Распространение линейных волн в цилиндрическом волноводе в пористой среде с гидратосодержащим слоем¹

Губайдуллин А.А., Болдырева О.Ю., Дудко Д.Н.

Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики СО РАН, Тюмень

Исследуются в линейном приближении закономерности распространения волн давления в цилиндрической полости в пористой среде с гидратосодержащим слоем. Получены дисперсионные соотношения для основной акустической моды в цилиндрической полости в каждом слое, составляющем пористую среду. На основе данных соотношений рассчитаны коэффициенты отражения и прохождения волн через границы слое в внутри полости. Изучено влияние свойств пород, частоты сигнала и протяженности гидратосодержащего слоя на суммарный коэффициент отражения от слоя. Полученые результаты могут быть использованы при интерпретации скважинных данных для уточнения положения границ слоев, пересекаемых скважиной, в частности, гидратосодержащего слоя.

Ключевые слова: пористая среда, газовый гидрат, волны, цилиндрическая полость

1. Введение

Изучение свойств акустических волн в цилиндрическом волноводе актуально в связи с многочисленными приложениями, например, для определения упругих свойств окружающего пространства. В частности, в геофизике акустические волны в цилиндрической полости используются для определения характеристик водонасыщенных и углеводородных пластов, когда влиянием флюида на распространение волн нельзя пренебречь. В отечественных исследованиях основная акустическая мода таких волн получила название гидроволн, в зарубежных их обычно называют трубными волнами. В традиционных акустических исследованиях скважин по первому вступлению акустического импульса определяется пористость породы, по всему цугу волн определяются ее механические свойства, а одно из последующих вступлений — волна Стоунли (также называемая трубной волной) используется для определения проницаемости. Для правильной интерпретации акустических каротажных диаграмм требуется глубокое понимание влияния свойств пород (пористости, проницаемости, литологического состава, насыщенности углеводородами) на распространение волн в цилиндрическом волноводе, который представляет собой скважина. В случае, кугда скважина (полость) проходит через пласт, состоящий из несколько слоев с различными акустическими свойствами, при пересечении границ слоев возникают также отраженные волны. Характеристики слоев влияют на отраженный сигнал. Прохождение и отражение сигнала вдоль полости при пересечении границ можно рассматривать в линейном одномерном приближении [1]. В настоящем теоретическом исследовании методами механики многофазных сред рассмотрено в линейном приближении распространение волн в широком частотном диапазоне вдоль цилиндрической полости, окруженной проницаемой пористой средой, содержащей гидратонасыщенный слой.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (Грант НШ-6987.2016.1).

[©] Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН

[©] Губайдуллин А.А.

[©] Болдырева О.Ю.

[©] Дудко Д.Н.

2. Уравнения движения

Рассматривается задача о распространении волн давления в цилиндрической полости в пористой среде с гидратосодержащим слоем (рис. 1, промежуточный слой 2 содержит газовый гидрат). Для численного исследования распространения и затухания волн в пористой среде выбрана двухскоростная модель насыщенной пористой среды. В содержащем газогидрат слое скелет пористой среды (основная порода + газогидрат) моделируется однородной твердой фазой с эффективными параметрами.

В работе приняты обычные при исследованиях пористых сред допущения и использованы обозначения монографий [2,3].

Уравнения сохранения масс и импульсов фаз имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla^l (\rho_f v_f^l) &= 0, \quad \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \nabla^l (\rho_s v_s^l) = 0\\ \rho_f \frac{d_f v_f^k}{dt} &= -\alpha_f \nabla^k p_f - F^k,\\ \rho_s \frac{d_s v_s^k}{dt} &= -\alpha_s \nabla^k p_f + \alpha_s \nabla^l \sigma_{s*}^{lk} + F^k, \end{aligned}$$

где ρ_j , v_j , α_j — приведенная плотность, скорость, объемное содержание *j*-ой фазы, j = f, s; σ_{s*}, p_f приведенное напряжение в скелете и давление во флюиде соответственно; F — межфазная сила; верхние индексы k, l, m — координатные.

Выражение для межфазной силы имеет вид [2,3]:

$$F = F_m + F_\mu + F_B,$$

$$F_m = \frac{1}{2} \eta_m \alpha_s \alpha_f \rho_{f0}^{\circ} \left(\frac{d_f v_f}{dt} - \frac{d_s v_s}{dt} \right),$$

$$F_\mu = \eta_\mu \alpha_s \alpha_f \mu_f a_*^{-2} (v_f - v_s),$$

$$F_B = \eta_B \alpha_s \alpha_f a_*^{-1} \sqrt{2\rho_{f0}^{\circ} \mu_f \omega} (1+i)(v_f - v_s),$$

где ρ_i° — истинная плотность; a_* — характерный размер зерен скелета; μ_f — вязкость флюида; η_m , η_μ и η_B — безразмерные коэффициенты взаимодействия фаз, зависящие от структуры среды; ω — частота гармонических колебаний; i — мнимая единица.

Скелет пористой среды предполагается упругим с модулями упругости λ_{s*}, μ_{s*} :

$$\begin{split} \mathbf{\sigma}_{s*}^{kl} &= \mathbf{\alpha}_s (\mathbf{\lambda}_{s*} \mathbf{\delta}^{kl} \mathbf{\varepsilon}_s^{mm} + 2\mathbf{\mu}_{s*} \mathbf{\varepsilon}_s^{kl} + \mathbf{v}_{s*} \mathbf{\delta}^{kl} p_f), \\ \frac{d_s \mathbf{\varepsilon}_s^{kl}}{dt} &= \frac{1}{2} (\nabla^k v_s^l + \nabla^l v_s^k), \quad \mathbf{v}_{s*} = \frac{\mathbf{\lambda}_{s*} + 2/3 \mathbf{\mu}_{s*}}{\mathbf{\lambda}_s + 2/3 \mathbf{\mu}_s}, \end{split}$$

где ε_s — деформации твердой фазы; δ^{kl} — символ Кронекера.



Рис. 1. Схематическое изображение задачи (1, 2, 3 — слои)

Для каждой из фаз примем линейное уравнение состояния в акустическом приближении:

$$p_j - p_{j0} = K_j (\rho_j^\circ - \rho_{j0}^\circ) / \rho_{j0}, \quad \rho_j = \alpha_j \rho_j^\circ,$$
$$j = f, s, \quad \alpha_f + \alpha_s = 1,$$

где нижний индекс 0 означает невозмущенное значение величины; K_j — объемные модули упругости для материала *j*-ой фазы.

Для замыкания системы уравнений используем соотношения между истинными давлениями в фазах и эффективным давлением в скелете:

$$p_{s*} = \alpha_s (p_s - p_f), \quad p_{s*} = -\frac{1}{3} \sigma_{s*}^{mm}.$$

Предложенная система уравнений при заданных входящих в нее параметрах λ_{s*} , μ_{s*} , η_m , η_μ , η_B является замкнутой и позволяет исследовать волновые процессы во флюидонасыщенных пористых средах.

Считаем, что цилиндрическая полость заполнена той же жидкостью, что и пористая среда. На границе полости с пористой средой выполняются условия непрерывности потока жидкости, давления в жидкости и полного напряжения. Рассмотрены случаи открытых (когда возможен беспрепятственный переток жидкости между полостью и пористой средой) или закрытых (когда переток отсутствует) пор на границе.

Линейные волны, распространяющиеся вдоль цилиндрической полости в пористой среде

Рассмотрим двумерное движение, соответствующее распространению волн вдоль цилиндрической полости, окруженной пористой средой. Введем полярные цилиндрические координаты r, ϕ, z , где ось z направлена вдоль оси полости. Приведенная выше система уравнений линеаризуется, ищется решение в виде гармонической волны частоты ω ,



Рис. 2. Фазовые скорости и линейный декремент затухания быстрой и медленной (l1, l2), поперечной (t) и трубной (tube) волн в пористой среде, содержащей газовый гидрат (0.5 порового объема)

т.е. решение вида $w = A_w f_w(r) e^{i(\omega t - kz)}$. При этом в окружающем полость пористом пространстве возмущение представляет собой комбинацию неоднородных объемных продольных и поперечной волн [4]. Дисперсионное соотношение $F(\omega, k) = 0$ для трубных волн выводится из условий на границе полости и пористой среды. На рис. 2, 3 приведены фазовая скорость и линейный декремент затухания для трубных волн в пористой среде, содержащей газовый гидрат, для случая открытых пор на границе. Основные параметры пористой среды (кварц + вода) следующие: $\alpha_f = 0.4$; $a_* = 0.1$ мм; $\eta_m = 1$; $\eta_{\mu} = 100$; $\eta_B = 1.5$; газовый гидрат заполняет 0.5 (рис. 2) и 0.8 порового объема (рис. 3); радиус полости равен 0.1 м.

Из приведенных рисунков видно, что в диапазоне высоких частот (в данных расчетах выше 1 кГц) скорость трубных волн практически постоянна и несколько ниже скорости поперечных волн в окружающей пористой среде, а при снижении частоты скорость трубных волн уменьшается. Это согласуется с приближенной закономерностью для скорости трубных волн в проницаемой среде [1]. При увеличении гидратонасыщенности ско-



Рис. 3. Фазовые скорости и линейный декремент затухания быстрой и медленной (l1, l2), поперечной (t) и трубной (tube) волн в пористой среде, содержащей газовый гидрат (0.8 порового объема)

рость трубной волны в низкочастотном диапазоне становится выше, что связано с уменьшением реальной проницаемости пористой среды и уменьшением обмена жидкостью между полостью и пористой средой.

В рамках линейной теории можно рассматривать распространение сигнала вдоль скважины, представляющей собой цилиндрическую полость в пористой среде, в случаях, когда скважина пересекает слои породы с различными акустическими свойствами [1]. Скорость и затухание при распространении акустического сигнала вдоль полости будут различными на разных участках, и при прохождении границ будут возникать отраженные сигналы. Коэффициенты отражения и прохождения на границах слоев 1–2, 2–3, пересекаемых скважиной (рис. 1), можно рассчитать по формулам

$$R_{12} = \frac{\rho_{f2}^{\circ}/k_2 - \rho_{f1}^{\circ}/k_1}{\rho_{f2}^{\circ}/k_2 + \rho_{f1}^{\circ}/k_1}, \quad T_{12} = 1 + R_{12}$$

$$R_{23} = \frac{\rho_{f3}^{\circ}/k_3 - \rho_{f2}^{\circ}/k_2}{\rho_{f3}^{\circ}/k_3 + \rho_{f2}^{\circ}/k_2}, \quad T_{23} = 1 + R_{23}$$

Эти формулы являются обобщением известных выражений для коэффициентов отражения и прохождения звуковых волн для сплошных сред без дисперсии и диссипации.

Если скважина пересекает несколько границ, то отражение происходит на каждой из них. В частности, в случае двух границ 1–2, 2–3 можно рассмотреть суммарный коэффициент отражения от слоя 2 толщины h_2 [5]:

$$R_{123} = \frac{R_{12} + R_{23}e^{-2ik_2h_2}}{1 + R_{12}R_{23}e^{-2ik_2h_2}}.$$

На рис. 4, 5 приведены рассчитанные частотные зависимости коэффициентов отражения R_{12} от границы 1–2 и R_{123} от гидратонасыщенного слоя 2 для трубных волн в пористой среде для случая открытых пор на границе с цилиндрической полостью. В данных расчетах свойства слоев 1 и 3 одинаковы, поэтому $R_{23} = -R_{12}$. Толщина слоя 2, содержащего газовый гидрат, равна 5 м, доля гидрата в порах составляет 0.5 (рис. 4) и 0.8 (рис. 5). Остальные параметры пористой среды те же, что и на рис. 2, 3.

На рис. 4, 5 различие коэффициентов отражения R_{12} и R_{123} заметно лишь при достаточно низких частотах. При низких частотах эти коэффициенты положительны, т.е. отражение на границе происходит как от акустически более жесткой среды. С увеличением частоты коэффициент отражения уменьшается и при частоте выше 1 кГц становится близким к нулю. Такие значения коэффициентов отражения объясняются соотношениями скоростей трубных волн в низко- и высокочастотном диапазонах: наличие гидрата в пористой среде уменьшает проницаемость и увеличивает скорость трубной волны при низких частотах, но практически не изменяет ее при высоких частотах.

Расчеты показали, что различие коэффициентов отражения R_{12} и R_{123} проявляется лишь в области низких частот при достаточно малой толщине слоя. Так, при принятых в данных расчетах параметрах пористой среды в случае мощности слоя 5 м и гидратонасысыщенности 0.5 коэффициенты R_{12} и R_{123} различаются при частотах ниже 30 Гц, а при гидратонасысыщенности 0.8 — ниже 100 Гц. Для слоя 2 м и гидратонасысыщенности 0.5 коэффициенты R_{12} и R_{123} различаются при частотах ниже 100 Гц. Для слоя 2 м и гидратонасысыщенности 0.5 коэффициенты R_{12} и R_{123} различаются при частотах ниже 100 Гц. а при гидратонасысыщенности 0.5 коэффициенты R_{12} и R_{123} различаются при частотах ниже 100 Гц. а при гидратонасысыщенности 0.8 — ниже 300 Гц.



Рис. 4. Коэффициенты отражения от границы R_{12} и от гидратонасыщенного слоя R_{123} для трубных волн в пористой среде для случая открытых пор на границе. Содержание газового гидрата составляет 0.5 порового объема. Сплошными линиями показаны действительные, штриховыми — мнимые части коэффициентов отражения



Рис. 5. Коэффициенты отражения от границы R_{12} и от гидратонасыщенного слоя R_{123} для трубных волн в пористой среде для случая открытых пор на границе. Содержание газового гидрата составляет 0.8 порового объема. Сплошными линиями показаны действительные, штриховыми — мнимые части коэффициентов отражения

4. Заключение

В линейном приближении исследованы особенности распространения волн давления в цилиндрической полости в пористой среде с гидратосодержащим слоем. Получены дисперсионные соотношения для основной акустической моды в цилиндрической полости в каждом слое, составляющем пористую среду. На основе данных соотношений рассчитаны коэффициенты отражения и прохождения волн через границы слоев внутри полости. Изучено влияние свойств пород, частоты сигнала и протяженности гидратосодержащего слоя на суммарный коэффициент отражения от слоя. Показано, что с увеличением частоты коэффициент отражения от слоя становится близким к нулю. Различие коэффициентов отражения от первой границы и от гидратосодержащего слоя проявляется лишь в области низких частот при достаточно малой толщине слоя.

Список литературы

- [1] Уайт Дж.Э. Возбуждение и распространение сейсмических волн. М.: Недра, 1986. 261 с.
- [2] Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
- [3] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч.1. М.: Наука, 1987. 464 с.
- [4] Губайдуллин А.А., Болдырева О.Ю., Дудко Д.Н. Распространение волн в пористой среде, насыщенной газогидратом или льдом // Вестник Новосибирского гос. университета. 2012. Т. 12, № 4. С. 49-53
- [5] Пузырев Н.Н. Методы и объекты сейсмических исследований. Н-ск: Изд-во СО РАН, НИЦ ОИГГМ, 1997. 301 с.

Linear wave propagation in a cylindrical waveguide in a porous medium with layer containing the hydrate

Gubaidullin A.A., Boldyreva O.Y., Dudko D.N.

Tyumen Branch of Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS, Tyumen

Pressure waves propagating along a cylindrical cavity in a porous medium with hydrate layer are investigated in the linear approximation. Dispersion relations for the basic acoustic mode in a cylindrical cavity in each layer constituting the porous medium are obtained. On the basis of the dispersion relations the coefficients of reflection and transmission through the layer boundaries inside the cavity are calculated. The influence of rock properties, frequency, and length of hydrate layer on the total reflection coefficient from the layer is studied. The obtained results can be used in the interpretation of well data to locate the boundary of layers crossed by the borehole, in particular, layer containing the hydrate.

Keywords: porous medium, gas hydrate, waves, cylindrical cavity





Многофазные системы: модели, эксперимент, приложения

ИМех им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН

Статья рекомендована к публикации Программным комитетом VI Российской конференции «Многофазные системы: модели, эксперимент, приложения»