10.1007/s10808-009-0084-0)
- [3] Шагапов В.Ш., Чиглинцева А.С., Белова С.В. Математическое моделирование нагнетания гидратообразующего газа в снежный массив, насыщенный тем же газом // Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН. 2016. Т. 11, № 2. С. 233–239. (DOI: 10.21662/uim2016.2.034)
- [4] Чиглинцева А.С., Шагапов В.Ш. О нагнетании гидратообразующего газа в пласт снега, насыщенный тем же газом // Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН. 2017. Т. 12, № 2. С. 219–226. (DOI: 10.21662/uim2017.2.033)
- [5] Шагапов В.Ш., Чиглинцева А.С., Белова С.В. Задача об образовании газогидрата в замкнутом объеме, насыщенном газом и снегом // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2017. № 46. С. 86–101. (DOI: 10.17223/19988621/46/11)
- [6] Шагапов В.Ш., Хасанов М.К., Рафикова Г.Р. Вытеснение метана из газогидратного пласта при закачке диоксида углерода // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2016. № 44. С. 104–114. (DOI: 10.17223/19988621/44/9)
- [7] Шагапов В.Ш., Рафикова Г.Р., Хасанов М.К. К теории образования газогидрата в частично водонасыщенной пористой среде при нагнетании метана // Теплофизика высоких температур. 2016. Т. 54, № 6. С. 911–920. (DOI: 10.7868/S004036441606017X)
- [8] Шагапов В.Ш., Чиглинцева А.С., Рафикова Г.Р. О применимости квазистационарного решения уравнения диффузии в слое гидрата, образующегося на границе контакта газ–лед (вода) // Теоретические основы химической технологии. 2018. Т. 52, № 4. С. 458–465. (DOI: 10.1134/S0040357118040073)
- [9] Лейбензон А.С. Движения природных жидкостей и газов в пористой среде. М.: ОГИЗ, 1947. 244 с.
- [10] Гумеров Н.А. Автомодельный рост газового гидрата, разделяющего газ и жидкость // Изв. РАН. МЖГ. 1992. № 5. С. 78–85.
- [11] Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 211 с.
- [12] Шагапов В.Ш., Запихаева М.Н. Численное моделирование процесса разложения газогидратов при инъекции газа в пористую среду // Теоретические основы химических технологий. 2012. Т. 46, № 3. С. 293–302. (DOI: 10.1134/S0040579512030098)
- [13] Шагапов В.Ш., Галимзянов М.Н., Запихаева М.Н. Моделирование процесса образования льда при инъекции воды в пористую среду, насыщенную льдом и газом // Вестник Башкирского государственного университета. 2013. Т. 18, № 1. С. 22–26. (<http://bulletin-bsu.com/archive/2013/1/5/>)
- [14] Шагапов В.Ш., Галимзянов М.Н., Запихаева М.Н. Моделирование процесса образования льда при нагнетании воды в сухую пористую среду // Известия Уфимского научного центра РАН. 2016. № 4. С. 14–18. (http://sciencerb.ru/vyp/4_2016/14-18.pdf)



Melting of ice in a porous medium saturated with ice and gas while injecting warm water

Shagapov V.Sh. *, Zapivakhina M.N.**

*Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Scientific Center of the RAS, Kazan

**Bashkir State University, Ufa

The numerical models for the injection of warm water (in the temperature range from 300 to 340 K) into a cold porous formation are considered. Simplified models describing the processes of heat and mass transfer are proposed. The influence of the parameters determining the initial state of the porous medium, the boundary pressure, temperature and moisture content on the rate of propagation of hydrodynamic and temperature fields in the porous medium is investigated. It has been established that it is economically feasible to melt frozen soils saturated with ice and gas (air) at a sufficiently low temperature of the injected water (about 300 K).

Keywords: injection, filtration, porous medium, ice formation, ice melting