



Коллапс слабонесферического кавитационного пузырька в ацетоне и тетрадекане¹

Топорков Д.Ю.

Институт механики и машиностроения – обособленное структурное подразделение ФИЦ КазНЦ РАН, Казань

Исследуется коллапс слабонесферического кавитационного пузырька в ацетоне и тетрадекане. Радиус пузырька 500 мкм, температура и давление жидкости 293 К и 15 бар в случае ацетона и 663 К и 50 бар в случае тетрадекана. Используется гидродинамическая модель, в которой учитывается сжимаемость жидкости, нестационарная теплопроводность пара и жидкости, неравновесный теплообмен на поверхности пузырька, несовершенство пара, применяются реалистичные широкодиапазонные уравнения состояния. Установлено, что при коллапсе пузырька и в ацетоне и тетрадекане в его полости возникают сходящиеся ударные волны, а максимальные значения термодинамических параметров оказываются сравнимыми. Сравнение эволюции возмущения сферичности пузырька и движения в его полости ударной волны позволяет предположить, что тетрадекан является более благоприятной средой для реализации близкой к сферической кумуляции в пузырьке, чем ацетон.

Ключевые слова: коллапс пузырька, ударные волны, несферичность, возмущение сферической формы

1. Введение

Динамика пузырьков в жидкости представляет большой интерес для науки и приложений из-за возможности достижения в них высоких плотностей, давлений и температур [1, 2]. Экстремально высокие степени сжатия содержимого пузырьков реализуются в финальной стадии схождения формирующихся в их полости ударных волн. В малой центральной области пузырька в течение чрезвычайно короткого времени температуры и плотности могут принимать значения, превышающие 10^7 К и 10 г/см³ соответственно [1–6]. Необходимым условием достижения сверхсжатия содержимого пузырька возникающей в нем сходящейся ударной волной является близость ее формы к сферической вплоть до вхождения в малую центральную область пузырька. Как известно, ударная волна в момент своего образования имеет форму межфазной поверхности. Таким образом, форма ударной волны вблизи момента ее фокусировки зависит от

изменения формы пузырька в ходе его коллапса. Поэтому изучение эволюции возмущения сферической формы пузырька является актуальным.

В [7] представлен критерий образования сходящихся ударных волн в пузырьке при его коллапсе. Согласно этому критерию более подходящими для реализации ударных волн являются парогазовые среды с большой молекулярной массой M и малым показателем адиабаты γ . С учетом этого, в работе [8] с применением приближенной математической постановки проведено сравнение возможности возникновения ударных волн в паровых пузырьках, коллапсирующих в ацетоне ($M = 58$ г/моль, $\gamma = 1.125$), реализация суперсжатия в котором была продемонстрирована в [6], и значительно более тяжеломолекулярной жидкости – тетрадекане ($M = 198$ г/моль, $\gamma = 1.0265$). Полученные приближенные оценки [8] показали, что тетрадекан является более перспективной средой для реализации сильного сжатия среды в коллапсирующих пузырьках по сравнению с ацетоном. С учетом этого в настоящей работе с применением существенно более сложной по сравнению с [8] математической модели анализируются возмож-

¹Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 17-11-01135)

ности реализации суперсжатия среды в кавитационном пузырьке в тетрадекане и проводится сравнение со случаем коллапса пузырька в ацетоне. Исследуется эволюция возмущений сферичности пузырька при его коллапсе в этих жидкостях.

2. Постановка задачи

Рассматривается коллапс слабонесферического кавитационного пузырька в безграничном объеме неподвижной жидкости (ацетоне и тетрадекане). Температура T_0 и давление p_0 жидкости равны 293 К и 15 бар в случае ацетона и 663 К и 50 бар в случае тетрадекана. В начале коллапса давление пара в пузырьке с радиусом $R_0 = 500$ мкм равно давлению насыщения $p_S(T_0) = 0.24$ бар в ацетоне и 10.3 бар в тетрадекане. Несферичность пузырька считается малой.

Для описания движения пара и жидкости, изменения радиуса пузырька $R(t)$ используется гидродинамическая модель [6, 9], в которой динамика пара и жидкости считается сферически симметричной, учитывается сжимаемость жидкости, нестационарная теплопроводность пара и жидкости, неравновесный тепломассообмен на поверхности пузырька, несовершенство пара, применяются реалистичные широкодиапазонные уравнения состояния [10, 11].

Для анализа роста несферичности пузырька при коллапсе возмущение $\delta(t, \theta, \varphi)$ его сферической формы $r = R(t)$ принимается в виде

$$\delta(t, \theta, \varphi) = \varepsilon_{nm}(t) Y_{nm}(\theta, \varphi). \quad (1)$$

Здесь r, θ, φ – сферическая система координат с началом отсчета в центре пузырька, $\varepsilon_{nm}(t) = a_{nm}(t)/R(t)$, $a_{nm}(t)$ – амплитуда отклонения формы пузырька от сферической в виде поверхностной сферической гармоники $Y_{nm}(\theta, \varphi)$ степени n порядка m , $|\varepsilon_{nm}| \ll 1$. Для описания эволюции возмущения сферичности используется модель [9], согласно которой амплитуда возмущения $a_{nm}(t)$ описывается обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка, в котором учитываются влияние поверхностного натяжения, вязкости жидкости и, аналогично [12], эффект содержимого пузырька. В дальнейшем индекс m опускается, так как эволюция величины ε_{nm} от m не зависит. Предполагается, что в начале коллапса (при $t = 0$) $a_n = a_{n,0}$, $\dot{a}_n = 0$.

3. Сжатие содержимого пузырька

На рис. 1 приведено изменение радиуса пузырька при коллапсе в ацетоне и тетрадекане. В обоих случаях в полости пузырьков в финальной

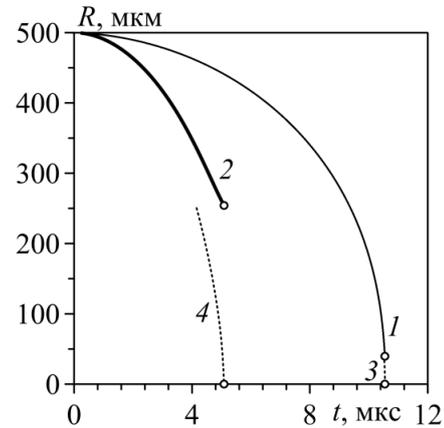


Рис. 1. Изменение радиуса пузырьков в ацетоне при $T_0 = 293$ К и $p_0 = 15$ бар (кривая 1) и тетрадекане при $T_0 = 663$ К и $p_0 = 50$ бар (кривая 2) в ходе их коллапса. Пунктирные линии соответствуют траектории ударных волн с момента их возникновения в ацетоне (кривая 3) и тетрадекане (кривая 4). Кружочками отмечены моменты достижения экстремальных значений термодинамических параметров в пузырьке.

стадии их коллапса образуются сходящиеся ударные волны. В ходе схождения их интенсивность быстро нарастает, и в момент фокусировки термодинамические параметры принимают сверхвысокие значения. Радиусы пузырьков в этот момент R_{extr} сильно различаются – $R_{extr} = 39$ мкм в ацетоне и $R_{extr} = 252$ мкм в тетрадекане. Также сильно различается максимальная радиальная скорость пузырьков – 600 м/с в ацетоне и 90 м/с в тетрадекане. Следует отметить, что если диапазон изменения радиуса пузырька (от R_0 до R_{extr}) в тетрадекане существенно меньше, чем в случае ацетона, то, как видно на рис. 1, изменение радиуса поверхности ударной волны (от момента ее возникновения до фокусировки) наоборот значительно больше, чем в случае ацетона.

На рис. 2 приведены распределения термодинамических параметров в момент экстремального сжатия пара в пузырьках, коллапсирующих в ацетоне и тетрадекане. Все параметры представлены вне малой центральной области с радиусом $r = 0.25$ мкм, где из-за сверхсильного сжатия пара оказывается существенным влияние процессов диссоциации, ионизации, искажения сферичности ударной волны. Эти процессы не описываются в используемой математической постановке. Поэтому указанная малая центральная область пузырька не иллюстрируется. Из рис. 2 видно, что, несмотря на огромную разницу в кинематических характе-

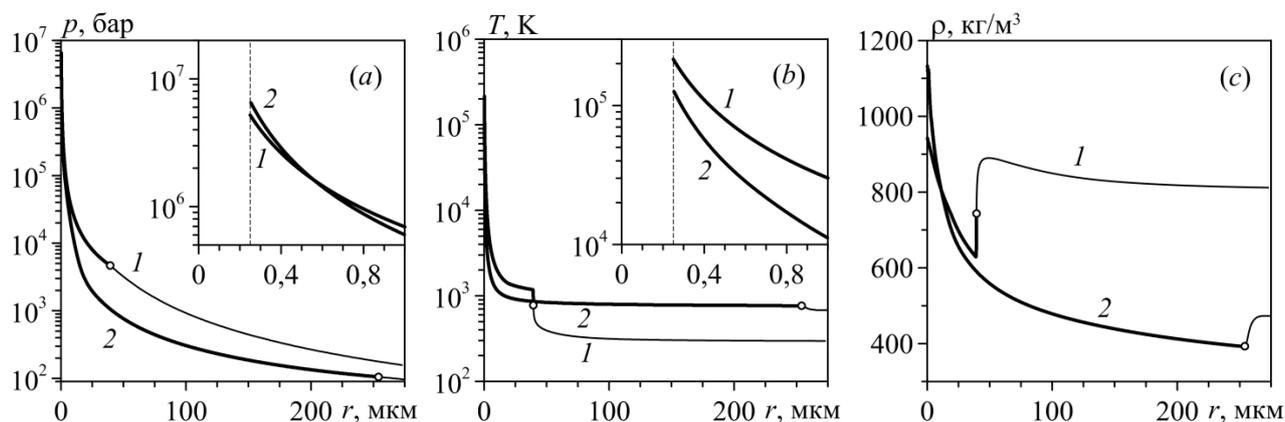


Рис. 2. Пространственные распределения давления (а), температуры (б) и плотности (с) в паре и окружающем его слое жидкости в момент максимального сжатия пара в пузырьке в ацетоне при $T_0 = 293$ К и $p_0 = 15$ бар (кривые 1) и тетрадекане при $T_0 = 663$ К и $p_0 = 50$ бар (кривые 2). Кружочками отмечены значения на поверхности пузырька.

ристиком коллапса пузырьков в ацетоне и тетрадекане, в обоих случаях максимальные значения термодинамических параметров при сохранении сферической формы ударной волны оказываются сравнимыми.

4. Возмущения сферической формы пузырьков

В реальности поверхность пузырька и форма возникающей ударной волны всегда имеют несферические возмущения. Возмущения сферичности пузырька в ходе его коллапса при несущественном влиянии вязкости (когда номер гармоники n в (1) относительно невелик) возрастают в режиме колебаний по закону, близкому к степенному [13, 14]. Возмущение сферичности ударной волны в ходе ее схождения к центру пузырька также изменяется в режиме колебаний с возрастающей амплитудой, но, что является существенным аспектом, медленнее, чем возрастает несферичность пузырька [15]. При этом наиболее опасными для реализации сферической кумуляции являются низкочастотные возмущения сферичности ударной волны.

На рис. 3 представлена эволюция относительной амплитуды возмущения сферической формы пузырьков $|\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}|$ для некоторых низкочастотных гармоник с номерами n из диапазона $2 \leq n \leq 10$ при коллапсе пузырьков в ацетоне и тетрадекане. В силу значительно меньшей глубины коллапса в случае тетрадекана количество колебаний величины ε_n относительно нулевого значения, которое соответствует сферическому состоянию, меньше, чем в ацетоне, для каждого из номеров n . Так, в случае ацетона для номеров $n = 2$ и 3 форма пузырька один раз переходит через сферическое состояние,

для $n = 4-7$ – два раза, для номеров $n = 8-10$ – три раза. В случае тетрадекана для номеров $n = 2$ и 3 форма пузырька ни разу не переходит через сферическое состояние, а для номеров $n = 4-10$ только один раз.

На рис. 3 видно, что рост амплитуды возмущения сферичности пузырька в тетрадекане оказывается существенно меньше, чем в ацетоне. Для номеров $n = 2-4$ разница оказывается более 30 раз. При увеличении номера n до $n = 10$ различие уменьшается до 12 раз. Такая разница роста несферичности пузырьков, как уже было сказано, объясняется большим различием в глубине их коллапса (в 6.5 раза). Как следствие, начальное возмущение сферической формы ударной волны в пузырьке в тетрадекане будет более чем на порядок меньше, чем в пузырьке в ацетоне. Однако, как уже отмечалось, изменение радиуса ударной волны, то есть ее путь при схождении в пузырьке в тетрадекане значительно больше (в 6 раз), чем в случае ацетона. Как следствие, и рост несферичности ударной волны в тетрадекане будет сильнее, чем в ацетоне.

Таким образом, более скоростной рост возмущения сферичности пузырька продолжается дольше в случае ацетона, а менее скоростной рост несферичности ударной волны продолжается дольше в тетрадекане. Поэтому можно ожидать, что при одинаковых начальных возмущениях сферической формы пузырьков уровень несферичности возникающей в пузырьке ударной волны в финале ее схождения будет ниже в пузырьке в тетрадекане, чем в пузырьке в ацетоне.

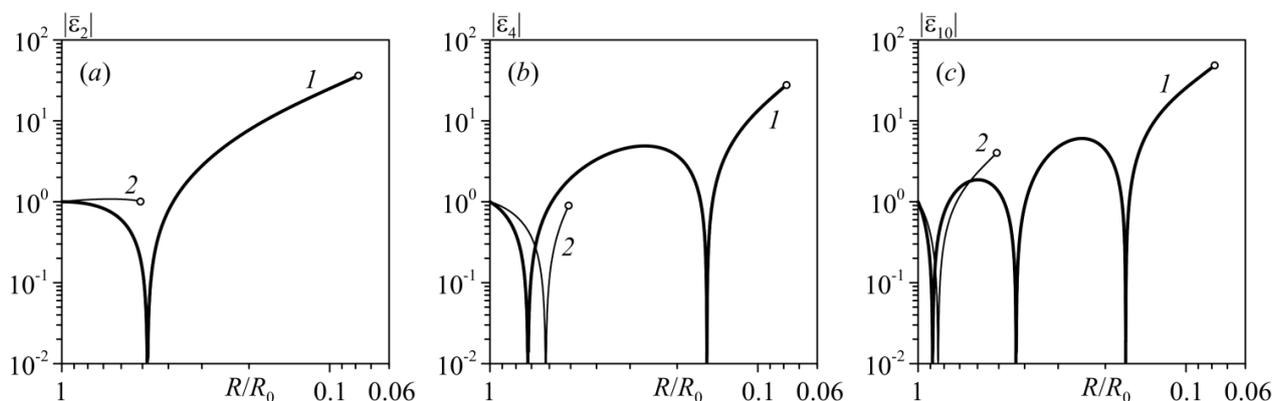


Рис. 3. Эволюция относительной амплитуды возмущения сферичности пузырьков $|\bar{\varepsilon}_n| = |\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}|$, $n = 2$ (a), 4 (b), 10 (c), при коллапсе в ацетоне (кривые 1) и тетрадекане (кривые 2). Кружками отмечены значения в моменты достижения максимальных значений термодинамических параметров в пузырьке.

5. Заключение

Проведено исследование коллапса слабонесферического кавитационного пузырька с начальным радиусом 500 мкм в ацетоне (с температурой и давлением жидкости 293 К и 15 бар) и тетрадекане (с температурой и давлением жидкости 663 К и 50 бар). В начале коллапса давление пара равно давлению насыщения. Использовалась гидродинамическая модель, в которой учитывается сжимаемость жидкости, нестационарная теплопроводность пара и жидкости, неравновесный теплообмен на поверхности пузырька, несовершенство пара, применяются реалистичные широкодиапазонные уравнения состояния.

Установлено, что в обоих случаях коллапса пузырька (в ацетоне и тетрадекане) внутри него возникают сходящиеся ударные волны, при фокусировке которых в случае сохранения их сферической формы максимальные значения термодинамических параметров достигают сравнимых значений. При этом радиус пузырька в тетрадекане в момент наибольшего сжатия пара оказывается в 6.5 раз больше, чем у пузырька в ацетоне. Изменение радиуса возникающей в пузырьке ударной волны, то есть ее путь от момента образования до фокусировки, в случае тетрадекана оказывается существенно больше (в 6 раз).

Установлено, что рост малых возмущений сферичности пузырька при его коллапсе в ацетоне оказывается значительно больше. Для исследуемого интервала номеров сферической гармоник 2-10 разница превышает 12 раз.

Учитывая, что рост возмущения сферичности пузырька при уменьшении его радиуса происходит интенсивнее увеличения несферичности ударной волны при уменьшении ее радиуса, можно ожи-

дать, что кумуляция в центральной области пузырька при его коллапсе в тетрадекане будет ближе к сферической, чем в случае ацетона. Для более детального ответа на вопрос об уровне несферичности ударной волны вблизи момента ее фокусировки необходимо дополнительное исследование эволюции несферической ударной волны.

Список литературы

- [1] Taleyarkhan R.P., West C.D., Cho J.S., Lahey R.T. (Jr), Nigmatulin R.I., Block R.C. Evidence for nuclear emissions during acoustic cavitation // *Science*. 2002. V. 295. P. 1868–1873. (DOI: [10.1126/science.1067589](https://doi.org/10.1126/science.1067589))
- [2] Нигматулин Р.И., Лэхи Р.Т.(мл.), Талейархан Р.П., Вест К.Д., Блок Р.С. О термоядерных процессах в кавитирующих пузырьках // *УФН*. 2014. Т. 184, № 9. С. 947–960. (DOI: [10.3367/UFNr.0184.201409b.0947](https://doi.org/10.3367/UFNr.0184.201409b.0947))
- [3] Taleyarkhan R.P., West C.D., Cho J.S., Lahey R.T. (Jr), Nigmatulin R.I., Block R.C. Additional evidence of nuclear emissions during acoustic cavitation // *Phys. Rev. E*. 2004. V. 69. 036109. (DOI: [10.1103/PhysRevE.69.036109](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.69.036109))
- [4] Taleyarkhan R.P., West C.D., Cho J.S., Lahey R.T. (Jr), Nigmatulin R.I., Block R.C. Nuclear emissions during self-nucleated acoustic cavitation // *Phys. Rev. Lett.* 2006. V. 96. 034301. (DOI: [10.1103/PhysRevLett.96.034301](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.034301))
- [5] Xu Y., Butt A. Confirmatory Experiments for Nuclear Emissions During Acoustic Cavitation // *Nucl. Eng. Des.* 2005. V. 235. P. 1317–1324. (DOI: [10.1016/j.nucengdes.2005.02.021](https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2005.02.021))
- [6] Nigmatulin R.I., Akhatov I.Sh., Topolnikov A.S., Bolotnova R.Kh., Vakhitova N.K., Lahey R.T. (Jr), Taleyarkhan R.P. The Theory of Supercompression of Vapor Bubbles and Nano-Scale Thermonuclear Fusion // *Phys. Fluids*. 2005. V. 17. 107106. (DOI: [10.1063/1.2104556](https://doi.org/10.1063/1.2104556))
- [7] Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Топорков Д.Ю., Ильгамов М.А. Образование сходящихся ударных волн в пузырьке при его сжатии // *Доклады РАН*. 2014. Т. 458, № 3. С. 282–286. (DOI: [10.7868/S0869565214270115](https://doi.org/10.7868/S0869565214270115))
- [8] Аганин А.А., Топорков Д.Ю. Оценка возникновения ударных волн в кавитационном пузырьке при его коллапсе // *Учен.*

- зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. 2017. Т. 159, кн. 3. С. 271–281.
(https://kpfu.ru/portal/docs/F_1783512310/159_3_phys_mat_1.pdf)
- [9] Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Топорков Д.Ю., Ильгамов М.А. Эволюция возмущений сферичности пузырька при его сильном сжатии // Доклады РАН. 2016. Т. 467, № 2. С. 168–172. (DOI: 10.7868/S0869565216080119)
- [10] Нигматулин Р.И., Болотнова Р.Х. Широкодиапазонное уравнение состояния органических жидкостей на примере ацетона // Доклады РАН. 2007. Т. 415, № 5. С. 617–621. (<https://elibrary.ru/item.asp?id=9533722>)
- [11] Нигматулин Р.И., Болотнова Р.Х. Широкодиапазонные уравнения состояния бензола и тетрадекана в упрощенной форме // ТВТ. 2017. Т. 55, № 2. С. 206–215. (DOI: 10.7868/S004036441701015X)
- [12] Lin H., Storey B.D., Szeri A.J. Inertially driven inhomogeneities in violently collapsing bubbles: the validity of the Rayleigh-Plesset equation // J. Fluid Mech. 2002. V. 452. P. 145–162. (DOI: 10.1017/S0022112001006693)
- [13] Plesset M.S., Mitchell T.P. On the stability of the spherical shape of a vapor cavity in a liquid // Quart. Appl. Math. 1956. V. 13, N 4. P. 419–430. (DOI: 10.1090/qam/79931)
- [14] Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Ильгамов М.А., Топорков Д.Ю. Эволюция возмущений сферической формы кавитационного пузырька при его взрывном коллапсе // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. 2014. Т. 1556, кн. 1. С. 79–108. (<http://mi.mathnet.ru/rus/uzku/v156/i1/p79>)
- [15] Somogyi Z., Roberts P.H. Stability of an Imploding Spherical Shock Wave in a van der Waals Gas II // Quart. J. Mech. Appl. Math. 2007. V. 60. P. 289–309. (DOI: 10.1093/qjmam/hbm006)



Collapse of weakly-nonspherical cavitation bubble in acetone and tetradecane

Toporkov D.Yu.

Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Scientific Center of the RAS, Kazan

Collapse of a weakly-spherical cavitation bubble in acetone and tetradecane is studied. The bubble radius is 500 μm , the temperature and pressure of the liquid are 293 K and 15 bar in the case of acetone and 663 K and 50 bar in the case of tetradecane. A hydrodynamic model is used in which the compressibility of the liquid, the nonstationary thermal conduction of the vapor and the liquid, and nonequilibrium heat and mass transfer on the bubble surface, as well as imperfection of the vapor, are considered. Realistic wide-range equations of state are used. It has been found that converging shock waves appear in the bubbles during its collapses in acetone and tetradecane. The maximum values of the thermodynamic parameters are comparable. A comparison of the evolution of the bubble sphericity perturbation and motion of the shock wave in the bubble allows suggesting that tetradecane is a more favorable medium for the realization of a near-spherical cumulation in a bubble than acetone.

Keywords: bubble collapse, shock waves, nonsphericity, perturbation of spherical shape