

Слоевые анизотропные жидкости: деформация структур в электрическом и магнитном полях

Мигранов Н.Г.*, Кондратьев Д.В.**,**

*Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН, Уфа

**Академия наук Республики Башкортостан, Уфа

***Башкирский кооперативный институт (филиал) РУК, Уфа

На основе анализа свободной энергии вязкоупругой, анизотропной слоевой жидкости — хирального сегнетоэлектрического жидкого кристалла C^* , помещённого в тонкую ячейку и имеющего структуру геометрии «книжная полка», в которой смектические слои перпендикулярны пластинам, изучается возможность появления периодических искажений смектических слоёв под воздействием внешних магнитного \mathbf{H} и электрического \mathbf{E} полей, приложенных перпендикулярно и вдоль пластин, соответственно. В рассматриваемой континуальной модели для жидкого сегнетоэлектрика полярный угол θ , образованный единичным вектором \mathbf{n} и нормалью \mathbf{a} к смектическим плоскостям, считается постоянным, а возникающие искажения Хелфриха–Юро для смектических слоёв u — малыми.

Ключевые слова: смектический жидкий кристалл, математическое моделирование, сегнетоэлектрический жидкий кристалл, смектический слой, периодические искажения

1. Введение

В последние годы наблюдается устойчивый интерес к исследованию смектических жидких кристаллов (СЖК), обусловленный тем, что эти системы обладают целым рядом структурных и ориентационных особенностей, которые позволяют использовать СЖК в разнообразных устройствах отображения и хранения информации [1, 2]. Среди СЖК особое место занимают геликоидальные смектики C^* , обладающие сегнетоэлектрическими свойствами. В ограниченных ячейках СЖК могут образовывать различные структуры в зависимости от условий на ориентирующих поверхностях.

Актуальность исследований в данном направлении продиктована тем, что дисплейные экраны, создаваемые на основе сегнетоэлектрических жидких кристаллов (ЖК) могут существенно превосходить по своим характеристикам современные экраны как на основе нематических ЖК, так и на основе ранее известных смектических ЖК. Результаты исследований экспериментальных образцов яче-

ек на основе сегнетоэлектрических ЖК показали, что новые ЖК материалы позволяют получить более качественную визуализацию 2D и 3D изображений, благодаря увеличению в 5 и более раз частоты смены кадров, снижению в 4–5 раз времени оптического отклика и увеличению в 2–3 раза яркости изображения при сниженном энергопотреблении [3, 4].

Такие жидкокристаллические анизотропные системы весьма эффективны как элементы и устройства обработки информации, адаптивной оптики, голографических, сенсорных и других, в которых повышенное быстродействие сегнетоэлектрического ЖК не только обеспечивает превосходство параметров, но и новые функциональные свойства [1].

Взаимодействие с ориентирующими плоскостями в поверхностно-стабилизированном сегнетоэлектрическом ЖК приводит к появлению бистабильности: двух устойчивых равновесных ориентационных конфигураций — предполагается, что этот эффект будет иметь важное прикладное значение [5, 6]. Результаты, приведённые в [2, 7], подтверждают возможность управления процессами структурообразования с помощью соответствующей тех-

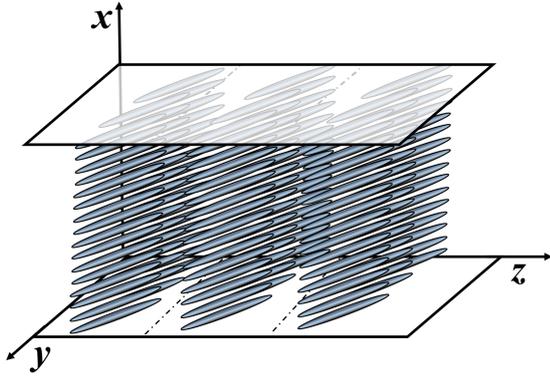


Рис. 1. Невозмущенное распределение молекул в слоях смектического ЖК в геометрии «книжная полка»

ники обработки стеклянных подложек, ограничивающих образец ЖК.

Целью настоящей работы является теоретическое исследование поведения СЖК в скрещивающихся электрическом и магнитном полях. Анализируется возможность появления периодических искажений смектических слоёв в геометрии «книжная полка».

2. Постановка задачи

Рассмотрим тонкий слой (рис. 1) раскрученно-го, благодаря воздействию подложек, сегнетоэлектрического ЖК SmC^* во внешних магнитном и электрическом полях, прикладываемых, как показано на рис. 2, вдоль оси x и z соответственно. Для случая только магнитного поля такая геометрия сегнетоэлектрического ЖК рассмотрена в работе [8].

Следует отметить, что в общем случае угол θ между директором \mathbf{n} и нормалью к смектической плоскости \mathbf{a} зависит от температуры: с повышением температуры мезофазы угол становится меньше и стремится к нулю. В этом случае наблюдается переход к СЖК типа А. Однако, уже созданы такие сегнетоэлектрические ЖК, имеющие в своём составе внедрённые полимеры, в которых полярный угол θ практически не изменяется в широкой области температур — от -10°C до 50°C [9].

Запишем выражение для единичного вектора, представляющего собой директор в виде:

$$\mathbf{n} = \mathbf{a} \cos \theta + \mathbf{c} \sin \theta,$$

где \mathbf{c} — единичный вектор, характеризующий направление проекции директора \mathbf{n} в слое.

В рассматриваемом образце SmC^* , как было отмечено выше, присутствует спонтанная поляризация \mathbf{P} , которая всегда перпендикулярна плос-

кости (\mathbf{a}, \mathbf{n}) и параллельна недеформированному смектическому слою. Удобно ввести вектор $\mathbf{b} = \mathbf{a} \times \mathbf{c}$ для описания указанной поляризации $\mathbf{P} = P_0 \mathbf{b}$.

Известно, что плотность энергии упругости в объёме выражается соотношением [8]:

$$\begin{aligned} w_b = & \frac{1}{2} A_{21} (\nabla \cdot \mathbf{a})^2 + \frac{1}{2} B_2 (\nabla \cdot \mathbf{c})^2 + \\ & + \frac{1}{2} B_1 (\mathbf{a} \cdot \nabla \times \mathbf{c})^2 + \frac{1}{2} B_3 (\mathbf{c} \cdot \nabla \times \mathbf{c})^2 + \\ & + \frac{1}{2} (2A_{11} + A_{12} + A_{21} + B_3) (\mathbf{b} \cdot \nabla \times \mathbf{c})^2 - \\ & - \frac{1}{2} (2A_{11} + 2A_{21} + B_3) (\nabla \cdot \mathbf{a}) (\mathbf{b} \cdot \nabla \times \mathbf{c})^2 - \\ & - C_2 (\nabla \cdot \mathbf{a}) (\nabla \cdot \mathbf{c}) - B_{13} (\mathbf{a} \cdot \nabla \times \mathbf{c}) (\mathbf{c} \cdot \nabla \times \mathbf{c}) + \\ & + (C_1 + C_2 - B_{13}) (\nabla \cdot \mathbf{c}) (\mathbf{b} \cdot \nabla \times \mathbf{c}), \end{aligned}$$

где физический смысл коэффициентов упругости A_i , B_i и C_i и их оценка приведены также в работе [8].

Присутствующая электрическая составляющая в выражении для плотности энергии сегнетоэлектрика запишется в виде:

$$w_e = -\mathbf{P} \cdot \mathbf{E} - \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_a (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E})^2,$$

где \mathbf{E} — электрическое поле; $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м; ϵ_a — диэлектрическая анизотропия. При $\epsilon_a > 0$ директор ориентируется параллельно направлению поля, при $\epsilon_a < 0$ — перпендикулярно (в данном случае ϵ_a — отрицательная величина). Первое слагаемое в электрической составляющей принимает минимальное значение при $\mathbf{P} \parallel \mathbf{E}$.

Магнитная составляющая, также входящая в плотность энергии рассматриваемой анизотропной мезофазы, будет иметь вид:

$$w_m = -\frac{1}{2} \mu_0 \Delta \chi (\mathbf{n} \cdot \mathbf{H})^2,$$

где \mathbf{H} — магнитное поле; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная; $\Delta \chi$ — магнитная анизотропия. Причём для $\Delta \chi > 0$ директор \mathbf{n} ориентируется параллельно направлению поля, при $\Delta \chi < 0$ — перпендикулярно.

Для правильного определения энергии в объёме образца смектика необходимо также учесть энергию сжатия слоёв [10]

$$w_L = \frac{1}{2} (\nabla \Phi - \mathbf{a}) \cdot \mathbf{B} \cdot (\nabla \Phi - \mathbf{a}).$$

Здесь Φ — функция смещения смектических слоёв $\Phi = z - u(x, y, z)$; \mathbf{B} — осесимметричный относительно \mathbf{a} тензор.

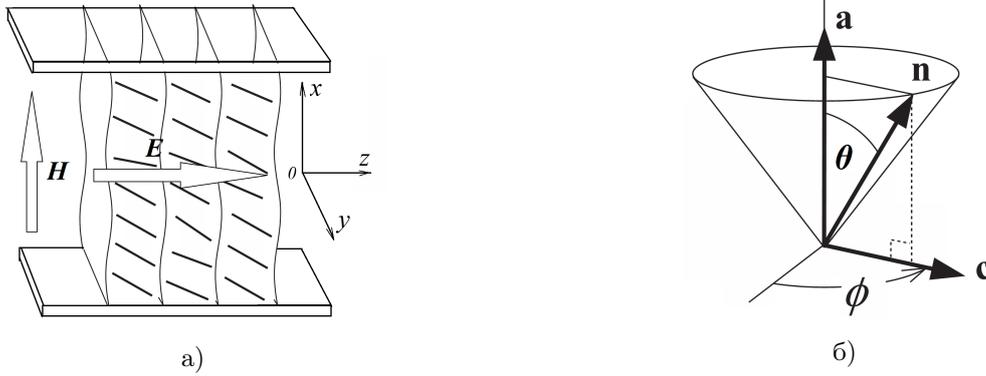


Рис. 2. Структура поверхностно-стабилизированного сегнетоэлектрического ЖК: а) искривление слоёв во внешнем магнитном \mathbf{H} и электрическом \mathbf{E} полях; б) расположение директора в смектическом слое. Здесь вектор \mathbf{a} — нормаль к слою, — совпадающий с направлением оси z ; θ — полярный угол, образованный директором \mathbf{n} и нормалью \mathbf{a} ; ϕ — азимутальный угол, лежащий в смектической плоскости слоя и отсчитываемый от оси x

Тогда полная свободная энергия для объёма Ω образца сегнетоэлектрического ЖК выражается через интеграл

$$F = \int_{\Omega} (w_b + w_e + w_m + w_L) d\Omega.$$

3. Плотность энергии в объёме

Рассмотрим функцию смещения смектических слоёв в виде $\Phi = z - u(x, y, z)$, в которой $u(x, y, z)$ — искажения слоёв.

Тогда, с учётом слагаемых до второго порядка, малости вектора \mathbf{a} , \mathbf{b} и \mathbf{c} имеют следующие координаты:

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \left(-u_x(1+u_z), -u_y(1+u_z), 1 - \frac{1}{2}(u_x^2 + u_y^2) \right), \\ \mathbf{b} &= \left(u_x(1-u_y+u_z), 1 - u_y^2, u_y(1+u_z) + u_x^2 \right), \\ \mathbf{c} &= \left(1 - \frac{1}{2}(u_x^2 + u_y^2), -u_x(1+u_z), u_x(1-u_y+u_z) \right). \end{aligned}$$

Здесь u_x, u_y, u_z — частные производные первого порядка: $u_s = \frac{\partial u}{\partial s}$ ($s = x, y, z$). Плотность упругой энергии в объёме образца жидкокристаллического сегнетоэлектрика имеет вид:

$$\begin{aligned} w_b &= \frac{1}{2}(A_{12} + B_1)u_{xx}^2 + \frac{1}{2}A_{21}u_{yy}^2 + \\ &+ \frac{1}{2}u_{xx}(u_{yy} + u_{zz})(B_2 + B_3) - \frac{1}{2}(2A_{11} + B_3)u_{xx}u_{yy} + \\ &+ (2B_{13} - C_1)u_{xx}u_{xz} + C_2(u_{xz} - u_{xy})u_{yy} + \\ &+ (B_3 - B_2)u_{xy}u_{xz} + C_1u_{xx}u_{xy}. \end{aligned}$$

Плотность энергии сжатия слоёв рассматривается в данной постановке задачи в виде:

$$w_L = \frac{1}{2}B_{\parallel}u_z^2,$$

где B_{\parallel} — константа сжатия слоёв.

Вклад магнитного поля $\mathbf{H} = (H, 0, 0)$ в плотность полной энергии в объёме образца до второго порядка малости будем учитывать в виде:

$$\begin{aligned} w_m &= -\frac{1}{2}\mu_0\Delta\chi H^2 \left(u_x^2 \cos 2\theta - (1 + u_z) \times \right. \\ &\left. \times u_x \sin 2\theta + (1 - u_y^2) \sin^2 \theta \right). \end{aligned}$$

Предполагаем, что электрическое поле направлено вдоль оси z перпендикулярно смектическим слоям. Тогда вклад такого электрического поля

$$\begin{aligned} w_e &= \frac{1}{2}\epsilon_0\epsilon_a E^2 (u_x^2 \cos 2\theta + (u_y^2 - 1) \cos^2 \theta + \\ &+ u_x(u_y - u_z - 1) \sin 2\theta) - PE(u_y(1+u_z) + u_x^2). \end{aligned}$$

4. Анализ двумерных искажений слоёв

Исследуем возможность возникновения двумерных искажений слоёв, которые соответствуют функции $u(x, z)$ в форме

$$u = u_0 \sin(kx) \sin(\pi z/d).$$

Плотность энергии в этом случае примет вид:

$$\begin{aligned} w &= \frac{1}{2}(A_{12} + B_1)u_{xx}^2 + \frac{1}{2}u_{xx}u_{zz}(B_2 + B_3) + \\ &+ (2B_{13} - C_1)u_{xx}u_{xz} + \frac{1}{2}B_{\parallel}u_z^2 - \\ &- \frac{1}{2}\mu_0\Delta\chi H^2 (u_x^2 \cos 2\theta - (1 + u_z)u_x \sin 2\theta + \sin^2 \theta) + \\ &+ \frac{1}{2}\epsilon_0\epsilon_a E^2 (u_x^2 \cos 2\theta - \cos^2 \theta + \\ &+ u_x(-u_z - 1) \sin 2\theta) - PEu_x^2. \end{aligned}$$

Вычислим среднее значение энергии в объёме образца на длину периода P

$$\langle w \rangle = \frac{1}{P} \int_0^P w(m) dm.$$

Учитывая

$$\langle \cos \rangle = \langle \sin \rangle = 0 \quad \text{и} \quad \langle \cos^2 \rangle = \langle \sin^2 \rangle = \frac{1}{2},$$

получим

$$\langle \langle w \rangle \rangle = \frac{1}{8} \left[\left((\epsilon_0 \epsilon_a E^2 - \Delta \chi H^2) u_0^2 k^2 - 2 \epsilon_0 \epsilon_a E^2 + 2 \chi H^2 \right) \cos 2\theta + (A_{12} + B_1) u_0^2 k^4 - 2 k^2 u_0 P E - 2 \epsilon_0 \epsilon_a E^2 - 2 \Delta \chi H^2 + (B_2 + B_3) \frac{u_0 k^2 \pi^2}{d^2} + B_{\parallel} u_0 \frac{\pi^4}{d^4} \right].$$

Далее найдём минимум энергии в объёме рассматриваемого образца, который реализуется при определённом значении волнового вектора k вдоль оси x при фиксированной толщине ячейки:

$$k = \sqrt{\frac{(H^2 \mu_0 \Delta \chi - E^2 \epsilon_0 \epsilon_a) \cos 2\theta + 2EP - (B_2 + B_3) \frac{\pi^2}{d^2}}{2(A_{12} + B_1)}}.$$

5. Заключение

В настоящей работе рассмотрен образец сегнетоэлектрического ЖК, заключённый между двумя полубесконечными пластинами со слабым сцеплением на границах ячейки. Магнитное поле, приложенное параллельно смектическим слоям, вызывает периодическое искажение слоёв в случае, когда величина поля превышает некоторое критическое значение. Электрическое поле направлено перпендикулярно слоям. Используя методологию Стюарта [8], получено выражение для свободной энергии образца, которое описывает состояние этой системы.

Исследование периодических искажений Хелфриха-Юро для сегнетоэлектрических ЖК при одновременном воздействии магнитного и электрического полей в рамках рассмотренной модели двумерных искажений для малых смещений смектических слоёв и постоянства полярного угла θ позволило получить выражение для среднего значения энергии сегнетоэлектрического ЖК, минимизация которой дает возможность оценить некоторые параметры системы. Это позволяет, в свою очередь, выбрать соответствующие константы упругости, значения внешних полей с тем, чтобы связать их с определёнными физическими процессами, происходящими в вязкоупругих, слоёвых, анизотропных средах.

На основе континуального подхода получены усредненное значение энергии в объёме образца планарной сегнетоэлектрической мезофазы в геометрии «книжная полка» и выражение для волнового числа k , описывающего периодические искажения смектических слоёв и обеспечивающего минимум энергии анизотропной слоистой системы внутри ограниченной ячейки.

Список литературы

- [1] Андреев А.Л., Компанец И.Н. Применения сегнетоэлектрических жидких кристаллов – реальные и возможные (обзор) // Жидк. крист. и их практич. использ. 2015. Т. 15, № 3. С. 28–40.
- [2] Мигранова Д.Н., Кондратьев Д.В., Мигранов Н.Г. Метод прямых в решении краевой задачи Пуассона для смектика SmC* во внешнем электрическом поле // Жидк. крист. и их практич. использ. 2016. Т. 16, № 3. С. 58–68.
- [3] Andreev A.L., Ezhov V.A., Kompanets I.N., Sobolev A.G. Stereo glasses with fast low voltage FLC shutters // Symposium of the Society for Information Display. Abstract book. Los Angeles, 2011. Vol. 42. P. 90–92.
- [4] Андреев А.Л., Компанец И.Н. Жидкокристаллические дисплеи: перспективы развития (часть 2) // Электроника: Наука, Технология, Бизнес. 2012. № 7 (00121). С. 140–144.
- [5] Чигринов В.Г., Шривастава А.К., Пожидаев Е.П. Сегнетоэлектрические жидкие кристаллы: физика и области применения // Жидк. крист. и их практич. использ. 2016. Т. 16, № 1. С. 9–21.
- [6] Чилая Г.С., Чигринов В.Г. Оптика и электрооптика хиральных смектических С жидких кристаллов // Успехи физ. наук. 1993. Т. 163, вып. 10. С. 1–28.
- [7] Мигранова Д.Н., Кондратьев Д.В., Мигранов Н.Г. Исследование устойчивости равновесных состояний наноматериалов на основе сегнетоэлектрических жидких кристаллов во внешнем электрическом поле // Жидк. крист. и их практич. использ. 2015. Т. 15, № 3. С. 133–142.
- [8] Stewart I.W. Distortions induced by a magnetic field in planar aligned samples of smectic-C liquid crystals // Mol. Cryst. and Liq. Cryst. 2001. Vol. 366. P. 919–928.
- [9] Ma Ying et al. Restricted polymer-stabilised electrically suppressed helix ferroelectric liquid crystals // Liquid Crystals. 2016. Vol. 43. Iss. 8. P. 1092–1099.
- [10] Kleman M., Parodi O. Covariant elasticity for smectics A // J. Phys. (Paris). 1975. Vol. 36. P. 671–681.

Layered anisotropic liquids: deformation of structures in electric and magnetic fields

Migranov N.G. *, Kondratyev D.V.**,**

*Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa

**Academy of Sciences of the Republic of Bashkortostan, Ufa

***Bashkir Institute of Cooperation (branch) Russian University of Cooperation, Ufa

On the basis of the analysis of the free energy of a viscoelastic anisotropic layer liquid, a chiral ferroelectric liquid crystal C^* , located in a thin cell in a "bookshelf" geometry the possibility of the smectic layers periodic distortions in the external magnetic \mathbf{H} and electric \mathbf{E} fields applied perpendicularly and along the plates, respectively, are investigated. The polar angle θ formed by the unit vector \mathbf{n} and the normal \mathbf{a} to the smectic planes is fixed, and the appearing Helfrich–Yuro distortions u of the smectic layers are assumed to be small in the proposed continuum model of the liquid ferroelectrics.

Keywords: ferroelectric liquid crystal, mathematical modeling, smectic liquid crystal, smectic layer, periodic distortions

