

# Коллапс слабонесферического кавитационного пузырька<sup>1</sup>

Аганин А.А., Топорков Д.Ю.

Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН, Казань

Изучается возможность возникновения ударных волн в одиночном кавитационном пузырьке и рост его несферичности при коллапсе в воде, ацетоне и тетрадекане (радиус пузырька 500 мкм, давление жидкости – в диапазоне от 1 до 100 бар, ее температура — от 293 до 313 К). Используется относительно простая математическая модель, в которой движение межфазной границы находится из уравнения Рэлея–Плессета, пар с однородным распределением термодинамических параметров описывается уравнением состояния типа Ван-дер-Ваальса. Расчеты показывают, что ударные волны в пузырьке в тетрадекане образуются во всех рассматриваемых условиях, в пузырьке в ацетоне — не возникают лишь при относительно малых давлениях, а в пузырьке в воде отсутствуют всегда. Возмущения сферичности нарастают более всего у пузырька в тетрадекане (до нескольких тысяч раз), а менее всего — у пузырька в ацетоне (несколько десятков раз). У пузырька в воде рост несферичности достигает тысячи раз.

**Ключевые слова:** кавитационная полость, коллапс пузырька, ударные волны, несферичность, искажение сферической формы

## 1. Введение

Одной из интересных особенностей динамики пузырьков в жидкости является возможность достижения в них при определенных условиях высоких плотностей, давлений и температур. Наиболее высокие значения этих параметров в пузырьке достигаются в финальной высокоскоростной стадии его коллапса. Процесс сжатия среды в пузырьке в этой стадии может быть как безударным (однородным или с образованием сходящихся волн, не трансформирующихся в ударные), так и с образованием в пузырьке радиально сходящихся ударных волн. Во втором сценарии степень сжатия среды в центральной области пузырька значительно выше, чем в первом. Одним из существенных ограничений достижения экстремально высоких степеней сжатия среды в пузырьке является рост его несферичности, обусловленный неустойчивостью сферической формы пузырька при коллапсе. Основными причинами возрастания несфе-

ричности пузырька в ходе его коллапса являются уменьшение его радиуса, что определяется неустойчивостью Биркгофа–Плессета [1], и резкое торможение коллапса пузырька при условии, что плотность жидкости больше плотности среды в пузырьке, что обусловлено неустойчивостью Рэлея–Тейлора [2]. Повышения степени сжатия среды в пузырьке можно достичь, в частности, посредством реализации ударно-волнового сценария, учитывая при этом известные зависимости возникновения ударных волн в пузырьке как от свойств его содержимого (молекулярной массы, отношения удельных теплоемкостей), так и от условий коллапса пузырька (перепада давлений жидкости и пара, температуры жидкости) [3]. Однако, следует иметь в виду, что более благоприятные в этом отношении среды и условия могут оказаться также более благоприятными и для нарастания несферичности пузырька при коллапсе.

Сравнение сжатия среды в кавитационном пузырьке в ходе его коллапса в воде и ацетоне при температуре жидкости 293.15 К и давлении жидкости 15 бар проведено в работах [3,4]. Показано, что при рассмотренных в этих работах условиях для реализации сильного сжатия содержимого пузырька

<sup>1</sup>Работа выполнена в рамках программы РАН № 3 П.

сходящимися ударными волнами [3] с наименьшим ростом несферичности пузырька вплоть до момента экстремального сжатия пара [4] ацетон значительно предпочтительнее воды.

В настоящей работе проводится сравнение особенностей коллапса кавитационного пузырька в воде, ацетоне и тетрадекане при разных давлениях и температурах жидкости. Тетрадекан выбран как среда более дружественная (согласно критерию из [3]) к образованию сходящихся ударных волн в полости пузырька.

## 2. Постановка задачи

Рассматривается высокоскоростной коллапс одиночного слабонесферического кавитационного пузырька в жидкости (воде, ацетоне и тетрадекане). Предполагается, что в начале коллапса (момент времени  $t = 0$ ) пузырек находится в покое, радиус пузырька  $R$  равен 500 мкм, температура пара и жидкости равна  $T_0$ , давление пара  $p_b$  равно давлению насыщения  $p_S(T_0)$  при температуре  $T_0$ . Давление жидкости в ходе всего коллапса равно  $p_0$ .

Исследуются возникновение ударных волн в полости кавитационного пузырька и рост его несферичности при коллапсе в воде, ацетоне и тетрадекане при разных давлениях жидкости и начальных температурах сред.

Уравнение межфазной поверхности в сферической системе координат  $r, \theta, \varphi$  принимается в виде

$$r = R(t) + a_{nm}(t)Y_{nm}(\theta, \varphi).$$

Здесь  $a_{nm}$  — амплитуда отклонения формы пузырька от сферической в виде поверхностной сферической гармоники  $Y_{nm}$  степени  $n$  порядка  $m$ . Предполагается, что величина  $a_{nm}$ , отнесенная к радиусу пузырька, в ходе всего коллапса остается малой ( $|\varepsilon_{nm}| \ll 1$ , где  $\varepsilon_{nm} = a_{nm}/R$ ). Как следствие, движение поверхности пузырька представляется в виде суперпозиции сферической составляющей и его малого несферического возмущения. Поскольку эволюция величины  $\varepsilon_{nm}$  не зависит от индекса  $m$ , он в дальнейшем опускается.

Изменение радиуса пузырька  $R$  находится из решения уравнения Рэлея–Плессета

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{\dot{R}}{c_l}\right) R\ddot{R} + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{\dot{R}}{3c_l}\right) \dot{R}^2 = \\ = \left(1 + \frac{\dot{R}}{c_l}\right) \frac{p_b - p_0}{\rho_l} + \frac{R}{c_l} \frac{\dot{p}_b - \dot{p}_0}{\rho_l}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $c_l$  — скорость звука в жидкости;  $\rho_l$  — плотность жидкости.

Изменение давления пара  $p_b$  в пузырьке описывается модифицированным уравнением состояния

Ван-дер-Ваальса [5]

$$p_b = (p_{b,0} + A\rho_{b,0}^\alpha) \left(\frac{\rho_{b,0}^{-1} - B}{\rho_b^{-1} - B}\right)^\gamma - A\rho_b^\alpha, \quad (2)$$

где  $\rho_{b,0}, \rho_b$  — начальная и текущая плотности пара в пузырьке;  $\gamma$  — показатель адиабаты;  $A, B, \alpha$  — константы, которые определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} A &= \frac{V_{cr}^{\alpha+1} R_g T_{cr}}{\alpha (V_{cr} - B)^2}, \quad B = V_{cr} - \frac{2V_{cr}}{\alpha + 1}, \\ \alpha &= \frac{1}{2} \left( \frac{4V_{cr} p_{cr}}{R_g T_{cr}} + \sqrt{\left(\frac{4V_{cr} p_{cr}}{R_g T_{cr}}\right)^2 + 4} \right), \quad (3) \\ V_{cr} &= \frac{1}{\rho_{cr}}, \quad R_g = \frac{R_{ug}}{M}, \end{aligned}$$

где  $T_{cr}, p_{cr}, \rho_{cr}$  — критические значения температуры, давления и плотности;  $R_{ug}, R_g$  — универсальная и индивидуальная газовые постоянные;  $M$  — молекулярная масса.

Для описания изменения амплитуды отклонения  $a_n$  формы пузырька от сферической применяется модель [6] с учетом плотности пара согласно [7]

$$\begin{aligned} (1 + q_n)\ddot{a}_n + \left[ \frac{3\dot{R}}{R} + \frac{2(n+1)(n+2)\nu_l}{R^2} \right] \dot{a}_n + \\ + \left[ \omega_n^2 + \frac{4\nu_l(n^2-1)\dot{R}}{R^3} - \right. \\ \left. - (n-1)(1-q_n)\frac{\ddot{R}}{R} \right] a_n = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

$$q_n = \frac{(n+1)\rho_b}{n\rho_l}, \quad \omega_n^2 = (n^2-1)(n+2)\frac{\sigma}{\rho_l R^3},$$

где  $\nu_l = \mu/\rho_l$  — кинематическая вязкость жидкости. В уравнении (4) не учитывается влияние вихревого движения жидкости, что является приемлемым на стадии коллапса пузырька. При  $t = 0$  принимается  $\varepsilon_n(0) = \varepsilon_{n,0} \neq 0, \dot{\varepsilon}_n = 0$ .

Решение системы уравнений (1)–(4) находится численно методом Дормана–Принса (методом Рунге–Кутты высокого порядка точности с автоматическим выбором шага по времени) [8].

## 3. Методика оценки возникновения ударных волн в пузырьке

Для оценки возникновения ударной волны внутри пузырька в случае его ускоренного коллапса ( $\dot{R} < 0$ ) применяется критерий из работы [3]

$$\min_t \frac{\Delta R_{sh}^*}{R} < 1, \quad (5)$$

где  $\Delta R_{sh}^*$  определяет расстояние от поверхности пузырька (в момент времени  $t$ ) до места возможного возникновения сходящейся ударной волны. Согласно критерию (5), если  $\Delta R_{sh}^* < R$ , то ударная волна успевает возникнуть в полости пузырька в ходе его коллапса. Если же  $\Delta R_{sh}^* > R$ , то происходит однородное сжатие содержимого пузырька или имеет место схождение волны сжатия, которая не успевает трансформироваться в ударную.

Величина  $\Delta R_{sh}^*$  находится из выражений

$$\Delta R_{sh}^* \approx - \left( 1 - \frac{\dot{R}}{c} \right) \frac{c^2}{k \ddot{R}}, \quad k = 1 + \frac{\rho c'(\rho)}{c}, \quad (6)$$

где  $c$  — скорость звука в паре вблизи поверхности пузырька (штрих обозначает производную по плотности при постоянной энтропии).

В работе [3] величины в (6) для критерия (5) находятся по полной гидродинамической модели для пара и жидкости с применением широкодиапазонных реалистичных уравнений состояния, но без учета эффектов теплообмена и массообмена на межфазной границе для исключения влияния тонкого теплового пограничного слоя на граничное значение плотности пара. На рис. 1 показаны пространственные распределения давления в области пузырька и небольшой его окрестности жидкости в финальной стадии коллапса кавитационного пузырька в воде (рис. 1(a)) и ацетоне (рис. 1(b)) при  $p_0 = 15$  бар и  $T_0 = 293$  К, полученные по полной гидродинамической модели работы [3]. Рис. 1(a) иллюстрирует сжатие содержимого пузырька без образования ударной волны. На рис. 1(b) показано, как в пузырьке на некотором удалении от его границы возникает ударная волна, интенсивность которой стремительно нарастает за счет сферического схождения. Как следствие, в малой центральной области кавитационного пузырька при его коллапсе в ацетоне наибольшие значения термодинамических параметров оказываются многократно выше, чем при коллапсе пузырька в воде.

На рис. 2 представлены зависимости параметра  $\Delta R_{sh}^*/R$  от радиуса пузырька  $R$  в ходе его коллапса в воде и ацетоне, рассчитанные по модели (1)–(3) и по значительно более сложной полной гидродинамической модели работы [3]. Видно, что результаты по разным моделям согласуются удовлетворительно. Так, в случае коллапса пузырька в воде минимума параметра  $\Delta R_{sh}^*/R$ , которые используются в (4), для обеих моделей практически совпадают, а для пузырька в ацетоне минимальное значение  $\Delta R_{sh}^*/R$  при использовании модели (1)–(3) оказывается в 2.3 раза меньше, чем при использовании модели работы [3].

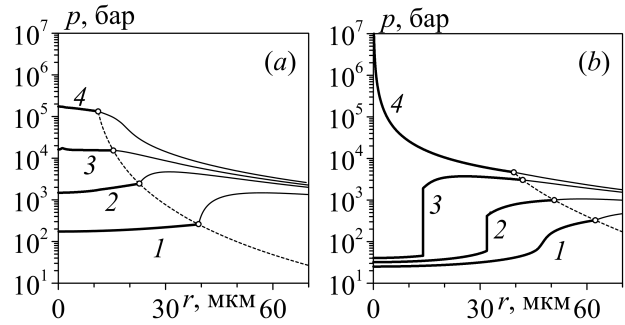


Рис. 1. Радиальные распределения давления в паре и жидкости в моменты времени 1–4 (кривые 1–4) в конце коллапса пузырька в воде (a) и ацетоне (b) при  $p_0 = 15$  бар и  $T_0 = 293$  К. Кривые 4 соответствуют экстремальному сжатию пара. Кружочками отмечены значения давления на межфазной границе (слева — пар, справа — жидкость)

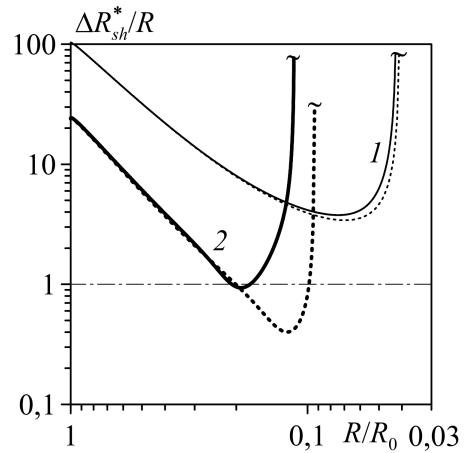


Рис. 2. Изменение в ходе коллапса кавитационного пузырька в воде (кривые 1) и ацетоне (кривые 2) отношения  $\Delta R_{sh}^*/R$ , рассчитанного по модели работы [3] (сплошные линии) и по модели (1)–(3) настоящей работы (пунктирные линии). Штрих-пунктирная линия показывает значение  $\Delta R_{sh}^*/R$  равное единице

#### 4. Особенности радиального движения

На рис. 3(a),(b) показано изменение радиуса пузырька  $R$  (начальный радиус 500 мкм) в ходе коллапса кавитационного пузырька в воде, ацетоне и тетрадекане при давлении жидкости  $p_0 = 15$  бар и ее температуре  $T_0 = 293$  К (минимальные значения радиуса в воде, ацетоне и тетрадекане соответ-

ственно равны 15.3 мкм, 41.5 мкм, 1.9 мкм). Для иллюстрации влияния  $T_0$  на рис. 3(a) приведены также результаты, рассчитанные при  $p_0 = 15$  бар,  $T_0 = 313$  К (минимальные значения радиуса в воде, ацетоне и тетрадекане соответственно равны 23.6 мкм, 54.7 мкм, 3.7 мкм), а для иллюстрации влияния  $p_0$  на рис. 3(b) приведены результаты при  $p_0 = 5$  бар,  $T_0 = 313$  К (минимальные значения радиуса в воде, ацетоне и тетрадекане соответственно равны 18.3 мкм, 43.4 мкм, 1.9 мкм).

На рис. 3(a) видно, что для каждой из сред изменение радиуса на большей части коллапса оказывается близким для разных температур  $T_0$  (при одинаковом давлении  $p_0$ ). При этом увеличение  $T_0$  вызывает повышение минимального радиуса пузырька из-за возрастания давления насыщения пара в начале коллапса и, как следствие, более быстрого роста давления в пузырьке в ходе его коллапса.

Согласно результатам расчетов для одной температуры и разных давлений жидкости  $p_0$  (рис. 3(b)) время коллапса значительно выше при меньшем давлении жидкости, но минимальный радиус при  $p_0 = 5$  бар оказывается лишь немного больше, чем при  $p_0 = 15$  бар (в воде, ацетоне и тетрадекане соответственно на 20%, 4%, 0.1%). Такая слабая зависимость минимального радиуса от давления жидкости объясняется тем, что в рассматриваемых условиях в диапазоне  $p_0$  от 5 до 15 бар пар в финале коллапса сжимается достаточно сильно и размер пузырька оказывается близким к размеру жесткого ядра Ван-дер-Ваальса (которое зависит от  $T_0$  и не зависит от  $p_0$ ).

На рис. 4 приведены рассчитанные по модели (1)–(3) зависимости от давления жидкости  $p_0$  минимальных значений параметра  $\Delta R_{sh}^*/R$ , достигаемых при коллапсе кавитационного пузырька в воде, ацетоне и тетрадекане. Из рис. 4 следует, что согласно критерию (5) в рассматриваемых условиях ( $1 \leq p_0 \leq 100$  бар и  $293 \leq T_0 \leq 313$  К) ударная волна в кавитационном пузырьке в воде возникать не будет. В отличие от этого безударное сжатие содержимого пузырька в ацетоне будет наблюдаться лишь при  $p_0 \leq 5$  бар для  $T_0 = 293$  К и при  $p_0 < 10$  бар для  $T_0 = 313$  К, тогда как в кавитационном пузырьке в тетрадекане сходящиеся ударные волны в рассматриваемых условиях будут образовываться всегда.

## 5. Особенности изменения возмущения сферичности пузырька

Сферическая форма пузырька при его коллапсе, как известно [1, 2], неустойчива. Ее возмущения в ходе коллапса совершают колебания с возрастаю-

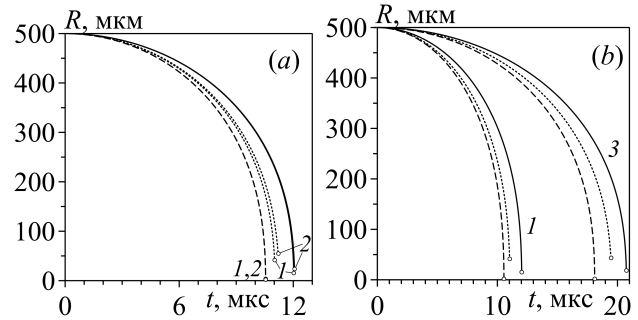


Рис. 3. Изменение радиуса пузырька  $R$  при его сжатии в воде (сплошные линии), ацетоне (пунктирные линии) и тетрадекане (штриховые линии). Кривые 1 (a),(b) соответствуют давлению жидкости  $p_0 = 15$  бар и ее температуре  $T_0 = 293$  К; кривые 2 (a) —  $p_0 = 15$  бар и  $T_0 = 313$  К; кривые 3 (b) —  $p_0 = 5$  бар и  $T_0 = 293$  К. Кружками показан минимальный радиус пузырька

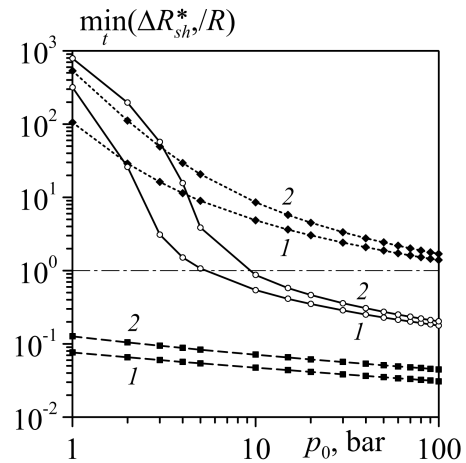


Рис. 4. Минимальные значения параметра  $\Delta R_{sh}^*/R$ , достигаемые при коллапсе кавитационного пузырька в воде (пунктирные линии), ацетоне (сплошные линии) и тетрадекане (штриховые линии), в зависимости от давления жидкости  $p_0$  при ее температуре  $T_0 = 293$  (кривые 1) и 313 К (кривые 2). Штрихпунктирная линия показывает значение  $\Delta R_{sh}^*/R$  равное единице

щей амплитудой. Изменение относительной амплитуды  $|\epsilon_n/\epsilon_{n,0}|$  возмущения сферичности пузырька проиллюстрировано на рис. 5. Для разных  $n$  величина  $|\epsilon_n|$  в момент минимального радиуса из-за влияния фазы колебаний может принимать существенно заниженные значения (вплоть до нуля). На

рис. 5 приведено изменение  $|\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}|$  для двух номеров  $n$ , для которых такое влияние фазы колебаний отсутствует. Приведенные кривые для малых  $n$  ( $n = 2$  в ацетоне и тетрадекане,  $n = 3$  в воде) характеризуют изменение низкочастотных (наиболее легко возбудимых) возмущений сферичности пузырька. Кривые для больших  $n$  иллюстрируют характерное изменение эволюции более высокочастотных возмущений (для воды и ацетона проиллюстрирован максимально возможный при  $p_0 = 15$  бар и  $T_0 = 293$  К рост величины  $|\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}|$  среди всех  $n$ ). Видно, что амплитуда возмущений сферичности растет по закону близкому к степенному, практически одинаковому для разных (не слишком больших)  $n$ . При этом для коллапса пузырька в воде при  $n = 46$  становится существенным влияние вязкости, которое несколько замедляет рост амплитуды колебаний возмущений сферичности в начале коллапса.

Основными причинами возрастания несферичности пузырька в ходе его коллапса являются неустойчивость Биркгофа–Плессета [1], обусловленная уменьшением радиуса пузырька, и неустойчивость Релея–Тейлора [2], определяемая резким торможением коллапса пузырька при условии, что плотность жидкости больше плотности среды в пузырьке. Наиболее сильное проявление неустойчивости Биркгофа–Плессета наблюдается в тетрадекане, значительно меньшее в воде, и наименьшее — в ацетоне, что объясняется существенно различной глубиной коллапса пузырьков.

Проявление неустойчивости Релея–Тейлора в виде резкого финального всплеска несферичности на участке торможения коллапса пузырька имеет место только в воде (рис. 5(а)). Так как для высокочастотных возмущений влияние неустойчивости Релея–Тейлора больше (рис. 5(а)), то увеличение  $n$  при  $n \leq 46$  приводит к росту возмущения в момент минимального радиуса пузырька. При  $n > 46$  сильное влияние вязкости начинает приводить к уменьшению возмущения сферичности в момент минимального радиуса.

В ацетоне неустойчивость Релея–Тейлора отсутствует из-за того, что плотность пара на фазе торможения коллапса оказывается близкой к плотности жидкости. Однако на рис. 2(б) наблюдается некоторое увеличение амплитуды возмущения сферичности пузырька на стадии торможения коллапса при большем  $n$ . Это объясняется тем, что близость плотности пара к плотности жидкости, а значит и близость параметра  $q_n$  в (4) к единице, приводит к понижению влияния радиального ускорения (которое аналогично влиянию поверхностного натяжения). Чем больше скорость изменения искажения (т.е. чем больше номер  $n$ ) при выходе в фазу

пониженного влияния радиального ускорения, тем больше величина всплеска в этой фазе. При  $n \leq 17$ , когда еще не слишком велико влияние вязкости, возмущение сферичности в момент минимального радиуса пузырька с ростом  $n$  несколько увеличивается. При  $n > 17$  вязкость начинает уже оказывать значительное влияние и понижать возмущение сферичности к моменту минимального радиуса пузырька.

В тетрадекане фаза торможения коллапса пузырька является крайне непродолжительной. Поэтому роста возмущения сферичности пузырька в тетрадекане в этой фазе не наблюдается. Как следствие, возмущение сферичности в момент минимального радиуса пузырька с ростом  $n$  только уменьшается.

Максимальный рост возмущения сферичности пузырька в ходе его коллапса оценивается (как и в [4]) по огибающим зависимостей  $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$  от номера  $n$  (рис. 6 и 7). Амплитуда возмущений сферичности пузырька увеличивается к концу коллапса сильнее всего в тетрадекане, а слабее всего — в ацетоне. При этом в тетрадекане наибольший рост амплитуды колебаний имеет место для низкочастотных возмущений (с номером  $n = 2$ ), тогда как в воде и ацетоне максимум роста достигается у возмущений существенно большей частоты (с номерами  $n \approx 46$  и 17 соответственно).

При увеличении температуры  $T_0$  рост несферичности уменьшается (рис. 6). Объясняется это тем, что изменение радиуса практически сохраняется за исключением величины радиуса в финале коллапса. Как следствие, в основном изменяется проявление неустойчивости Биркгофа–Плессета, которое не зависит от номера  $n$ . Различие огибающих зависимостей  $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$  при варьировании  $p_0$  объясняется сильным изменением временной зависимости радиуса  $R(t)$  (рис. 3(б)). Для пузырька в тетрадекане изменяется только проявление неустойчивости Биркгофа–Плессета (как и в случае разных  $T_0$ ), так что огибающая для меньшего  $p_0$  показывает меньшие значения возмущения сферичности. Объясняется уменьшение возмущения сферичности следующим обстоятельством. При уменьшении  $p_0$  скорость возрастания амплитуды возмущений несильно уменьшается (рис. 5). Несмотря на это, в случае очень глубокого коллапса, как в тетрадекане, разница амплитуды колебаний величины  $|\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}|$  в конце коллапса при разных значениях  $p_0$  становится заметной (рис. 7(с)). При существенно менее глубоком коллапсе, как в ацетоне, разница амплитуды колебаний  $|\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}|$  в конце коллапса остается незначительной, так что расхождение огибающих в области малых  $n$ , где определяю-

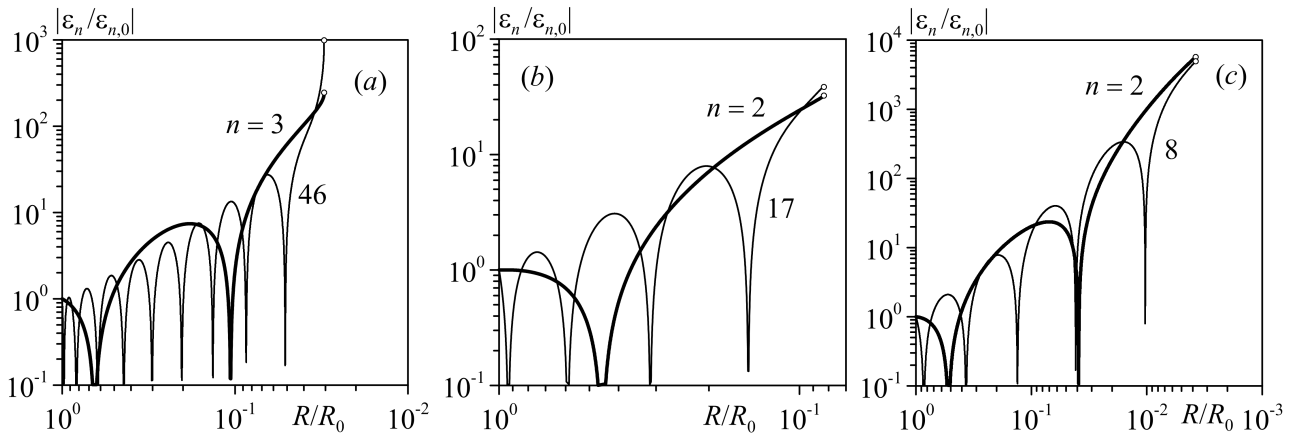


Рис. 5. Эволюция относительной амплитуды возмущения сферичности пузырька  $|\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}|$  при его коллапсе в воде при  $n = 3, 46$  (а), ацетоне при  $n = 2, 17$  (б) и тетрадекане при  $n = 2, 8$  (с) при давлении жидкости  $p_0 = 15$  бар и температуре  $T_0 = 293$  К. Кружками показан минимальный радиус пузырька

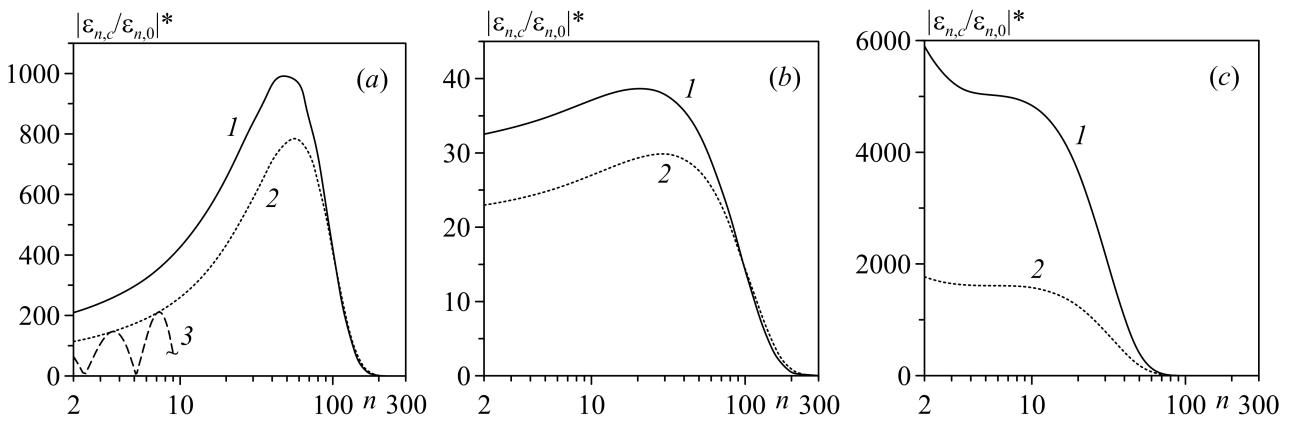


Рис. 6. Огибающие  $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|^*$  зависимостей величины  $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$ , характеризующей рост несферичности пузырька в ходе его коллапса при  $p_0 = 15$  бар в воде (а), ацетоне (б) и тетрадекане (с), от номера гармоники  $n$  при  $T_0 = 293$  К (кривые 1) и  $T_0 = 313$  К (кривые 2) и фрагмент этой зависимости для воды при  $T_0 = 313$  К (кривая 3)

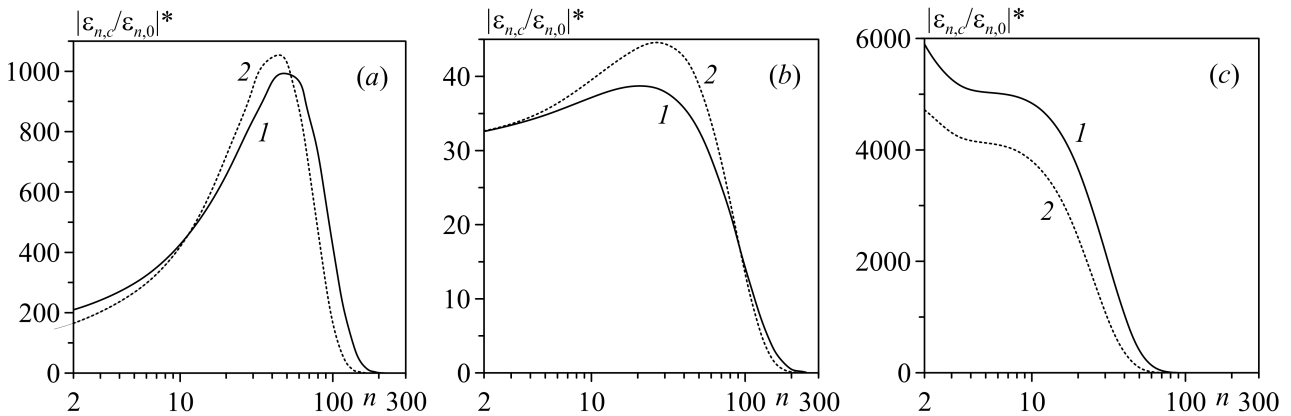


Рис. 7. Огибающие  $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|^*$  зависимостей величины  $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$ , характеризующей рост несферичности пузырька при его коллапсе в воде (а), ацетоне (б) и тетрадекане (с), от номера  $n$ , при температуре  $T_0 = 293$  К (кривые 1 —  $p_0 = 15$  бар, кривые 2 —  $p_0 = 5$  бар)

щее влияние оказывает неустойчивость Биркгофа–Плессета, практически отсутствует (рис. 7(b)). Для пузырька в воде огибающая для меньшего  $p_0$  в области малых  $n$  находится ниже огибающей для большего  $p_0$ . Причина этого в довольно большой глубине коллапса пузырька в воде и в большем (на 20%) минимальном радиусе пузырька при меньшем  $p_0$ .

В ацетоне и воде для относительно больших  $n$ , для которых влияние вязкости еще не велико, для меньшего  $p_0$  значения возмущения сферичности больше. Это объясняется тем, что с уменьшением  $p_0$  продолжительность фазы торможения, где амплитуда возмущения резко возрастает, несколько увеличивается.

## 6. Заключение

Проведено исследование возможности образования ударных волн в полости кавитационного пузырька и роста его несферичности в ходе его коллапса в воде, ацетоне и тетрадекане. Радиус пузырька 500 мкм, давление жидкости  $p_0$  варьируется в диапазоне от 1 до 100 бар, а ее температура  $T_0$  – в диапазоне от 293 до 313 К. Использовалась математическая модель, в которой движение межфазной границы определяется уравнением Рэлея–Плессета, пар имеет однородное распределение термодинамических параметров и описывается уравнением состояния типа Ван-дер-Ваальса. Показано, что ударные волны в полости пузырька при его коллапсе в воде в рассматриваемых условиях не образуются. Ударные волны в кавитационном пузырьке в ходе его коллапса в ацетоне возникают при  $p_0 > 5$  бар в случае  $T_0 = 293$  К и при  $p_0 \geq 10$  бар в случае  $T_0 = 313$  К. Ударные волны в полости пузырька при его коллапсе в тетрадекане образуются при всех рассматриваемых условиях. Установлено, что рост малых возмущений сферичности кавитационного пузырька при его коллапсе оказывается наи-

большим в тетрадекане, существенно меньшим в воде и намного (на порядки) меньшим в ацетоне. Так, при умеренных давлениях жидкости  $p_0 \leq 15$  бар рост амплитуды возмущений сферичности пузырька в тетрадекане достигает нескольких тысяч раз, в воде – около тысячи раз и в ацетоне – нескольких десятков раз.

## Список литературы

- [1] Plesset M.S., Mitchell T.P. On the stability of the spherical shape of a vapor cavity in a liquid // *Quart. Appl. Math.* 1956. V. 13, No 4. P. 419–430.
- [2] Kull H.J. Theory of the Rayleigh-Taylor instability // *Phys. Rep.* 1991. V. 206. P. 197–325.
- [3] Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Топорков Д.Ю., Ильгамов М.А. Образование сходящихся ударных волн в пузырьке при его сжатии // *ДАН.* 2014. Т. 458, № 3. С. 282–286.
- [4] Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Топорков Д.Ю., Ильгамов М.А. Эволюция возмущений сферичности пузырька при его сильном сжатии // *ДАН.* 2016. Т. 467, № 2. С. 168–172.
- [5] Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Ильгамов М.А., Топорков Д.Ю. Эволюция возмущений сферичности парового пузырька при его сверхсжатии // *ПМТФ.* 2014. Т. 55, № 3. С. 82–102.
- [6] Prosperetti A. Viscous effects on perturbed spherical flows // *Quarterly of Appl. Math.* 1977. V. 34. P. 339–352.
- [7] Lin H., Storey B.D., Szeri A.J. Inertially driven inhomogeneities in violently collapsing bubbles: the validity of the Rayleigh-Plesset equation // *J. Fluid Mech.* 2002. V. 452. P. 145–162.
- [8] Хайер Э., Нерсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. М.: Мир. 1990.

## Collapse of weakly nonspherical cavitation bubble

Aganin A.A., Toporkov D.Y.

Institute of Mechanics and Engineering, Kazan

Possibility of realizing shock waves in a single cavitation bubble and the growth of bubble nonsphericity during its collapse in water, acetone, and tetradecane are studied. The radius of the bubble is 500  $\mu\text{m}$ , the liquid pressure and temperature are in the ranges of 1–100 bar and 293–313 K, respectively. A relatively simple mathematical model is used in which the movement of the interphase boundary is governed by the Rayleigh-Plesset equation. The thermodynamic parameters of the vapor are assumed uniform, the state of the vapor being described by the modified Van der Waals equation. The calculations show that the shock waves inside a bubble in tetradecane are found to arise in all the conditions under consideration. Inside the bubble in acetone they do not appear at relatively low pressures while inside the bubble in water they never arise. Sphericity perturbations of the bubble grow to the highest degree in tetradecane (up to several thousand times) and to the smallest degree in acetone (up to several tens of times). In the case of water the perturbations increase up to a thousand times.

**Keywords:** cavity, bubble collapse, shock waves, distortion of spherical shape, bubble nonsphericity

