

Зависимость образования ударной волны в кавитационном пузырьке от температуры жидкости¹

Аганин А.А., Халитова Т.Ф.

Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН, Казань

Изучается зависимость возникновения радиально-сходящихся ударных волн в кавитационном пузырьке от температуры окружающей жидкости в диапазоне от 273.15 до 400 К при давлении жидкости 50 бар. Применяется реалистичная математическая модель, в которой учитываются эффекты сжимаемости жидкости, теплопроводности пара и жидкости, испарения и конденсации на межфазной поверхности, используются широкодиапазонные уравнения состояния. Уравнения динамики пара и жидкости решаются численно с помощью модификации метода Годунова второго порядка точности по пространству и времени. Выявлено, что радиально-сходящаяся ударная волна в пузырьке возникает при $273.15 \leq T_L \leq 375$ К. При этом с уменьшением температуры жидкости она формируется на все меньшем удалении от поверхности пузырька. Рассмотрена возможность применения известного в литературе упрощенного критерия формирования ударной волны в пузырьке для оценки места ее возникновения в исследуемых условиях. Показано, что при использовании этого критерия место возникновения разрыва при $T_L \approx 325$ К предсказывается правильно, при $T_L > 325$ К оно прогнозируется более близким к поверхности пузырька, а при $T_L < 325$ К, наоборот, более удаленным от нее.

Ключевые слова: ударные волны, кавитационный пузырек, TVD-схема, уравнение Рэлея–Плессета

1. Введение

Одной из интересных особенностей динамики кавитационных пузырьков в жидкости является возможность достижения высоких плотностей энергии в малом объеме пузырька при его сильном сжатии. Это можно использовать, например, для активизации химических реакций в сонохимии [1], для синтеза наноалмазов при кавитации бензола [2], для производства нейтронов и ядер трития при акустической кавитации дейтерированного ацетона [3]. Наибольший эффект достигается тогда, когда в ходе высокоскоростного сжатия в пузырьке возникают радиально сходящиеся ударные волны. По мере схождения их интенсивность возрастает и в момент их фокусировки в центре пузырька достигаются очень высокие температуры, плотности и давления [3].

Численные исследования показали, что ударно-волновое сжатие среды в пузырьке можно реализовать путем, например, повышения давления жидкости в окрестности пузырька [4]. При этом ударная волна легче образуется в ацетоне, чем в воде. С увеличением давления жидкости происходит переход от сжатия пузырька, близкого к однородному, к сжатию с ударными волнами. Это, в частности, приводит к резкому росту температуры в пузырьке. Того же эффекта можно добиться и путем изменения температуры жидкости, окружающей пузырек. При ее понижении степень и интенсивность сжатия пузырька увеличиваются вследствие понижения давления насыщенного пара. Это создает более благоприятные условия для возникновения ударных волн.

До настоящего времени влияние температуры жидкости на сильное сжатие пузырька рассматривалось сравнительно редко. Так, в работах [5, 6] показано, что при охлаждении жидкости интенсивность свечения пузырьков на режиме сонолюминесценции значительно увеличивается. Аналогичная зависимость нейтронной эмиссии от темпера-

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (проект № 17-11-01135).

туры жидкости была отмечена в экспериментах по акустической кавитации дейтерированного ацетона [7]. В настоящей работе теоретически исследуется влияние температуры жидкости на образование в пузырьке ударной волны. Применяется математическая модель, в которой движение жидкости и пара описывается уравнениями газовой динамики. Учитываются испарение–конденсация, теплопроводность жидкости и пара, используются широкодиапазонные уравнения состояния. Кроме того, анализируется возможность оценки образования ударных волн в пузырьке с помощью сравнительно простого критерия, предложенного в работе [8] и использующего значения термодинамических параметров на межфазной границе, которые рассчитываются из решения уравнения Рэлея–Плессета. Пар предполагается однородным, его состояние описывается уравнением Ван-дер-Ваальса. Данный критерий позволяет варьировать термодинамические параметры (давление и температуру жидкости, тип жидкости), не производя сложных расчетов. Однако используемые в нем допущения могут иногда приводить к большим погрешностям.

2. Постановка задачи и математическая модель

Рассматривается образование радиально-сходящихся ударных волн внутри сферического кавитационного пузырька при его сильном сжатии в неограниченном объеме жидкости — ацетоне. В начале сжатия радиус пузырька $R^0 = 0.5$ мм, давление жидкости $p_L = 50$ бар, ее температура T_L варьируется в диапазоне от 273.15 до 400 К, давление пара в пузырьке p_v равно давлению насыщенных паров $p_S(T)$ при температуре $T = T_L$. Известно [4], что в рассматриваемом диапазоне температуры жидкости ударно-волновое сжатие содержимого пузырька реализуется при $T_L = 293$ К. Основной целью настоящей работы является определение других значений температуры жидкости T_L из рассматриваемого диапазона, при которых в пузырьке также образуется ударная волна.

Исследование проводится с помощью математической модели, в которой динамика пара в пузырьке и окружающей его жидкости описывается следующей системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho r^2) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho u r^2) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho u r^2) + \frac{\partial}{\partial r} (p r^2 + \rho u^2 r^2) &= 2pr, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho E r^2) + \frac{\partial}{\partial r} \left[u r^2 (p + \rho E) - \kappa \frac{\partial T}{\partial r} r^2 \right] &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь r — радиальная координата, отсчитываемая от центра пузырька; t — время; ρ — плотность; u —

радиальная скорость; p — давление; $E = \varepsilon + u^2/2$ — удельная полная энергия; ε — удельная внутренняя энергия; T — температура; κ — коэффициент теплопроводности.

Система замыкается реалистичными уравнениями состояния жидкого и парообразного ацетона в форме Ми–Грюнайзена [9], которые представляются в виде суммы потенциальных $p^{(p)}$, $\varepsilon^{(p)}$ и тепловых $p^{(T)}$, $\varepsilon^{(T)}$ компонент давления и внутренней энергии:

$$\begin{aligned} p(\rho, T) &= p^{(p)}(\rho) + p^{(T)}(\rho, T), \\ \varepsilon(\rho, T) &= \varepsilon^{(p)}(\rho) + \varepsilon^{(T)}(T). \end{aligned}$$

Граничные условия в центре пузырька $r = 0$ имеют следующий вид:

$$u = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad (2)$$

а на бесконечном удалении от его поверхности $r \rightarrow \infty$:

$$p = p_L, \quad T = T_L. \quad (3)$$

На межфазной поверхности $r = R(t)$ имеем:

$$p^+ = p^-, \quad \dot{R} = u^+ + j/\rho^+ = u^- + j/\rho^-, \quad (4)$$

$$T^+ = T^-, \quad \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right)^+ - \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right)^- = jl. \quad (5)$$

Знак «+» относится к стороне жидкости, знак «−» — к стороне пара; j — интенсивность фазовых преобразований; l — теплота парообразования.

Для вычисления интенсивности фазовых преобразований j используется формула Герца–Кнудсена–Ленгмюра [3]

$$j = \frac{\alpha_{ac}}{\sqrt{2\pi R_v}} \left(\frac{p_S(T^+)}{\sqrt{T^+}} - \frac{\chi p^-}{\sqrt{T^-}} \right), \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \chi &= \exp(-\Omega^2) - \Omega \sqrt{\pi} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\Omega \exp(-x^2) dx \right), \\ \Omega &= \frac{j}{\sqrt{2p^-}} \sqrt{R_v T^-}. \end{aligned}$$

Здесь p_S — давление насыщения; α_{ac} — коэффициент аккомодации; R_v — газовая постоянная для пара. Посредством параметра χ учитывается подвижность поверхности пузырька. Используемые зависимости $p_S(T)$, $\kappa^+(T)$, $\kappa^-(T)$, $l(T)$ построены по экспериментальным данным для ацетона [9].

В принятой модели учитываются сжимаемость жидкости, испарение–конденсация, нестационарная теплопроводность жидкости и пара, несовершенство пара. Вязкостью и поверхностным натяжением пренебрегают в силу большого радиуса пузырька на начальной низкоскоростной стадии сжатия пузырька и высокой скорости движения межфазной поверхности в финале сжатия.

Второй целью настоящей работы является оценка применимости упрощенного критерия возникновения ударной волны работы [8] в рассматриваемых условиях. Согласно этому критерию ударная волна в пузырьке образуется, если

$$\min_t \Delta R_{sh}^*/R < 1, \quad \Delta R_{sh}^* = R - R_{sh}^*, \quad (7)$$

где R_{sh}^* — радиус фронта ударной волны в момент ее возможного возникновения. Величина ΔR_{sh}^* характеризует удаленность ударной волны от поверхности пузырька и определяется следующим образом:

$$\Delta R_{sh}^* = - \left(1 - \frac{\dot{R}}{c_b} \right) \frac{c_b^2}{k\dot{R}}, \quad k = 1 + \frac{\rho_b c_b'(\rho_b)}{c_b}. \quad (8)$$

Предполагается, что состояние пара описывается уравнением типа Ван-дер-Ваальса, которое используется для расчета скорости звука в паре $c_b(\rho_b)$ и ее производной по плотности $c_b'(\rho_b)$ при постоянной энтропии. Плотность пара ρ_b рассчитывается в предположении постоянства массы пара в пузырьке:

$$\rho_b = \rho_b^0 \left(\frac{R^0}{R} \right)^3,$$

где ρ_b^0 — начальное значение плотности. Изменение радиуса пузырька во времени $R(t)$ описывается уравнением Рэлея–Плессета в предположении однородности распределения термодинамических параметров:

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{\dot{R}}{c_L} \right) R\ddot{R} + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{R}{3c_L} \right) \dot{R}^2 = \\ = \left(1 + \frac{\dot{R}}{c_L} \right) \frac{p_b - p_L}{\rho_L} + \frac{R}{c_L} \frac{\dot{p}_b - \dot{p}_L}{\rho_L}, \end{aligned}$$

здесь $c_L = 1189$ м/с — скорость звука в жидкости; $\rho_L = 810$ кг/м³ — плотность жидкости.

3. Методика расчета

Система уравнений (1) решается с помощью численной методики, предложенной и подробно изложенной в работе [10]. Уравнения динамики пара

и жидкости в этой методике записываются в подвижной системе координат, связанной с поверхностью пузырька. Они численно решаются в два этапа по принципу расщепления по физическим процессам. На первом этапе система (1) решается без учета тепловых потоков. Решение находится с применением модификации схемы С.К. Годунова второго порядка точности по пространству и времени, не увеличивающей полную вариацию (TVD — Total Variation Diminishing). На втором этапе решается уравнение теплопроводности по неявной схеме первого порядка точности по времени и второго порядка точности по пространству. Полученное при этом поле температуры используется для корректировки поля полной энергии, рассчитанного на первом этапе, по явной схеме. Для реализации граничных условий на бесконечности используется удаленная внешняя искусственная граница $r = r_f(t)$, перемещение которой при $t > 0$ определяется из решения задачи о плоском поршне, вдвигаемом в среду (или выдвигаемом из нее) при известном давлении p_f^0 на поверхности поршня. Величина p_f^0 находится по распределению давления в жидкости при $t = 0$ с учетом того, что сжимаемость жидкости в начале сжатия незначительна [3].

4. Выбор расчетной сетки

Расчетная область покрывается сеткой из $N = N_G + N_L$ ячеек, среди которых N_G ячеек располагается в области пара и N_L — ячеек в области жидкости. На большей части сжатия для детального отображения процессов вблизи поверхности пузырька выбирается сетка, сгущающаяся (по геометрической прогрессии) к межфазной поверхности как со стороны пара, так и со стороны жидкости. При этом радиальные размеры примыкающих к межфазной границе ячеек в паре и в жидкости равны Δr , размеры остальных ячеек определяются отдельно в паре и в жидкости с использованием геометрической прогрессии по известному размеру расчетной области и количеству ячеек. Когда в паре появляются значительные неоднородности, производится постепенный переход на равномерную сетку, который заканчивается до момента формирования ударной волны. Переход на равномерную сетку осуществляется аналогично тому, как это делается в работе [10]. Например, при $T_L = 350$ К ударная волна формируется при радиусе пузырька $R \approx 110$ мкм, а переход начинается в момент t_1 , когда $R(t_1) = 170$ мкм, и продолжается до момента t_2 , когда $R(t_2) = 130$ мкм.

Для выбора оптимальной расчетной сетки было проведено несколько численных экспериментов на задаче о сжатии пузырька в ацетоне при тем-

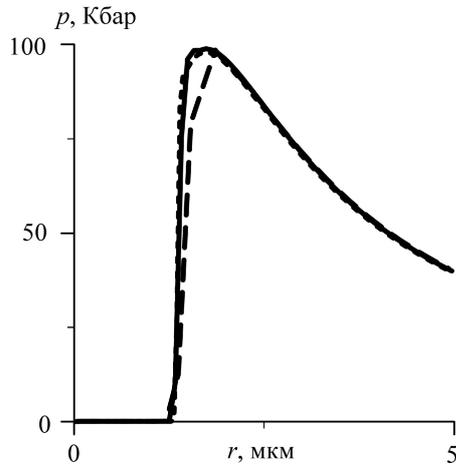


Рис. 1. Радиальные распределения давления p , рассчитанные на сетках из 600 (штриховая кривая), 1200 (сплошная кривая) и 2400 (пунктирная кривая) ячеек в паре

температуре $T_L = 350$ К. Внешняя искусственная граница r_f^0 постепенно удалялась, для чего величина r_f^0 задавалась равной $9R^0$, $18R^0$, $36R^0$. Установлено, что в данной задаче достаточно принять $r_f^0 = 9R^0$. Радиальный размер приграничной ячейки Δr также варьировался, его величина принималась равной $0.01R/N_G$; $0.02R/N_G$; $0.04R/N_G$ при $N_G = 600$. Расчеты показали, что можно положить $\Delta r = 0.02R/N_G$, поскольку влияние дальнейшего уменьшения приграничной ячейки мало. Оказалось, что при таком значении Δr число ячеек в жидкости N_L достаточно задать равным 700 и дальше не менять независимо от величины N_G . Число ячеек в паре N_G также варьировалось в пределах от 600 до 2400. На рис. 1 приводятся пространственные распределения давления пара в пузырьке, полученные на трех последовательно сгущающихся в паре расчетных сетках. Показан момент времени, близкий к моменту фокусировки ударной волны в центре пузырька. Видно, что для корректного описания решения сетки с 1200 ячейками в паре (сплошная линия) оказывается достаточно, поскольку дальнейшее ее измельчение не приводит к заметным изменениям численного решения. Эта сетка ($N_G = 1200$, $N_L = 700$, $r_f^0 = 9R^0$, $\Delta r = 0.02R/N_G$) использовалась в расчетах и при других температурах жидкости. Отметим, что на имеющемся в распоряжении авторов персональном компьютере Intel Core i7-4770 CPU 3.4 ГГц с оперативной памятью 8 Гб каждый расчет требовал порядка 18 часов времени.

5. Результаты

Рис. 2 иллюстрирует различие двух характерных режимов сжатия пара в пузырьке — близкого к однородному и с образованием радиально-сходящейся ударной волны, — реализующихся при коллапсе пузырька в рассматриваемом диапазоне температуры жидкости $273.15 \leq T_L \leq 400$ К. На этом рисунке представлено изменение пространственного распределения давления в пузырьке и в его ближайшей окрестности в финальной стадии его сжатия при температуре жидкости $T_L = 400$ К (рис. 2(а)) и $T_L = 350$ К (рис. 2(б)). Видно, что при более высокой температуре $T_L = 400$ К давление пара внутри пузырька в каждый из представлен-

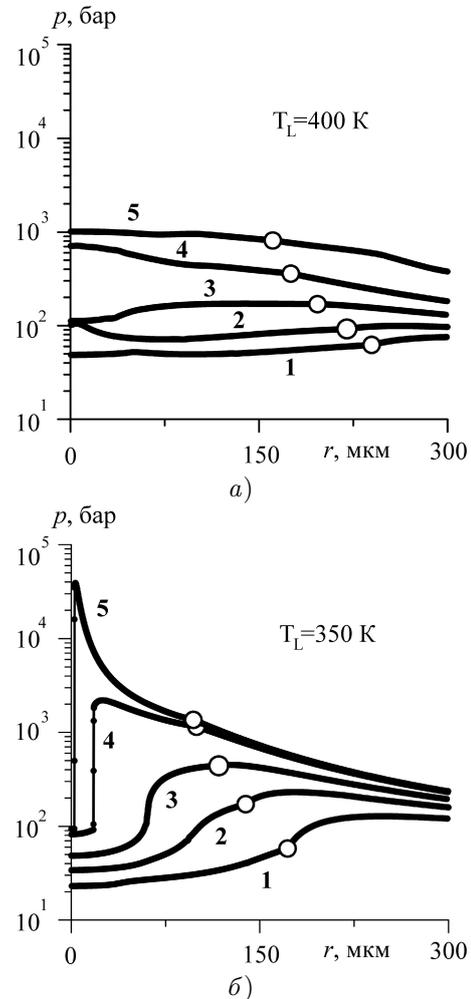


Рис. 2. Радиальные распределения давления p в пять последовательных моментов времени 1–5 при температуре окружающей жидкости $T_L = 400$ К (а) и $T_L = 350$ К (б). Кружками отмечено давление на межфазной поверхности

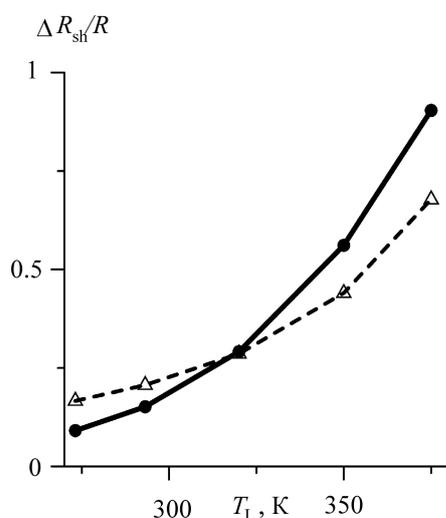


Рис. 3. Зависимость параметра $\Delta R_{sh}/R$ от температуры окружающей жидкости, рассчитанная по полной гидродинамической модели (сплошная линия) и по простому критерию работы [8] (штриховая линия)

ных моментов времени всюду примерно одинаково и равно давлению на межфазной поверхности. При этом максимум достигаемого в пузырьке давления составляет около 10^3 бар. В отличие от этого при коллапсе пузырька при температуре $T_L = 350$ К, профили давления в пузырьке существенно более неоднородны, причем неоднородность со временем все более нарастает. В результате этого в первоначально непрерывном распределении давления в пузырьке в промежутке между моментами времени 3 и 4 при $r = R_{sh} \approx 49$ мкм, когда радиус пузырька $R \approx 110$ мкм, возникает разрыв — радиально сходящаяся ударная волна. По мере радиального схождения (моменты 4 и 5) ее интенсивность значительно увеличивается. Вскоре после момента 5 она фокусируется в центре пузырька, что приводит к достижению в малой окрестности центра очень высоких значений давления, плотности и температуры. В частности, максимум давления в пузырьке в момент времени 5 уже превышает $4 \cdot 10^4$ бар.

Приведенные на рис. 2 результаты наглядно демонстрируют важность наличия ударной волны для достижения высоких значений термодинамических параметров в пузырьке. Вычислительные эксперименты по полной модели (1)–(6) показали, что в рассматриваемом диапазоне температуры жидкости $273.15 \leq T_L \leq 400$ К ударная волна в пузырьке возникает при $273.15 \leq T_L \leq 375$ К. На рис. 3 сплошной кривой представлена соответствующая полной модели зависимость от температуры T_L параметра $\Delta R_{sh}/R$, характеризующего относительную удаленность места образования ударной волны

в пузырьке от его поверхности. Видно, что по мере увеличения температуры жидкости относительное расстояние между местом образования ударной волны и поверхностью пузырька монотонно возрастает, начиная с $\Delta R_{sh}/R \approx 0.1$, постепенно приближаясь к 1 (что соответствует центру пузырька).

Штриховая кривая на рис. 3 представляет аналогичные сплошной кривой результаты, но полученные по упрощенному критерию (7)–(8) работы [8]. Видно, что упрощенный критерий дает качественно верное изменение параметра $\Delta R_{sh}/R$ с ростом температуры: при $T_L > 325$ К величина $\Delta R_{sh}/R$ занижается до 25%, а при $T_L < 325$ К, наоборот, завышается до 85%.

6. Заключение

Проведено исследование образования радиально-сходящихся ударных волн в кавитационном пузырьке в жидком ацетоне в зависимости от температуры окружающей жидкости в диапазоне $273.15 \leq T_L \leq 400$ К при давлении жидкости 50 бар (начальный радиус пузырька 0.5 мм). Предварительные расчеты показали, что для данного исследования оптимальна вычислительная сетка с радиусом внешней области, в 9 раз превышающим радиус пузырька, с 1200 ячейками в паре и 700 ячейками в жидкости, со сгущением в паре и в жидкости к поверхности пузырька. Выявлено, что в рассмотренном диапазоне температуры жидкости радиально-сходящаяся ударная волна в пузырьке возникает при $273.15 \leq T_L \leq 375$ К. При этом с уменьшением температуры жидкости ударная волна формируется все ближе к поверхности пузырька. Показано, что предложенный в [8] упрощенный критерий формирования ударной волны в пузырьке качественно верно описывает зависимость места возникновения разрыва от температуры. При этом при $T_L > 325$ К место возникновения разрыва предсказывается до 25% более близким к поверхности пузырька, а при $T_L < 325$ К, наоборот, до 85% более удаленным от нее.

Список литературы

- [1] Suslick K. S., Didenko Y., Fang M.M. et al. Acoustic cavitation and its chemical consequences // *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A.* 1999. No. 357. P. 335–353.
- [2] Галимов Э.М., Кудрин А.М., Скоробогатский В.Н. и др. Экспериментальное подтверждение синтеза алмаза в процессе кавитации // *ДАН.* 2004. Т. 395, № 2. С. 187–191.
- [3] Nigmatulin R.I., Akhatov I.Sh., Topolnikov A.S. et al. The theory of supercompression of vapor bubbles and nano-scale thermonuclear fusion // *Phys. Fluids.* 2005. V. 17. No. 10. P. 1–31.

- [4] Аганин А.А., Ильгамов М.А., Топорков Д.Ю. Зависимость сжатия пара в кавитационных пузырьках в воде и ацетоне от давления жидкости // Вестник Башкирского университета. 2015. Т. 20, № 3. С. 807–812.
- [5] Маргулис М.А. Сонолюминесценция // Успехи физ. наук. 2000. Т. 170, № 3. С. 263–287.
- [6] Barber В.Р., Wu С.С., Lofstedt R., Roberts Р.Н., Putterman S.J. Sensitivity of sonoluminescence to experimental parameters // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 72, No. 9. P. 1380–1383.
- [7] Taleyarkhan R.P. et al. Evidence for nuclear emissions during acoustic cavitation // Science. 2002. V. 295. P. 1868–1873.
- [8] Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Топорков Д.Ю. Образование сходящихся ударных волн в пузырьке при его сжатии // ДАН. 2014. Т. 458, № 3. С. 282–286.
- [9] Нигматулин Р.И., Болотнова Р.Х. Широкодиапазонное уравнение состояния органических жидкостей на примере ацетона // ДАН. 2007. Т. 415, № 5. С. 617–621.
- [10] Аганин А.А., Халитова Т.Ф., Хисматуллина Н.А. Расчет сильного сжатия сферического парового пузырька в жидкости // Вычислительные технологии. 2008. Т. 13, № 6. С. 17–27.

Liquid temperature dependence of the shock formation in a cavitation bubble

Aganin A.A., Khalitova T.F.

Institute of Mechanics and Engineering, Kazan

The dependence of the radially convergent shock wave formation in a cavitation bubble on the surrounding liquid temperature T_L in the range from 273.15 to 400 K is investigated at the liquid pressure equal to 50 bar. Realistic mathematical model is applied, in which the effects of the liquid compressibility, the heat conductivity of the vapor and liquid, the evaporation and condensation on the bubble surface are taken into account, wide-range equations of state are utilized. The governing equations of the vapor and liquid dynamics are solved numerically using a modification of the Godunov method of the second order of accuracy. It has been found that a radially convergent shock wave arises in the bubble in $273.15 \leq T_L \leq 375$ K. In this interval, the distance between the shock wave formation position and the bubble surface decreases with decreasing the liquid temperature. The possibility of using a known simplified criterion of the formation of a shock wave inside a bubble to estimate its formation position under the studied conditions is considered. It is shown that with applying that criterion the shock wave formation position turns out to be correctly predicted at $T_L \approx 325$ K, while at $T_L > 325$ K and $T_L < 325$ K it is predicted closer to and more distant from the bubble surface, respectively.

Keywords: shock wave, cavitation bubble, TVD-scheme, Rayleigh-Plesset equation

