

# Численное исследование влияния температурной зависимости вязкости на структуру течения Куэтта<sup>1</sup>

Хизбуллина С.Ф.<sup>\*,\*\*</sup>

\* Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа

\*\* Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН, Уфа

В работе приводятся результаты численного исследования влияния зависимости вязкости от температуры на структуру конвективного течения Куэтта термовязкой жидкости в кольцевой области между двумя коаксиальными цилиндрами при условии, когда один из них имеет более высокую температуру. Проведено сравнение конвективного течения Куэтта модельной жидкости с немонотонной зависимостью вязкости от температуры и жидкости с постоянной вязкостью. В зависимости от параметров аномалии вязкости обнаружены стационарный и колебательный режимы течения как с периодическими, так и с неповторяющимися колебаниями вихревых структур. Количество устойчивых по времени вихревых структур также зависит от параметров аномалии вязкости.

**Ключевые слова:** течение Куэтта, температурная зависимость вязкости, структура течения, численное исследование

## 1. Введение

Для эффективности проведения технологического процесса необходимо учитывать гидродинамические особенности движения среды в емкостях. Движение среды может осуществляться либо за счет самого технологического процесса, либо за счет конвективного течения, то есть из-за теплообмена рабочей среды, находящейся в емкости, с окружающей средой. Во многих технологических процессах, в которых реализуется течение Куэтта, рабочая среда представляет собой не только неньютоновскую жидкость, но и обладает переменными теплофизическими свойствами, в частности вязкость жидкости может зависеть от температуры. Учет эффектов течения таких жидкостей представляет сложную задачу, сопряженную с необходимостью применения современных вычислительных средств и методов математического моделирования.

Наличие переменного параметра в гидродинамической системе может существенно влиять на ее устойчивость [1], что может быть использовано для

управления движением жидкости в различных технологических процессах. Ранее в работах [2, 3] была рассмотрена задача о нестационарном течении аномально термовязкой жидкости между вращающимся с постоянной угловой скоростью внутренним цилиндром и покоящимся внешним цилиндром, которые имеют ограниченную высоту. Параметрическое исследование показало, что немонотонная зависимость вязкости от температуры приводит к существенному изменению динамических характеристик течения и к возникновению различных режимов течения: стационарному, колебательному и хаотическому. Тогда, как для жидкости с постоянной вязкостью и жидкости с монотонно-убывающей зависимостью вязкости от температуры, течение при той же угловой скорости является стационарным. Устойчивость течения теряется при числах Рейнольдса меньших, чем для течения среды с постоянной вязкостью. Установлено, что характер течения с увеличением отношения максимального и минимального значений вязкости в рассматриваемом диапазоне температур претерпевает несколько четко выраженных переходов, начиная от периодического течения и заканчивая хаотическим режимом, и обратно от хаотического течения к периодическому.

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 14-08-97060-р\_поволжье\_a).

Целью настоящей работы является численное исследование влияния зависимости вязкости от температуры на динамику образующихся вихревых структур при течении Куэтта при изменении высоты емкости, угловой скорости вращающегося внутреннего цилиндра в зависимости от параметров аномалии вязкости жидкости.

## 2. Постановка задачи

Для численного исследования влияния температурной зависимости вязкости на структуру течения Куэтта рассматривается конвективное течение модельной жидкости в емкости, представляющей собой зазор между двумя коаксиальными цилиндрами, которые имеют ограниченную высоту  $L$ , в предположении, что внутренний цилиндр радиуса  $R_i$  вращается с постоянной угловой скоростью  $\Omega$ , в то время как внешний цилиндр радиуса  $R_o$  находится в покое. При построении математической модели будем считать, что:

- жидкость несжимаема;
- течение является осесимметричным и ламинарным;
- массовые силы отсутствуют;
- коэффициенты теплопроводности и теплоемкости жидкости постоянны;
- вязкость есть функция температуры.

Основными уравнениями, описывающими данное течение жидкости, являются уравнения количества движения, уравнение сохранения энергии, уравнение сохранения массы и уравнения, связывающие девиатор тензора напряжения и тензор скоростей деформации [3, 4]:

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \right) &= -\nabla p + \nabla \cdot \underline{\underline{\tau}}, \\ \rho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla T \right) &= \kappa \Delta T + \underline{\underline{D}} : \underline{\underline{\tau}}, \\ \nabla \cdot \vec{u} &= 0, \quad \underline{\underline{D}} = \frac{1}{2} (\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T), \\ \tau_{ij} &= 2\mu_{\min} \left[ 1 + A_1 \exp[-A_2 (T - T_*)^2] \right] \dot{\epsilon}_{ij}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\vec{u} = (u, v, w)$  — вектор скорости жидкости;  $p$  — давление жидкости;  $\rho$  — плотность жидкости;  $T$  — температура жидкости;  $\underline{\underline{\tau}}$  — девиатор напряжения;  $c_p$  — теплоемкость жидкости при постоянном давлении;  $\kappa$  — коэффициент теплопроводности;  $\underline{\underline{D}}$  — тензор скоростей деформации;  $\tau_{ij}$  — компоненты девиатора тензора напряжений;  $\dot{\epsilon}_{ij}$  — компоненты тензора скоростей деформации;  $A_1 = (\mu_{\max}/\mu_{\min} - 1)$  — параметр аномалии вязкости, характеризующий отношение максимального и минимального значений вязкости в диапазоне темпера-

тур  $(T_0, T_w)$ ;  $A_2 > 0$  — параметр аномалии вязкости, характеризующий степень заполненности данного температурного диапазона аномалией вязкости (его увеличение свидетельствует о сужении диапазона температур, на котором происходит немонотонное изменение вязкости);  $T_* = 0.5(T_0 + T_w)$  — температура, при которой жидкость имеет максимальную вязкость.

Данную систему уравнений необходимо дополнить начальными и граничными условиями в виде:

$$\begin{aligned} t = 0: \quad \vec{u} &= 0, \quad T = T_0, \\ r = R_i: \quad v &= \Omega R_i, \quad u = w = 0, \quad T = T_w, \\ r = R_o, z = 0, z = L: \quad \vec{u} &= 0, \quad T = T_0. \end{aligned} \quad (2)$$

Система дифференциальных уравнений (1), дополненная начальными и граничными условиями (2), полностью описывает конвективное течение жидкости с температурной зависимостью вязкости.

## 3. Результаты численного исследования

В результате проведенных численных исследований было выявлено, что общая картина конвективного течения термовязкой жидкости в кольцевой области между двумя коаксиальными цилиндрами происходит по схожему сценарию: варьирование параметров аномалии вязкости приводит к классической схеме перехода к хаосу. Установлено, что характер течения с увеличением отношения максимального и минимального значений вязкости  $A_1$  претерпевает несколько четко выраженных переходов: наблюдается переход от стационарного режима к периодическому и в дальнейшем к неустойчивому режиму с неповторяющимися колебаниями и обратно от хаотического течения к стационарному через периодические колебания. Уменьшение параметра  $A_2$ , характеризующего ширину температурного диапазона аномалии вязкости, приводит к большей неустойчивости течения и к увеличению зоны хаотического режима. Полученные рисунки наглядно демонстрируют образование вихревых структур в кольцевой области между двумя цилиндрами в осевом сечении.

При проведении численного исследования предполагалось, что следующие параметры задачи остаются постоянными:

- параметры жидкости:  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ ,  
 $\alpha = \kappa/\rho c_p = 1.13 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $\mu_{\min} = 0.0045 \text{ Па}\cdot\text{с}$ ;
- отношение радиусов  $\eta = R_i/R_o = 0.5$ ,  
где  $R_i = 0.005 \text{ м}$ ,  $R_o = 0.01 \text{ м}$ ;
- температура на границах:  $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  
 $T_w = 90 \text{ }^\circ\text{C}$ .

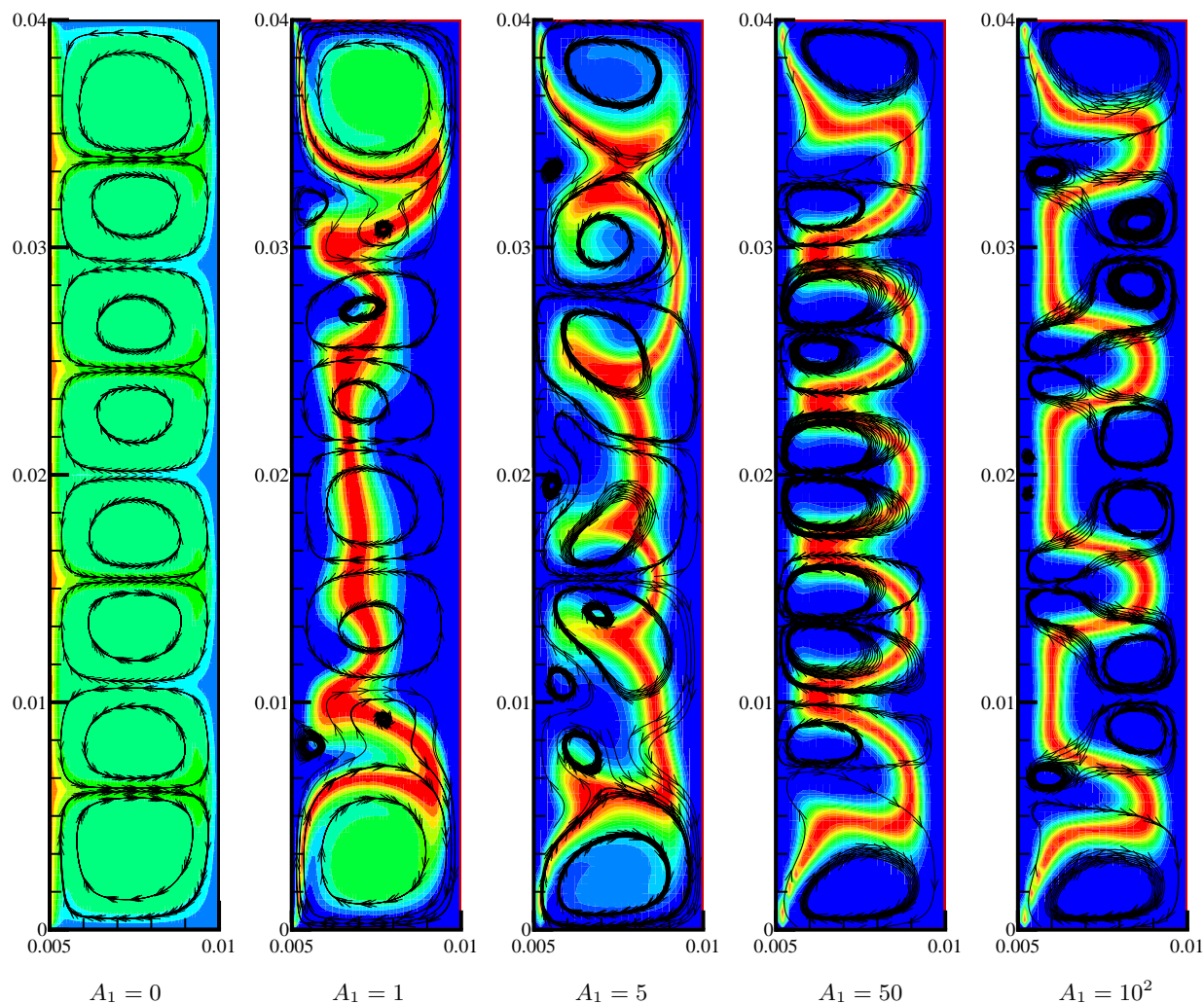


Рис. 1. Характерные вихревые структуры в зависимости от параметра аномалии  $A_1$

В данной работе варьировались следующие параметры задачи: характеристическое соотношение  $\Gamma = L/d$ ,  $d = R_o - R_i$ , угловая скорость вращения внутреннего цилиндра  $\Omega$ , а также параметры температурной зависимости вязкости  $A_1$  и  $A_2$ .

На рис. 1 приведены характерные образующиеся вихревые структуры при течении Куэтта модельной жидкости для различных значений параметра аномалии  $A_1$ . Здесь  $\Gamma = 8$ ,  $\Omega = 20\text{c}^{-1}$ ,  $A_2 = 0.01$ . Параметр  $A_1 = 0$  соответствует течению жидкости с постоянной минимальной вязкостью. В этом случае течение является устойчивым, симметричным, образуются восемь вихревых структур по высоте емкости. Жидкость в емкости прогревается равномерно до  $48^\circ\text{C}$ , что хорошо видно на рисунке для  $A_1 = 0$ , где показано температурное поле жидкости. На других рисунках показаны образующиеся поля вязкости и вихревые структуры для модель-

ной жидкости (1). Здесь красный цвет соответствует максимальному значению вязкости, а синий — минимальному значению вязкости соответственно. Для заданных параметров задачи динамика течения в начальный момент времени одинаковая: образуется вихревая структура аналогична той, если бы жидкость имела постоянную вязкость. В дальнейшем картина течения начинает меняться и ее развитие происходит в зависимости от вязкости, которая меняется вслед за изменением температурного поля. С увеличением параметра аномалии  $A_1$  нарушается симметрия течения. Неизменными во времени остаются лишь две вихревые структуры вблизи торцов, образовавшиеся в начальный момент времени. В средней части емкости в зависимости от расположения «вязкого барьера» могут как зарождаться новые вихревые структуры, которые далее растут, занимая все поперечное сечение емко-

сти, так и объединяться в один вихрь. Образующиеся вихревые потоки смещают зону максимального значения вязкости по ширине емкости, что приводит к возникновению волнообразной структуры с несколькими максимумами вязкости по высоте емкости. В зависимости от параметров аномалии вязкости обнаружены стационарный и колебательный режимы течения как с периодическими колебаниями, так и с неповторяющимися колебаниями. Количество устойчивых по времени вихревых структур также зависит от параметров аномалии вязкости.

При небольших значениях угловой скорости  $\Omega$  возникают лишь устойчивые вихревые структуры симметричные относительно середины емкости. При этом образовавшийся «вязкий барьер» имеет практически постоянную ширину во высоте емкости, не меняет своей формы и местоположение после установления течения. С увеличением угловой скорости зона колебательного течения смещается в сторону увеличения параметра  $A_1$ , то есть при небольших значениях  $A_1$  и большей угловой скорости наблюдаются устойчивые вихревые структуры с равномерным прогревом жидкости.

Уменьшение характеристического соотношения  $\Gamma$  качественную картину течения не меняет. При этом зона колебательного течения уменьшается и смещается в сторону уменьшения параметра аномалии  $A_1$ .

Для параметра  $A_2 = 0.005$  и значения  $A_1 > 100$  обнаружен режим, когда в средней части течения практически отсутствует. Вихревые структуры возникают лишь вблизи торцов емкости, причем с увеличением параметра  $A_1$  вихри все ближе располагаются к торцам, и зона с нулевой скоростью в средней части увеличивается. После установления те-

чения образовавшийся «вязкий барьер» не меняет своей формы и местоположение.

#### 4. Заключение

В данной работе на основе численного моделирования проанализировано влияние температурной зависимости вязкости на структуру конвективного течения Куэтта модельной жидкости. Показано, что при конвективном течении жидкости с немонотонной температурной зависимостью вязкости могут возникать различные режимы течения, что отражается на образовании и динамике вихревой структуры течения. Меняя параметры аномалии вязкости или угловую скорость вращения цилиндра, можно получить различные картины течения. Это явление можно использовать для эффективного проведения технологического процесса, в частности для процессов перемешивания в емкости.

#### Список литературы

- [1] Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
- [2] Khizbullina S.F., Urmanceev S.F. Oscillation regimes of dynamic parameters changing in Couette flow of anomalous thermoviscous liquids // Procedia IUTAM. 2013. Vol. 8. P. 153–160.
- [3] Хизбуллина С.Ф. Математическая модель течения Куэтта неньютоновской аномально термовязкой жидкости // Тепловые процессы в технике. 2015. № 7. С. 290–294.
- [4] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 840 с.

## Numerical research of influence of viscosity–temperature relation on structure of Couette flow

Khizbullina S.F.<sup>\*,\*\*</sup>

\* Ufa State Petroleum Technological University, Ufa

\*\* Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa

In work results of a numerical research of influence of viscosity-temperature relation on structure of a convective Couette flow of thermoviscous liquid are presented in ring area between two coaxial cylinders under a condition when one of them has more high temperature.

Comparison of a convective Couette flow of model liquid with non-monotone temperature dependence of viscosity and liquid with constant viscosity is carried out. Depending on parameters of viscosity anomaly the steady and oscillation flow regimes both with periodic and with not repeating fluctuations of vortex structures are found. The number of time-constant vortex structures also depends on parameters of viscosity anomaly.

**Keywords:** Couette flow, viscosity-temperature relation, flow structure, numerical research

