

Распространение волн давления слабой интенсивности в жидкости, содержащей слой пузырьков¹

Агишева У.О.*, Галимзянов М.Н.*, Заляева Э.З.**

*Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН, Уфа

**Башкирский государственный университет, Уфа

В работе исследованы особенности динамики двумерных волн давления слабой интенсивности в слоистой пузырьковой жидкости. В качестве расчетной среды использовалась кусочно-неоднородная по объемному содержанию пузырьковая жидкость. Проанализировано влияние начального радиуса пузырьков на динамику распространения импульсного сигнала. Показана возможность образования пиков давления вблизи границы между слоями.

Ключевые слова: волна давления, пузырьки, двумерные волны, пузырьковая жидкость

1. Введение

Начиная с 50-х годов прошлого столетия проводились активные экспериментальные исследования в области ударно-волнового воздействия на пузырьковые среды [1–5]. Данные работы были направлены на измерение скорости волны, изучение зависимости частоты и амплитуды осцилляций ударной волны от ее интенсивности, диаметра пузырьков, объемного газосодержания и состава газа в пузырьках. Появление большого количества экспериментальных работ повлекло за собой необходимость теоретического обоснования полученных физических явлений.

К настоящему времени одномерные волны в пузырьковой жидкости достаточно подробно изучены [6–8]. В монографии [9] в сжатой форме с единых позиций механики многофазных сред изложены основы теории распространения акустических волн в смесях газа с паром и каплями жидкости. В последние десятилетия был опубликован ряд работ, в которых изучалась динамика ударных волн и волн давления как в «чистой», так и в пузырьковой жидкостях. Отметим некоторые из них.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-01-00432).

В [10] представлены работы по актуальным задачам нелинейной динамики отдельного газового пузырька и аэрозолей. Большинство статей посвящены исследованию проблем устойчивости сферической формы пузырька.

Одними из первых работ по двумерным волнам в пузырьковой жидкости являются статьи [11, 12]. В [11] рассматривался случай прохождения волнового импульса через пузырьковый слой ограниченных размеров. В статье представлены и обоснованы критерии усиления сигнала внутри пузырьковой области конечных размеров. Основной особенностью в [12] являлась задача о распространении волнового импульса колоколообразной формы в пузырьковой жидкости. Было установлено, что в зависимости от параметров импульсного сигнала могут образовываться как уединенные волны, так и пакет волн с амплитудой намного меньшей, чем амплитуда первоначального сигнала.

В работах [13–17] представлены численные расчеты по распространению волн конечной длительности в жидкости, содержащей пузырьковую зону. Для расчетов брались слабые ударные волны, амплитуда которых в несколько раз превышает начальное расчетное давление. Рассмотрены случаи уменьшения и увеличения первоначальной амплитуды волнового сигнала посредством пузырьковой области конечных размеров.

В работах [18–20] изучены двумерные эффекты, связанные с распространением волнового им-

пульса в водной пене и взаимодействием воздушной ударной волны с пенным барьером на основе двумерной с цилиндрической симметрией модели. Полученные результаты сравнивались с экспериментальными данными и с результатами других авторов. Проанализированы режимы течения, приводящие к блокировке воздушных ударных волн пенными завесами. Исследованы особенности и оценена эффективность демпфирующих свойств пены.

Анализ литературы показывает, что динамика двумерных волн в пузырьковых структурах является весьма интересной и малоизученной областью. Представленные в настоящей статье результаты исследований по ударно-волновому воздействию на пузырьковые слои расширят знания в области механики многофазных систем.

2. Постановка задачи и основные уравнения

Рассмотрим область пузырьковой жидкости, состоящую в поперечном направлении (по оси y) из трех слоев с различным начальным объемным содержанием пузырьков и находящуюся между двумя плоско-параллельными стенками (рис. 1) [12]. Двумерные волновые возмущения задаются воздействием на систему граничного давления $p = p^0(t, y)$ через границу $x = 0$.

Для описания движения пузырьковой жидкости при обычных для таких систем допущениях примем систему, состоящую из уравнений масс, числа пузырьков, импульсов и давления в пузырьках в односкоростном приближении [7]:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_i}{dt} + \rho_i \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= 0 \quad (i = l, g), \\ \frac{dn}{dt} + n \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= 0, \\ \rho \frac{du}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial x} = 0, \quad \rho \frac{dv}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial y} &= 0, \\ \frac{dp_g}{dt} &= -\frac{3\gamma p_g w}{a} - \frac{3(\gamma - 1)q}{a_0}, \\ w = \frac{da}{dt}, \quad \left(\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right), & \\ \alpha_l + \alpha_g = 1, \quad \alpha_g = \frac{4}{3}\pi a^3 n, \quad \rho_i = \rho_i^0 \alpha_i, \quad \rho = \rho_g + \rho_l, & \end{aligned}$$

где x и y — эйлеровы переменные; t — время, с; p_i — давление фаз, Па; ρ_i — плотности фаз, кг/м³; u — скорость течения жидкости по координате x , м/с; v — скорость течения жидкости по координате y , м/с; n — число пузырьков в единице объема, м⁻³; γ — показатель адиабаты для газа; a — радиус пузырьков, м; w — радиальная скорость пузырьков, м/с; q — интенсивность теплового потока между жидкостью и газом в пузырьке, отнесенная

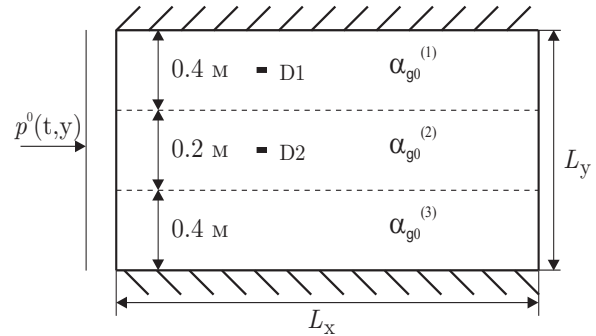


Рис. 1. Схема расчетной области

на единицу площади поверхности пузырька, Вт/м²; α_i — объемное содержание фаз. Здесь и далее: верхний индекс «0» — истинное значение параметра; нижний индекс «0» — начальное значение параметра; индексы l — для жидкости, g — для газа.

При описании радиального движения будем полагать, что скорость радиального движения w состоит из двух слагаемых $w = w_R + w_A$, где w_R описывается уравнением Рейля–Ламба [21]:

$$a \frac{dw_R}{dt} + \frac{3}{2} w_R^2 + 4\nu_l \frac{w_R}{a} = \frac{(p_g - p_l)}{\rho_l^0},$$

где ν_l — кинематическая вязкость жидкости, м²/с.

Добавка w_A определяется из решения задачи о сферической разгрузке на сфере радиуса a в несущей жидкости в акустическом приближении:

$$w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}},$$

где C_l — скорость распространения волны в жидкости, м/с.

Будем полагать, что жидкость является акустически сжимаемой, а газ калорически совершенным:

$$p_l = p_0 + C_l^2 (\rho_l^0 - \rho_{l0}^0), \quad p_g = \rho_g^0 R T_g,$$

где R — универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К); T_g — температура газа, К.

Тепловой поток q задается приближенным конечным соотношением

$$q = \text{Nu} \lambda_g \frac{T_g - T_0}{2a}, \quad \frac{T_g}{T_0} = \frac{p_g}{p_0} \left(\frac{a}{a_0} \right)^3,$$

где Nu — число Нуссельта; λ_g — теплопроводность газа, Вт/(м·К); $T_0 = \text{const}$ — температура жидкости, К.

Принятая система уравнений позволяет адекватно описывать динамику волн с достаточно «крутыми» участками, когда сжатие пузырьков определяется не только эффектами радиальной инерции несущей жидкости, но и акустической разгрузкой на пузырьках и, следовательно, сжимаемостью жидкости. Кроме того, из математической модели в частном случае при $\alpha_g = 0$ следует волновое уравнение для акустически сжимаемой жидкости. При исследовании взаимодействия волн в «чистой» жидкости с пузырьковой завесой данное обстоятельство позволяет использовать сквозные методы расчета.

Численная реализация системы уравнений, записанной в лагранжевых переменных, подробно рассмотрена в [12].

3. Результаты расчетов

На рис. 2 и 3 представлены расчетные осциллограммы и эиоры давления, полученные в результате численного эксперимента по эволюции волнового импульса заданного в виде

$$p^0(t, y) = p_0 + \Delta p_0 \exp \left[- \left(\frac{t - t_*/2}{t_*/2} \right)^2 \right],$$

через границу $x = 0$. Геометрические размеры расчетной области и схематическое расположение датчиков показаны на рис. 1. Датчики расположены в середине первого и второго слоев на расстоянии 0.4 м от левой границы расчетной области. Расчетная область прямоугольная, на границах приняты условия жесткой стенки. В качестве исходных параметров были использованы следующие величины: $\alpha_{g0}^{(1)} = \alpha_{g0}^{(3)} = 10^{-2}$, $\alpha_{g0}^{(2)} = 10^{-3}$, $p_0 = 0.1$ МПа, $T_0 = 300$ К. Амплитуда импульса Δp равнялась 0.3 МПа. Временная протяженность импульсного сигнала $t_* = 10^{-3}$ с.

На рис. 2 представлены показания мнимых датчиков $D1$ и $D2$, расположенных в пузырьковой области с объемными содержаниями $\alpha_{g0}^{(1)} = 10^{-2}$ и $\alpha_{g0}^{(2)} = 10^{-3}$ соответственно. Из представленных расчетных осциллограмм видно, что с уменьшением начального радиуса пузырьков от $a_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ м до $a_0 = 5 \cdot 10^{-4}$ м существенно меняется картина распространения импульсного сигнала. Если для начального радиуса $a_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ м наблюдается плавное изменение профиля входного сигнала, то для $a_0 = 5 \cdot 10^{-4}$ м входящая волна распадается на пакет волн с уменьшающейся с течением времени амплитудой. Это связано с тем, что период собственных колебаний пузырьков ($t_M = 2\pi/\omega_M$, где $\omega_M = \sqrt{3\gamma p_0/\rho_{l0}/a_0}$) для $a_0 = 5 \cdot 10^{-4}$ м меньше временной протяженности импульса, вслед-

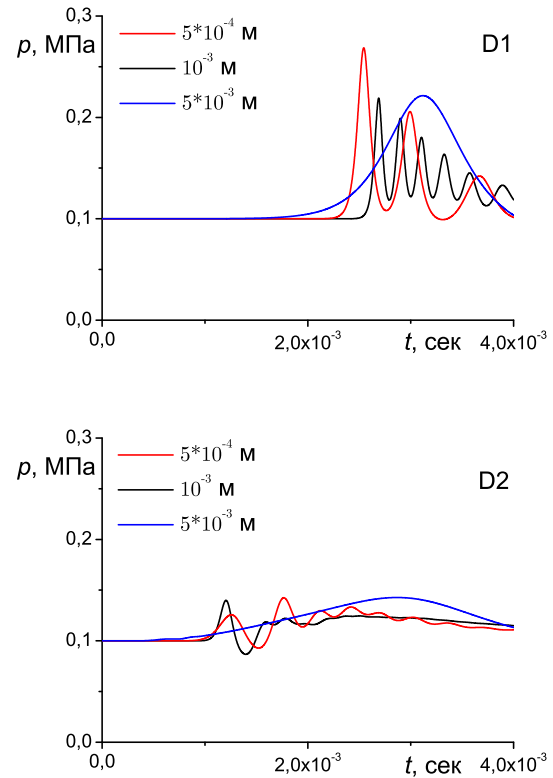


Рис. 2. Распределение давления на датчиках $D1$ и $D2$ при воздействии жестким ударником на границу $x = 0$

ствии чего пузырьки успевают за время прохождения волны совершить полное колебание и «на разгрузке» несколько ослабить амплитуду проходящего сигнала. Для пузырьков с радиусом $a_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ м период собственных колебаний сопоставим с временной протяженностью импульсного сигнала и в данном случае отмечается распространение одиночной волны.

Датчик $D2$ располагается в центральной области с объемным содержанием $\alpha_{g0}^{(2)} = 10^{-3}$, где скорость распространения импульсного сигнала почти в 4 раза выше, чем в области с $\alpha_{g0}^{(1)} = 10^{-1}$, где располагается датчик $D1$. Отличие скоростей хорошо видно, если сравнить осциллограммы для датчиков на рис. 2. Импульсный сигнал, распространяясь по более «жесткой» среде (в среднем слое расчетной области), уходит дальше основного сигнала, который распространяется по более «мягкой» среде (боковые слои расчетной области). За счет двумерных эффектов сигнал в центральной части «поджмает» зоны, граничащие с более «жестким» слоем. За счет поперечного давления основной сигнал продолжает свое распространение уже по «поджа-

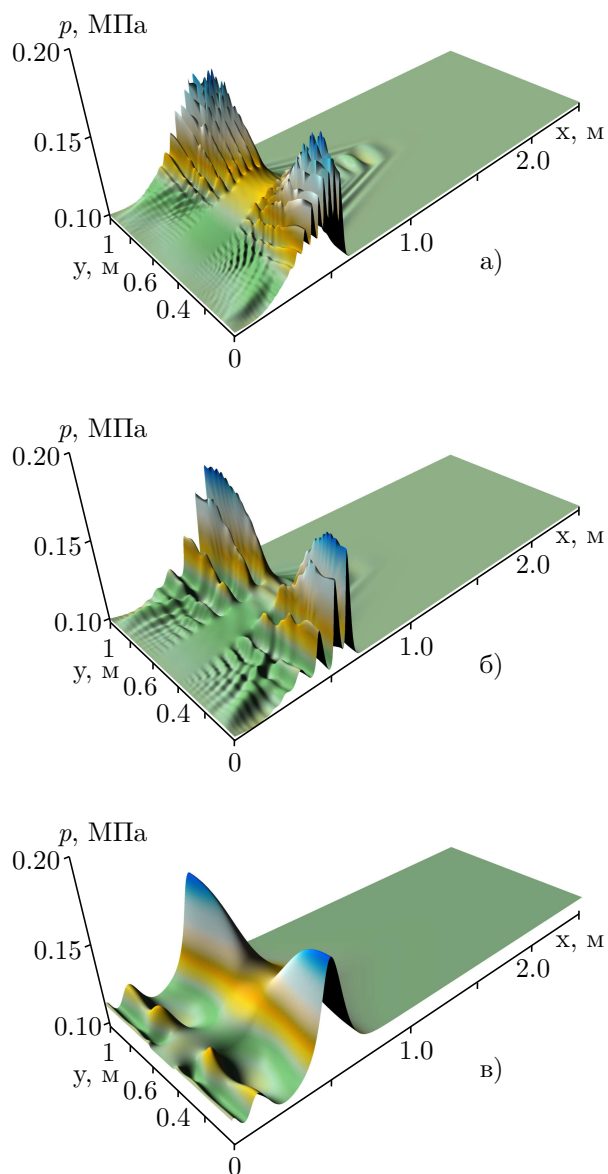


Рис. 3. Пространственные распределения давления при воздействии жестким ударником на границу $x = 0$

той» среде и на границе раздела сред возникают локальные пики. В дальнейшем эти пики начинают распространяться в поперечном направлении по фронту импульсного сигнала.

Для большей наглядности описанных выше явлений, на рис. 3 представлены пространственные распределения давления. Фрагмент (а) соответствует начальному радиусу пузырьков $a_0 = 5 \cdot 10^{-4}$ м, фрагмент (б) — $a_0 = 10^{-3}$ м, а фрагмент (в) — $a_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ м.

4. Заключение

Численно исследовано распространение двумерных волн в пузырьковой жидкости с неоднородным распределением пузырьков в поперечном направлении.

Распространение импульсного сигнала в кусочно-неоднородной по объемному содержанию пузырьков области сопровождается образованием в поперечном направлении профилей давления с пиками вблизи границ между слоями. Данный эффект обусловлен различием скорости волны в слоях с отличающимися объемными содержаниями газа.

Список литературы

- [1] Campbell J., Pitcher A. S. Shock waves in a liquid containing gas bubbles // Proc. Roy. Soc. London. 1959. A 234, № 1235. Pp. 534–545.
- [2] Parkin B. R., Gilmore F. R., Brode H. L. Shock waves in bubbly water. Memorandum RM-2795-PR. Abridged. 1961.
- [3] Batchelor G. K. Compression waves in a suspension of a gas bubbles in liquid // In: Fluid Dynamics transactions. Warszawa. 1969. V. 4. P. 425.
- [4] Crespo A. Sound and shock waves in liquid containing bubbles // Phys. Fluid. 1969. V. 12, № 11. Pp. 2274–2282.
- [5] Noordzij L. Shock waves in bubble-liquid mixture // Phys. Comm. Twente Univ. Techn. 1971. V. 3, № 1. Pp. 51.
- [6] Кутателадзе С.С., Накоряков В.Е. Тепломассообмен и волны в газожидкостных системах, Новосибирск: Наука, 1984. 303 с.
- [7] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Т. 1, 2. М.: Наука, 1987. 360 с., 464 с.
- [8] Кедринский В.К. Гидродинамика взрыва: эксперимент и модели. Новосибирск: Издательство СО РАН, 2000. 435 с.
- [9] Губайдуллин Д.А. Динамика двухфазных парогазокапельных сред. Казань: Издательство Казанского математического общества, 1998. 154 с.
- [10] Динамика газовых пузырьков и аэрозолей. Под ред. М.А. Ильгамова. Казань: Казанский государственный университет, 2003. 308 с.
- [11] Нигматулин Р.И., Шагапов В.Ш., Гималетдинов И.К., Галимзянов М.Н. Двумерные волны давления в жидкости, содержащей пузырьковые зоны // Доклады Академии наук. 2001. Т. 378, № 6. С. 763–768. DOI: 10.1134/1.1384945.

- [12] Галимзянов М. Н., Гималтдинов И. К., Шагапов В. Ш. Двумерные волны давления в жидкости, содержащей пузырьки // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2002. № 2. С. 139–147.
- [13] Галимзянов М.Н. Распространение волн сжатия в пузырьковых зонах конечных размеров // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2010. № 2. С. 57–66.
- [14] Галимзянов М.Н. Распространение волн давления в пузырьковых зонах конечных размеров // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2010. Т. 10, № 4. С. 27–35.
- [15] Bolotnova R.Kh., Galimzianov M.N., Topolnikov A.S., Agisheva U.O., Buzina V.A. Nonlinear Effects in Bubbly Liquid with Shock Waves // World Academy of Science, Engineering and Technology. 2012. V. 68. PP. 2000–2007. DOI: 10.1999/1307-6892/14192.
- [16] Галимзянов М.Н. Усиление и гашение волн конечной длительности посредством пузырьковой области в одномерном приближении // Труды Института механики им.Р.Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН. 2012. Т. 9, № 2. С. 33–37. DOI: 10.21662/uim2012.2.044.
- [17] Гималтдинов И.К., Галимзянов М.Н. Динамика локализованного импульса в пузырьковой жидкости // Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН. 2014. Т. 10. С. 38–43. DOI: 10.21662/uim2014.1.007.
- [18] Болотнова Р.Х., Агишева У.О. Особенности распространения ударных волн в водных пенах с неоднородной плотностью // Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН. 2012. Т. 9, № 1. С. 41–46. DOI: 10.21662/uim2012.1.007.
- [19] Агишева У.О. Воздействие ударных волн на пузырьковые и пенные структуры в двумерных осесимметричных объемах // Вестник Башкирского университета. 2013. Т. 18, № 3. С. 640–645.
- [20] Болотнова Р.Х., Агишева У.О. Пространственное моделирование динамики газожидкостной пены на подвижных лагранжевых сетках в условиях ударно-волнового воздействия // Вычислительные методы и программирование: новые вычислительные технологии. 2014. Т. 15, № 3. С. 427–440.
- [21] Нигматулин Р.И., Шагапов В.Ш., Вахитова Н.К. Проявление сжимаемости несущей фазы при распространении волны в пузырьковой среде // Доклады АН СССР. 1989. Т. 304, № 5. С. 1077–1081.

Propagation of weak pressure waves in a liquid containing bubble layer

Agisheva U.O.* , Galimzyanov M.N.* , Zaliaeva E.Z.**

*Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa

**Bashkir state university, Ufa

The features of the dynamics of two-dimensional pressure waves of weak intensity in a layered bubble liquid are investigated. Bubble liquid with inhomogeneous volume content of the bubbles was used as the calculation medium. The effect of the initial bubble radius on the wave propagation is analyzed. The possibility of formation of pressure peaks near the boundary between layers is deployed.

Keywords: pressure wave, bubbles, two-dimensional waves, bubble liquid

