

Новый подход к определению геометрических размеров трещины гидроразрыва пласта¹

Ильясов А.М.

Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа

На основе обобщенной модели Перкинса–Керна–Нордгрена развития вертикальной трещины гидроразрыва пласта гиперболического типа получено точное решение о собственных колебаниях трещины гидроразрыва пласта после остановки закачки жидкости гидроразрыва. Эти колебания возбуждаются волной разрежения, возникающей после остановки закачки. Полученное решение использовано для оценки высоты, ширины и полудлины трещины гидроразрыва пласта к моменту остановки закачки жидкости гидроразрыва по промышленным данным забойных манометров.

Ключевые слова: трещина гидроразрыва пласта, волна разрежения, собственные колебания трещины ГРП, геометрические параметры трещины

1. Введение

Основной проблемой задач подземной гидродинамики является невозможность непосредственно наблюдать или измерять необходимые параметры, определяющие то или иное гидродинамическое явление или процесс. В частности к таким задачам относится проблема развития трещины гидроразрыва пласта (ГРП) в нефте- или газонасыщенных глубинных низкопроницаемых пластах. Дебит углеводородного флюида после ГРП определяется проницаемостью поверхности образовавшейся трещины и ее шириной. Таким образом, основными геометрическими параметрами являются высота, ширина и длина трещины, которые нельзя непосредственно измерить. Единственными измеряемыми данными при ГРП являются устьевое (на поверхности земли) и (не всегда) забойное (на глубине образования трещины ГРП) давления.

Существуют следующие способы оценки высоты трещины ГРП после ее образования: акустический каротаж, температурный каротаж, импульсный нейтрон–нейтронный каротаж (NRT) с использованием нейтронопоглощающего пропантанта. Однако эти способы не столь достоверны. Способов

же оценки длины трещины сразу после ее создания не существует.

После остановки закачки жидкости гидроразрыва при «тестовом» (мини-ГРП без пропантанта) или основном ГРП забойные и устьевые манометры часто фиксируют затухающие колебания давления: на забое скважины порядка десяти атмосфер (рис. 1), на устье скважины — порядка ста атмосфер (рис. 2). Эти данные получены для реальной скважины, находящейся на глубине порядка 2600 м.

В инженерной практике данные, приведенные на рис. 1 и 2, используются для оценки размеров трещины ГРП к концу закачки жидкости гидроразрыва пласта. В инженерной литературе для оценки геометрических параметров трещины применяется теория гидравлического импеданса для неустановившихся течений в трубах [1]. В последнее время появилось большое количество прикладных работ, в которых для оценки размеров трещины ГРП теория гидравлического импеданса применяется к системе скважина-трещина. Теория основана на изменении гидравлического импеданса после отражения импульса давления от начала и конца трещины ГРП. В работе [2] выполнен модельный эксперимент распространения импульса волны разрежения в наклонной трубе, соединенной с трещиной изменяемой длины. Этот эксперимент моделирует скважину с трещиной и остановку закачки жидко-

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 17-41-020226-р_а).

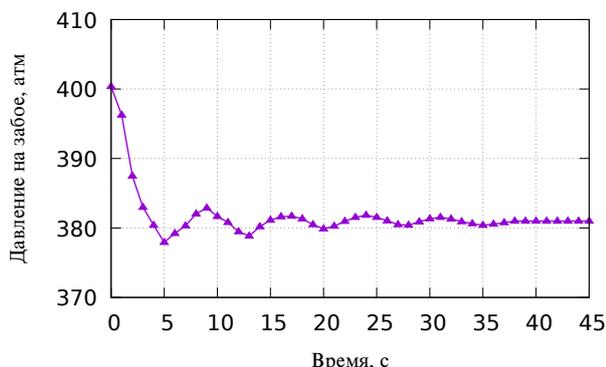


Рис. 1. Колебания забойного давления после остановки закачки жидкости ГРП

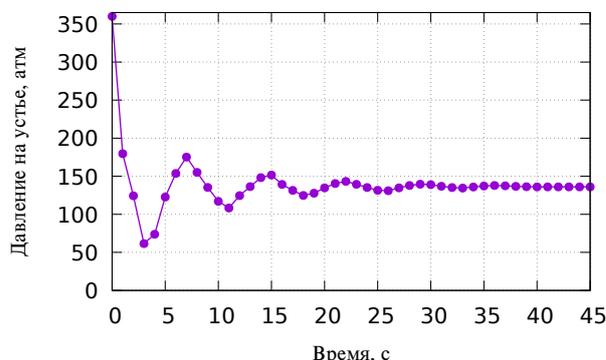


Рис. 2. Колебания устьевого давления после остановки закачки жидкости ГРП

сти ГРП. По полученным экспериментальным данным выполнена оценка высоты, длины и ширины существующей трещины. Для обработки экспериментальных данных применялась теория гидравлического импеданса в трубе постоянного эллиптического сечения, основанная на решении Снеддона [3]. Реальные размеры трещин сравнивались с прогнозируемыми теоретическими размерами. Однако в этой и других подобных работах не ясно влияние трещины на возникновение колебаний давления, поскольку в них не учитывается изменение раскрытия трещины (площади поперечного сечения) при прохождении по ней волны разрежения.

Анализ полевых данных устьевого и забойного давлений после остановки закачки жидкости ГРП показывает, что при нарушенной гидродинамической связи между скважиной и трещиной (плохая перфорация или загрязнение интервала перфорации) колебаний забойного давления нет — давление убывает монотонно.

Этот факт указывает на то, что колебания забойного давления — это не просто результат многократных отражений волн разрежения от забоя и устья скважины, а результат собственных колебаний трещины ГРП после остановки закачки жидкости гидроразрыва. В вязкой жидкости на расстояниях порядка двух длин скважины амплитуды волн разрежения затухают в десять раз. Для оценки уменьшения амплитуды колебаний волн давления используется решение для гидравлического удара [4] в длинных круглых трубах. Из этого решения следует, что за время пробега прямой и отраженной волн амплитуда колебаний уменьшается в $\exp(-T\gamma)$ раз, где $\gamma = 16\mu/(\rho d^2)$ — декремент затухания. Полагая вязкость жидкости равной $\mu = 0.001$ Па·с, плотность жидкости — $\rho = 1000$ кг/м³, а диаметр трубы — $d = 0.007$ м, получим, что за период коле-

баний порядка $T = 7$ с (рис. 1) амплитуда колебаний волн давления должна уменьшиться примерно в десять раз. Это не соответствует реальным полевым данным, представленным на рис. 1.

Не рассматривая механизм усиления волн давления на устье скважины (это тема отдельного исследования), укажем возможную причину возникновения колебаний волн давления на забое скважины. Образовавшаяся после остановки насоса волна разрежения распространяется от устья к забою скважины и, проходя через перфорационные отверстия, распространяется по трещине. В результате возбуждаются собственные колебания трещины ГРП, которые представляют собой изменение ее формы вследствие запасенной упругой энергии и несжимаемости жидкости гидроразрыва. Фильтрационной утечкой жидкости из трещины в пласт во время колебаний трещины можно пренебречь, поскольку характерное время фильтрации много больше характерного времени колебаний трещины.

В настоящей работе рассматривается процесс колебаний забойного давления после остановки закачки воды при окончании тестового ГРП. Для описания этого явления предложена математическая модель и на ее основе получено точное решение задачи о собственных колебаниях трещины ГРП, которое использовалось для интерпретации колебаний забойного давления. Полученное решение применялось для оценки размеров трещины после остановки закачки жидкости ГРП по данным забойных датчиков давления.

2. Математическая модель развития трещины ГРП

В работе [5] представлено обобщение гиперболического типа квазиодномерной модели Перкинса-Керна-Нордгрена (PKN) [6, 7] развития

симметричной (относительно скважины) трещины ГРП. Доказано, что если раскрытие трещины не равно нулю, то уравнения модели являются строго гиперболическими с двумя семействами характеристик. Найдены инварианты Римана и получены соотношения вдоль характеристик. Показано, что для данной системы уравнений можно построить теорию волн Римана, аналогичную соответствующей теории в одномерной газовой динамике.

Неконсервативная форма гиперболической системы квазиодномерных уравнений развития трещины ГРП имеет вид [5]:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + v \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial v}{\partial x} = -2u_L, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{b}{\rho} \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} = 2(u_L v - \tau \rho^{-1})w^{-1}, \quad (2)$$

где w — раскрытие трещины; v — скорость течения жидкости ГРП в трещине; u_L — некоторая заданная скорость фильтрационной утечки через стенки трещины; τ — напряжение трения при ламинарном режиме течения жидкости в трещине; ρ — постоянная плотность жидкости ГРП в трещине; $b = 4G[\pi h(1 - \nu)]^{-1} > 0$, где h — постоянная высота трещины, а G, ν — соответственно модуль сдвига и коэффициент Пуассона породы.

При заданной скорости фильтрационной утечки u_L система уравнений (1)–(2) замыкается заданием напряжения трения τ и коэффициента трения C_w при ламинарном режиме (число Рейнольдса $Re \leq 2000$) течения [8]:

$$\tau = C_w \frac{\rho v^2}{2}, \quad C_w = \frac{24}{Re}. \quad (3)$$

В уравнении (3) Re определяется через гидравлический диаметр D_H сечения трещины:

$$Re = \frac{\rho v D_H}{\mu}, \quad D_H = \frac{4wh}{2(w+h)} \approx 2w, \quad (4)$$

где μ — динамическая вязкость жидкости ГРП.

Кроме того, имеется локальная конечная связь между давлением p в трещине и ее раскрытием:

$$p - \sigma = bw, \quad (5)$$

где σ — постоянное минимальное горизонтальное напряжение вдоль стенок трещины ГРП.

Постановка начально-краевой задачи о распространении трещины ГРП для системы (1)–(4) предложена в работе [5].

3. Линеаризованные уравнения.

Электроакустическая аналогия

Промысловые данные забойных манометров указывают на то, что амплитуда колебаний давления после остановки закачки много меньше, чем

давление в трещине. Характерная оценка дает неравенство

$$\Delta p = 10 \text{ атм} \ll p = 350 - 500 \text{ атм}. \quad (6)$$

Оценка (6) позволяет применить «акустическое приближение» для решения задачи о собственных колебаниях трещины.

Представим решение системы уравнений (1)–(4) в виде суммы некоторого «фонового» решения этой системы и малых возмущений этого решения:

$$w = w_0 + w', \quad v = v_0 + v', \quad w' \ll w_0, \quad |v'| \ll |v_0|.$$

Из рис. 1 и 2 видно, что продолжительность колебаний давления равна 45 с. Принимается допущение, что на таких временах фильтрационная утечка незначительна. Предположение о малости фильтрационной утечки приводит к следующей системе уравнений для определения фонового решения:

$$\frac{\partial w_0}{\partial t} + v_0 \frac{\partial w_0}{\partial x} + w_0 \frac{\partial v_0}{\partial x} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial v_0}{\partial t} + \frac{b}{\rho} \frac{\partial w_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial v_0}{\partial x} = -\frac{12\mu v_0}{\rho w_0^2}. \quad (8)$$

Система уравнений (7)–(8) имеет частное решение

$$w_0 = \text{const} \neq 0, \quad v_0 = 0. \quad (9)$$

Решение (9) соответствует моменту остановки закачки, а w_0 можно трактовать как «эффективное» раскрытие трещины, на фоне которого происходят ее собственные колебания.

Возмущение фонового решения (9) подчиняется следующей системе уравнений:

$$\frac{\partial w'}{\partial t} + w_0 \frac{\partial v'}{\partial x} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + \frac{b}{\rho} \frac{\partial w'}{\partial x} = -\frac{12\mu v'}{\rho w_0^2}. \quad (11)$$

Из уравнений (10) и (11) легко показать, что и возмущения раскрытия трещины, и возмущения скорости течения подчиняются «телеграфному» уравнению (уравнение колебаний струны с линейным трением):

$$\frac{\partial^2 w'}{\partial t^2} - a_0^2 \frac{\partial^2 w'}{\partial x^2} + b_0 \frac{\partial w'}{\partial t} = 0, \quad a_0^2 = \frac{bw_0}{\rho}, \quad b_0 = \frac{12\mu}{\rho w_0^2}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 v'}{\partial t^2} - a_0^2 \frac{\partial^2 v'}{\partial x^2} + b_0 \frac{\partial v'}{\partial t} = 0, \quad a_0^2 = \frac{bw_0}{\rho}, \quad b_0 = \frac{12\mu}{\rho w_0^2}. \quad (13)$$

Запишем исходную систему телеграфных уравнений (линии передач с потерями) [9]:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + L \frac{\partial I}{\partial t} = -RI, \quad (14)$$

$$\frac{\partial I}{\partial x} + C \frac{\partial U}{\partial t} = -GU. \quad (15)$$

Здесь введены следующие обозначения: U — напряжение; I — ток; R — сопротивление; C — емкость; L — индуктивность; G — утечки. Применим к системе (14)–(15) электроакустическую аналогию [9]. С учетом линейной связи (5) получим следующую «акустическую» систему уравнений:

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + bw_0 \frac{\partial v'}{\partial x} = -2bu'_L = -abw_0 p', \quad (16)$$

$$\tau_* = 1/C_A = bw_0 = p_0,$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x} = -\frac{R_A}{\rho} v', \quad R_A = \frac{12\mu}{w_0^2}, \quad (17)$$

где введены акустические параметры: $\tau_* = p_0\gamma$ — коэффициент упругости совершенного газа; C_A, R_A — акустическая емкость и акустическое сопротивление соответственно.

Из уравнений (16) и (17) следует, что линеаризованная система (1)–(4) описывает одномерное распространение звука в вязком совершенном газе с показателем адиабаты $\gamma = 1$ в трубе с проницаемыми стенками. Показатель адиабаты $\gamma = 1$ соответствует газу, молекулы которого имеют бесконечное число степеней свободы [10], т.е. имеют очень сложное строение.

Кроме того, из системы уравнений (16)–(17) следует, что для линеаризованной системы уравнений (1)–(4) фильтрационная утечка жидкости в пласт (для ньютоновских жидкостей) должна иметь вид:

$$u'_L = \alpha w_0 p' / 2, \quad \alpha = \text{const}, \quad [\alpha] = LTM^{-1},$$

а акустическое сопротивление представляется вторым уравнением (17).

4. Постановка и решение задачи о собственных колебаниях трещины для линеаризованных уравнений

Покажем, что энергией вынужденных упругих радиальных колебаний стенок эксплуатационной колонны в интервале перфораций можно пренебречь по сравнению с энергией собственных упругих колебаний трещины. Для простоты оценим упругие энергии колонны и трещины по амплитуде максимального перемещения внутренних стенок эксплуатационной колонны и трещины в квазистатическом приближении.

По теореме Клапейрона при квазистатическом деформировании упругая энергия твердого тела равна [11]:

$$U = \frac{1}{2} \int_S T_i u_i dS + \frac{1}{2} \int_V F_i u_i dV, \quad (18)$$

где T_i — усилия, действующие на поверхность S , ограничивающую тело; F_i — объемные силы внутри объема V , занимаемого телом; u_i — перемещения точек тела.

Так же, как и ранее, представим усилия и перемещения на стенках эксплуатационной колонны и трещины в виде некоторого основного деформированного состояния с нижним индексом «0» и возмущений этого состояния со «штрихом»:

$$p_1 = p_{10} + p'_1, \quad p_2 = p_{20}, \quad p'_1 \ll p_{10}, \\ u_1 = u_{10} + u'_1, \quad u_2 = u_{20}, \quad u'_1 \ll u_{10}, \quad (19)$$

$$p = p_0 + p', \quad w = w_0 + w', \quad p' \ll p_0, \quad w' \ll w_0,$$

где p_1, p_{10}, p'_1 — обозначают соответствующие давления на внутренней стенке колонны; p_2, p_{20} — обозначают соответствующие давления на внешней стенке колонны; u_1, u_{10}, u'_1 — перемещения внутренней стенки колонны; u_2, u_{20} — перемещения внешней стенки колонны; p' — возмущенное давление в трещине. В (19) для простоты полагается, что внешняя стенка эксплуатационной колонны не испытывает возмущений.

Подстановка представлений (19) в (18) в пренебрежении объемными силами с последующим отбрасыванием слагаемых второго порядка малости позволяет оценить упругие энергии радиальной деформации колонны и раскрытия трещины ГРП. Для энергии эксплуатационной колонны в интервале перфораций высотой h следует оценка

$$U_R = \frac{1}{2} \int_{S_1} p_1 u_1 dS + \frac{1}{2} \int_{S_2} p_2 u_2 dS \sim \\ \sim \pi h (R_1 p_{10} u_{10} + R_2 p_{20} u_{20}) + \pi h R_1 (p'_1 u_{10} + \\ + p_{10} u'_1) = U_{R0} + U'_R, \quad (20)$$

где R_1, R_2 — соответственно внутренний и внешний радиусы эксплуатационной колонны; U_{R0}, U'_R — соответственно упругие энергии основного и возмущенного деформированного состояния колонны.

Аналогично оценивается упругая энергия трещины в интервале перфораций. С учетом (19), (5) и симметрии трещины относительно скважины из (18) следует оценка:

$$U = \frac{1}{2} \cdot 2 \int_S (\sigma + bw_0 + bw') (w_0 + w') dS \sim \\ \sim lhw_0 (\sigma + bw_0) + lh(\sigma + 2bw_0) w' = U_0 + U', \quad (21)$$

где U_0, U' — соответственно упругие энергии основного и возмущенного деформированного состояния трещины ГРП; l, h — соответственно полудлина и высота трещины ГРП.

Таким образом, для упругих энергий возмущенного состояния колонны и трещины ГРП со-

гласно (20) и (21) можно записать:

$$U'_R = \pi R_1 h (p'_1 u_{10} + p_{10} u'_1), \quad U' = lh(\sigma + 2bw_0)w'. \quad (22)$$

Согласно теоремам Лагранжа и Кастильяно [11] для линейно-упругих систем обобщенные силы линейно выражаются через обобщенные перемещения и наоборот. В частности, верны равенства

$$p'_1 = b_R u'_1, \quad p' = bw',$$

где жесткости эксплуатационной колонны и трещины ГРП соответственно равны

$$b_R = \frac{E_R \delta}{2(1 - \nu_R^2) R_1 h}, \quad b = \frac{2E}{\pi h(1 - \nu^2)},$$

и введены следующие обозначения: E , E_R — соответственно модули Юнга породы и эксплуатационной колонны; ν , ν_R — соответственно коэффициенты Пуассона породы и эксплуатационной колонны; δ — толщина стенок эксплуатационной колонны.

Потребуем выполнения неравенства

$$U'_R \ll U. \quad (23)$$

Из (22)–(23) следует оценка для возмущенных деформаций колонны и трещины ГРП:

$$u'_1 \ll \frac{l}{\pi R_1} \frac{\left(\sigma + \frac{4Ew_0}{\pi h(1 - \nu^2)} \right)}{\left(p_{10} + \frac{E_R \delta u_{10}}{2R_1 h(1 - \nu_R^2)} \right)} w'. \quad (24)$$

Фоновую деформацию внутренней стенки колонны u_{10} можно оценить из решения задачи Ламе для толстостенной трубы [11]. Положим $p_{10} = 380$ атм (рис. 1), а $p_{20} = 200$ атм (равно характерному пластовому давлению). Для характерных параметров стальной колонны $E_R = 2 \cdot 10^{11}$ Па, $\nu_R = 0.25$, $R_1 = 0.066$ м, $R_2 = 0.073$ м следует оценка $u_{10} = 4.763 \cdot 10^{-5}$ м.

Далее, полагая остальные характерные параметры:

$$\begin{aligned} E &= 2 \times 10^{10} \text{ Па}, \quad \nu = 0.25, \quad \delta = 0.007 \text{ м}, \\ l &= 100 \text{ м}, \quad h = 10 \text{ м}, \quad \sigma = 330 \text{ атм}, \\ w_0 &= 0.0023 \text{ м}, \quad w' = 0.0001 \text{ м}, \end{aligned} \quad (25)$$

из (24) получим оценку:

$$u'_1 \ll 4.975 \cdot 10^2 w' \sim 500 w' = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}. \quad (26)$$

В (25) два последних характерных параметра вычислены из данных на рис. 1 и соотношений $w_0 = (p_0 - \sigma)/b$, $w' = p'_m/b$, вытекающих из формулы (5). Здесь p_0 — фоновое забойное давление,

а p'_m — максимальная амплитуда возмущенного забойного давления.

Упругие деформации составляют доли процента и поскольку толщина стенки эксплуатационной колонны равна $\delta = 0.007$ м, то можно положить $u'_1 \sim 10^{-3} \delta = 7 \cdot 10^{-6}$ м. Отсюда следует, что оценка (26) выполняется. Эта оценка показывает, что энергия вынужденных колебаний эксплуатационной колонны составляет менее 0.02% от энергии собственных колебаний трещины.

Таким образом, согласно проведенной оценке, можно пренебречь наличием скважины, разделяющей два «крыла» трещины ГРП.

Предлагается следующая постановка начально-краевой задачи о собственных колебаниях трещины ГРП. Найти решение уравнения (12) для возмущений раскрытия трещины при следующих граничных и начальных условиях:

$$\begin{aligned} w'(-l, t) &= w'(l, t) = 0, \quad w'_t(x, 0) = 0, \\ w'(x, 0) &= \begin{cases} \frac{w'_{\max}}{l}(x+l), & x \in [-l, 0], \\ \frac{w'_{\max}}{l}(l-x), & x \in [0, l]. \end{cases} \end{aligned} \quad (27)$$

Условия (27) означают, что возмущения граничных условий равны нулю, после остановки закачки жидкости ГРП возмущение раскрытия трещины линейно распределено вдоль трещины (первое начальное условие) и скорость возмущения раскрытия трещины равна нулю (второе начальное условие).

Аналитическое решение задачи (12), (27) находится методом разделения переменных [9] и состоит из решений трех типов.

1. Решение для гармоник с преобладанием вязких сил над силами инерции:

$$\begin{aligned} b_0^2 &> 4a_0^2 \left(\frac{\pi n}{l} \right)^2, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{b_0^2 - 4\lambda_n^2 a_0^2}{4}}, \\ \lambda_n &= \frac{\pi n}{l}, \quad b_0 = \frac{12\mu}{\rho w_0^2}, \quad a_0^2 = \frac{bw_0}{\rho}, \\ w'_1(x, t) &= \exp(-b_0 t/2) \sum_1^{\infty} (A_n \exp(\omega_n t) + \\ &+ B_n \exp(-\omega_n t)) \sin\left(\frac{\pi n(x+l)}{2l}\right), \\ A_n &= \frac{b_n(\omega_n + b_0/2)}{2\omega_n}, \quad B_n = \frac{b_n(\omega_n - b_0/2)}{2\omega_n}, \\ b_n &= \frac{4w'_{\max}}{(\pi n)^2} \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right) \quad (n = 1, \dots, m). \end{aligned} \quad (28)$$

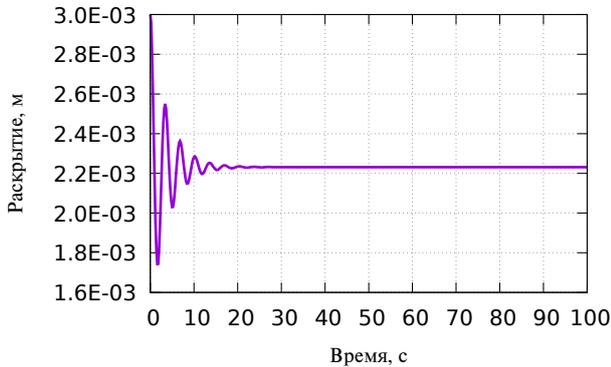


Рис. 3. Решение типа 2 в центре трещины ГРП (на забое скважины)

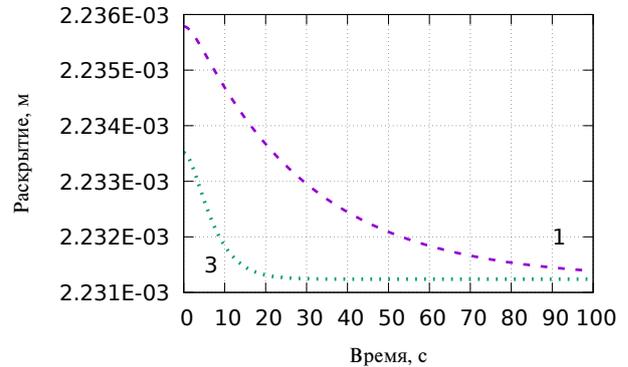


Рис. 4. Решения типов 1 и 3 в центре трещины ГРП (на забое скважины)

2. Решение для гармоник с преобладанием инерционных сил над вязкими силами:

$$b_0^2 < 4a_0^2 \left(\frac{\pi n}{l}\right)^2, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{4\lambda_n^2 a_0^2 - b_0^2}{4}},$$

$$w'_2(x, t) = \exp(-b_0 t/2) \sum_1^\infty (A_n \cos(\omega_n t) + B_n \sin(\omega_n t)) \sin\left(\frac{\pi n(x+l)}{2l}\right),$$

$$A_n = b_n, \quad B_n = \frac{b_0 b_n}{2\omega_n} \quad (n = m + 1, \dots).$$
(29)

3. Решение для «специальных» гармоник, для которых вязкие и инерционные силы равны:

$$b_0^2 = 4a_0^2 \left(\frac{\pi n}{l}\right)^2, \quad A_n = b_n, \quad B_n = \frac{b_0 b_n}{2},$$

$$w'_3(x, t) = \exp(-b_0 t/2) \times \sum_1^\infty (A_n + B_n t) \sin\left(\frac{\pi n(x+l)}{2l}\right)$$

$$(n = m_*, \dots).$$
(30)

Полные решения для возмущенного раскрытия трещины и возмущенного давления согласно принципу суперпозиции равны:

$$w' = w'_1 + w'_2 + w'_3, \quad p' = b(w'_1 + w'_2 + w'_3).$$

Расчеты показывают, что для всех трех типов решений (28)–(30) преобладают амплитуды основных гармоник ($n = 1$). Характерные изменения возмущенной ширины трещины со временем у забоя скважины для решения типа 2 представлено на рис. 3, а решений типа 1 и 3 — на рис. 4.

При расчетах по формулам (28)–(30) использовались два последних параметра из (25), а значения плотности и вязкости жидкости ГРП брались соответственно равными $\rho = 1050 \text{ кг/м}^3$, $\mu = 0.25 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$.

Решение типа 2 описывает собственные колебания трещины после остановки закачки жидкости гидроразрыва. Решения типа 1 и 3 описывают монотонное установление значения эффективного раскрытия трещины ГРП w_0 и могут быть интерпретированы как отсутствие хорошей гидродинамической связи трещины со скважиной.

5. Оценка полудлины и высоты трещины по решению типа 2 и данным о колебаниях забойного давления

Для используемых жидкостей ГРП вводится понятие их эффективности η , которая зависит также от свойств насыщенного флюидом пласта — отношение объема трещины V_f к концу закачки к объему закачанной жидкости V_0 [12]:

$$\eta = \frac{V_f}{V_0}. \tag{31}$$

Тогда для полного объема симметричной трещины к концу закачки жидкости ГРП с учетом (31) можно написать:

$$V_f = \eta V_0 = 2w_0 h l. \tag{32}$$

Из обработки данных колебаний забойного давления на рис. 1 получены следующие значения для декремента затухания b_0 и периода колебаний T возмущенного давления:

$$b_0 = 0.524 \text{ 1/с}, \quad T = 7 \text{ с}. \tag{33}$$

Из решения (29) типа 2 для основной гармоники ($n = 1$), а также из соотношения (32) получены формулы для оценки полудлины l и высоты h трещины ГРП в зависимости от параметров задачи о

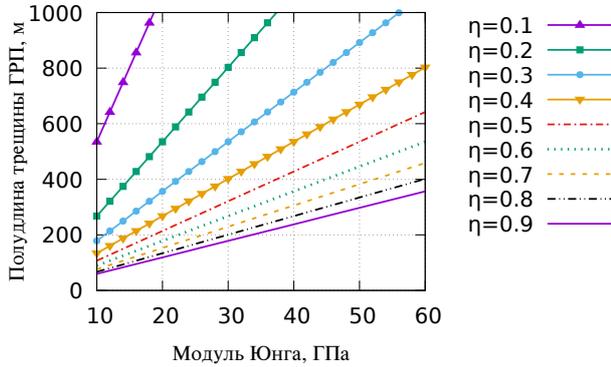


Рис. 5. Зависимость полудлины трещины от модуля Юнга породы для различной эффективности жидкости ГРП

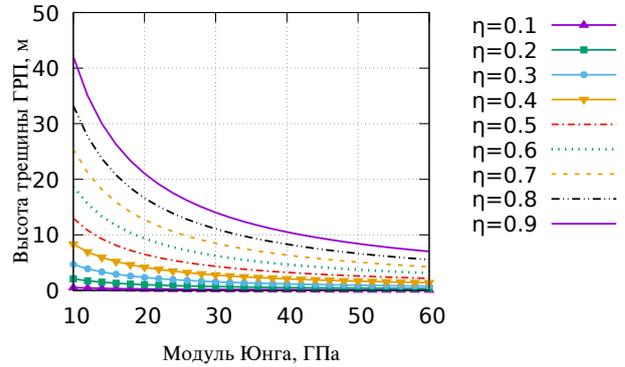


Рис. 6. Зависимость высоты трещины от модуля Юнга породы для различной эффективности жидкости ГРП

собственных колебаниях трещины:

$$l = \frac{\pi \rho T^2 w_0^6 E}{(1 - \nu^2) V_0 \eta [\pi^2 \rho^2 w_0^4 + 9 \mu^2 T^2]},$$

$$h = \frac{(1 - \nu^2) V_0^2 \eta^2 [\pi^2 \rho^2 w_0^4 + 9 \mu^2 T^2]}{2 \pi \rho T^2 w_0^7 E}, \quad (34)$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{12 \mu}{b_0 \rho}}.$$

На рис. 5 показана зависимость полудлины трещины ГРП от модуля Юнга породы для различной эффективности жидкости гидроразрыва (как параметра семейства кривых) по формулам (34). Аналогичные графики для высоты трещины ГРП представлены на рис. 6. Объем закачанной жидкости гидроразрыва равен $V_0 = 12.4 \text{ м}^3$ и соответствует характерному объему, используемому при проведении «тестового» ГРП. Также использованы значения параметров (33). Все остальные значения используемых параметров приведены выше.

Из графиков на рис. 5 и 6 следует, что длина и высота трещины существенно зависят как от эффективности жидкости гидроразрыва, так и от величины модуля Юнга окружающих трещину горных пород. Необходимо отметить, что при значениях эффективности жидкости гидроразрыва в интервале $\eta \in [0.1; 0.3]$ высота трещины слабо зависит от модуля Юнга.

Низкая эффективность жидкости ГРП (большая фильтрационная утечка во время распространения трещины ГРП) не позволяет создавать высокие трещины. Это связано с тем, что в поперечном сечении трещины коэффициент интенсивности напряжений для образовавшейся в результате разрушения породы «зародышевой» трещины разрыва породы ниже критического коэффициента интенсивности напряжений вследствие низкого давления

в трещине. Поэтому в силу несжимаемости закачиваемой жидкости трещина ГРП растет в длину — существующий разрыв породы заполняется закачиваемой жидкостью.

Высокая эффективность жидкости ГРП (малая фильтрационная утечка во время развития трещины ГРП) позволяет создавать высокие трещины, поскольку коэффициент интенсивности напряжений для существующей трещины разрыва породы всегда выше критического коэффициента интенсивности напряжений из-за высокого давления в трещине. В этом случае образуются не такие протяженные трещины ГРП.

Графики на рис. 5 и 6 могут быть использованы для оценки высоты и длины трещины ГРП после тестового ГРП, если известна эффективность жидкости гидроразрыва пласта, а также технические упругие постоянные горной породы.

6. Заключение

На основе обобщенной модели Перкинса–Керна–Нордгрена развития трещины ГРП гиперболического типа предложена математическая модель для описания собственных колебаний симметричной трещины ГРП после остановки закачки воды при окончании ГРП. В пренебрежении фильтрационной утечкой воды через стенки трещины получено аналитическое решение прямой задачи о собственных колебаниях трещины ГРП. На основе полученного решения по промысловым данным забойных манометров выполнена оценка геометрических параметров трещины ГРП — полудлины, средней ширины и высоты после остановки закачки жидкости гидроразрыва.

Список литературы

- [1] Wylie E.B., Streeter V.L. Fluid Transients in Systems. N.Y.: McGraw-Hill Inc., 1978. 384 p.
- [2] Paige R.W., Murray L.R., Roberts J.D.M. Field Application of Hydraulic Impedance Testing for Fracture Measurement // SPE Journal. 1995. V. 10, No. 01. P. 6–12.
- [3] Sneddon J.N., Berry D.S. The Classical Theory of Elasticity. Berlin etc.: Springer, 1958 = Снеддон И.Н., Берри Д.С. Классическая теория упругости. М.: Физматгиз, 1961. 219 с.
- [4] Чарный И.А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. М.–Л.: ГИТТЛ, 1951. 224 с.
- [5] Ильясов А.М., Булгакова Г.Т. Квазиодномерная модель гиперболического типа гидроразрыва пласта // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. физ.-мат. науки. 2016. Т. 20, № 4. С. 739–754.
- [6] Perkins T.K., Kern L.R. Width of hydraulic fractures // Journal of Petroleum Technology. 1961. V. 13, No. 4. P. 937–949.
- [7] Nordgren R.P. Propagation of a vertical hydraulic fracture // Society of Petroleum Engineers Journal. 1972. V. 12, No. 4. P. 306–314.
- [8] Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Машиностроение, 1992. 672 с.
- [9] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977. 735 с.
- [10] Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука, 1988. 424 с.
- [11] Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988. 712 с.
- [12] Economides M.J., Nolte K.G. Reservoir Stimulation, 3rd edition. Wiley, NY and Chichester, 2000. 750 p.

A new approach to the hydraulic fracture geometric dimensions determination

Ilyasov A.M.

Ufa State Aviation Technical University, Ufa

Based on the generalized Perkins-Kern-Nordgren model (PKN) for the development of a hyperbolic type vertical hydraulic fracture, an exact solution is obtained for the hydraulic fracture self-oscillations after terminating the fracturing fluid injection. These oscillations are excited by a rarefaction wave that occurs after the injection is stopped. The obtained solution was used to estimate the height, width and half-length of the hydraulic fracture at the time of stopping the hydraulic fracturing fluid injection based on the bottomhole pressure gauge data.

Keywords: hydraulic fracture, rarefaction wave, hydraulic fracture self-oscillations, fracture geometry

