

# К моделированию вихревой трубы: подготовка гексагональной сетки для вычислительных экспериментов в среде OpenFOAM<sup>1</sup>

Михайленко К.И.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН, Уфа

Рассматриваются основные приёмы построения гексагональных сеток в декартовых координатах для трёхмерной цилиндрической области. Представлено несколько вариантов таких сеток, описывающих внутреннюю область вихревой трубы. Обсуждаются достоинства и недостатки построенных сеток. Для моделирования динамики газа в вихревой трубе записана математическая модель — система уравнений Навье–Стокса, описывающая сжимаемый вязкий флюид, замыкаемая уравнением состояния идеального газа. Решение проводится по алгоритму PIMPLE в пакете OpenFOAM. Приведены результаты моделирования процесса на разных сетках, включая результат с инверсией температурного поля. Обсуждаются полученные результаты.

**Ключевые слова:** вихревая труба, математический эксперимент, вычислительная гидродинамика, 3D-сетка, OpenFOAM

## 1. Введение

Вихревая труба — это очень простое устройство, отвечающее за производство горячего и холодного потока газа из поступающего потока сжатого газа нормальной температуры. Впервые эффект вихревой трубы был описан в работе Ж.Ж. Ранка 1933 года [1], а первое исследование влияния геометрических параметров вихревой трубы на получаемый эффект проведено Р. Хилшем [2]. В результате вихревая труба также зачастую называется «вихревой трубой Ранка–Хилша», а эффект температурной стратификации — «эффектом Ранка–Хилша». Рассматриваемый эффект заключается в том, что при сравнительно простой геометрии вихревой трубы, схематическое изображение которой показано на рис. 1, подаваемый через завихритель газ разделяется на два вихря: периферийный, имеющий температуру выше подаваемого газа, и центральный — с температурой ниже исходной. Таким

образом, на основе эффекта Ранка–Хилша создаются охлаждающие устройства без движущихся частей.

В настоящее время существует значительное количество экспериментальных и теоретических работ, посвящённых исследованию эффекта Ранка–Хилша. В качестве знаковых можно выделить обзоры, сделанные А.Ф. Гуцолом [3] и более современный S. Eiamsa-ard и P. Promvonge [4]. Приведённые работы наглядно показывают неснижающийся интерес к исследуемому эффекту и сохраняющуюся актуальность.

Стоит также отметить ряд более современных работ, например, экспериментальные исследования К. Devade и А. Pise [5], в которых рассматривается влияние формы конусообразной стенки на исследуемый эффект; исследования влияния внешних факторов, таких как термоэлектрическое воздействие на вихревую трубу, описываемого в работе W. Rattanongphisat и К. Thungthong [6]. Также проводятся и теоретические исследования как самого явления, так и возможностей современных численных методов его описания. Примером такого исследования является работа Н. Thakare и А. Parekh [7].

Для численного решения математических моделей рассматриваемых процессов воспользуем-

<sup>1</sup>Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных исследований РАН по приоритетным направлениям №IV.4.12 «Динамика формирования и взаимодействия волн и вихрей в сплошных средах»

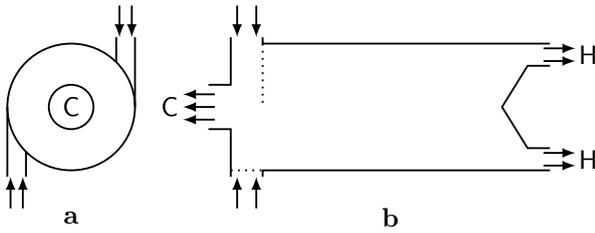


Рис. 1. Схема противоточной вихревой трубы: **а** — вид со стороны завихрителя и центрального сопла для выхода холодного (С) потока; **б** — продольный разрез; стрелками, направленными внутрь области обозначен входящий поток завихрителя; символом С обозначен выходящий холодный поток, образуемый центральным вихрем; символом Н обозначен выходящий горячий поток, образуемый периферийным вихрем

ся интегрируемой платформой OpenFOAM [8]. OpenFOAM представляет собой открытое свободно распространяемое множество инструментов для вычислительных операций со скалярными, векторными и тензорными полями (FOAM = Field Operation And Manipulation). Основное предназначение данного инструментария в настоящее время решение задач вычислительной гидродинамики. Ядро OpenFOAM состоит из ряда библиотек-решателей для решения систем дифференциальных уравнений в частных производных конечно-разностными алгоритмами, основанными на методе конечного (контрольного) объема. Это могут быть как «стандартные» системы уравнений, так и задаваемые пользователем. Последнее обстоятельство делает рассматриваемый инструмент чрезвычайно удобным для фундаментальных исследований в области механики сплошных сред.

## 2. Математическая модель

Функционирование вихревой трубы описывается на основе турбулентной модели газовой динамики. Здесь динамика газа задается уравнениями неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{U}) = 0, \quad (1)$$

сохранения импульсов

$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{U} \times \mathbf{U}) = -\nabla p, \quad (2)$$

полной энергии

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{U} E) = -\nabla p \mathbf{U}. \quad (3)$$

Система уравнений замыкается уравнением состояния идеального газа

$$p = (\gamma - 1)\rho \epsilon. \quad (4)$$

В записи системы (1)–(4) использованы стандартные обозначения:  $\mathbf{U}$  — вектор скорости;  $\rho$  — плотность;  $p$  — давление;  $E = \epsilon + \frac{1}{2}|\mathbf{U}|^2$  — удельная полная энергия;  $\epsilon$  — удельная внутренняя энергия;  $\gamma$  — показатель адиабаты.

Граничные условия стандартны для такого рода задач. На стенках вихревой трубы ставится условие проскальзывания; на входе задается постоянный расход при заданной температуре, а на выходах — условие протекания. Начальные условия задаются атмосферным давлением при той же температуре, при которой в дальнейшем подается газ на входе. Начальная скорость равна нулю.

## 3. Разностная сетка

При построении разностной сетки для моделирования динамики газа в канале вихревой трубы будем следовать следующим утверждениям: структурированная (упорядоченная) — позволяет точнее аппроксимировать производные; использование структурированной сетки приводит к ускорению вычислительного процесса при фиксированном числе узловых точек; структурированная сетка уменьшает необходимый для расчетов объем оперативной памяти компьютера, упрощает процесс пространственной декомпозиции расчетной области при распараллеливании вычислений; ортогонализованная структурированная сетка снижает вычислительную погрешность.

Построение ортогонализованной структурированной вычислительной сетки с гексагональными ячейками для метода контрольного объема, описывающей цилиндрическую область, не представляет технической проблемы. Однако, при построении вычислительной сетки следует учитывать две особенные области: область завихрителя, в которой необходимо задать каналы входящего потока, и область противоположного торца, где находится конусообразная стенка, как это показано на рис. 1(б).

Основная идея построения ортогонализованной структурированной вычислительной сетки с гексагональными ячейками для цилиндра заключается в разбиении окружности сечения цилиндра на пять гексагональных областей, показанных на рис. 2. Такая схема разбиения позволяет получить структурированную сетку с достаточно малыми отклонениями от ортогональности. Однако, следует отметить, в среде OpenFOAM при сборке вычислительной сетки из гексагональных областей их стыковка производится узел-в-узел. Соот-

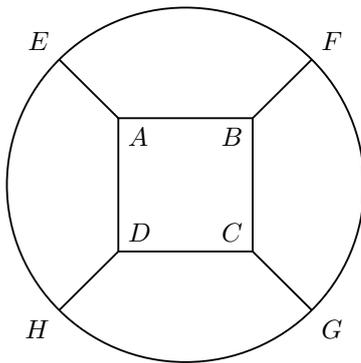


Рис. 2. Схема разбиения сечения цилиндра на пять областей для построения ортогонализированной структурированной сетки

ветственно, при указанном виде разбиения возникает несколько сложно разрешимых проблем. Так, подводящие каналы завихрителя при использовании данной схемы разбиения будут пристыкованы, например, к рёбрам  $EF$  и  $GH$ . Без изменения геометрии областей высота таких каналов будет равна половине диаметра вихревой трубы, что, конечно, не соответствует общей физической картине и, по-видимому, отрицательно скажется на исследуемом эффекте. Изменение размещения стыковых точек (изменение геометрии областей) неизбежно приведёт к росту неортогональности и неравномерности структурированной сетки, что в свою очередь, увеличит время вычислений и приведёт к росту вычислительной ошибки. Кроме того, подобный вид разбиения не позволяет аккуратно задать области выхода холодного и горячего потоков. Также, наличие центрального квадрата в представленном виде не позволяет удобным образом задать конусообразную стенку на «горячем» торце вихревой трубы.

Описанные проблемы можно минимизировать, или полностью исключить их влияние, если центральный квадрат заменить четырьмя четырёхугольниками, образующими правильный восьмиугольник с общей точкой на оси цилиндра (см. рис. 3(a)); либо заменить тремя четырёхугольниками, образующими правильный шестиугольник, также с общей точкой на оси цилиндра (рис. 3(b)). Оба указанных подхода к построению структурированной сетки позволяют аккуратно аппроксимировать все особенности, которыми обладает канал вихревой трубы.

На рис. 3(a),(b) можно видеть следующие блоки:

- четыре (a) и три (b) центральных четырёхугольника, обозначенные синим символом «a» в которые трансформировался центральный

квадрат, показанный на рис. 2;

- оставшая часть центральной кольцевой области, которая образована фигурами, помеченными синим символом «с»;
- пристеночная область, блоки которой помечены красным символом «h» каждый;
- фиолетовый символ «i» отмечает блоки, через которые организуется подача воздуха;
- наконец, символом «t» обозначены блоки, образующие остальную, не выделяемую специально, область вихревой трубы.

Таким образом, на схемах (рис. 3) цветом символов отмечены следующие области вихревой трубы:

**синий** — центральная область, торцевые стороны образующих её блоков («a» и «с») со стороны завихрителя составляют выходное отверстие для центрального вихря («холодный» выход);

**красный** — пристеночная область, торцы образующих её блоков («h») с противоположной стороны составляют кольцевое отверстие для выхода периферийного вихря («горячий» выход);

**фиолетовый** — блоки («i»), на боковых стенках которых ставится граничное условие, описывающее подачу воздуха.

На рис. 3(c) схематично показано, как блоки, образующие канал вихревой трубы, формируют конусообразную стенку.

Общий вид вычислительной сетки, построенной на основе скомпонованных описанным выше способом блоках, приведён на рис. 4. На данном рисунке показана структура конечно-разностной сетки со стороны подводящих патрубков завихрителя и «холодного» выхода (рис. 4(a)) и с противоположной стороны цилиндра — конусообразной стенки и «горячего» выхода (рис. 4(b)).

#### 4. Вычислительный алгоритм

Для численного решения задач газовой динамики с учётом турбулентности в пакете OpenFOAM воспользуемся готовым решателем, реализующим алгоритм PIMPLE (Merged PISO-SIMPLE algorithm).

Как следует из названия, рассматриваемый алгоритм объединяет алгоритмы PISO (Pressure Implicit with Split Operator) и SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) таким образом, что за время каждого шага по времени PISO-алгоритма вызываются несколько внутренних итераций SIMPLE-алгоритма. Такой подход

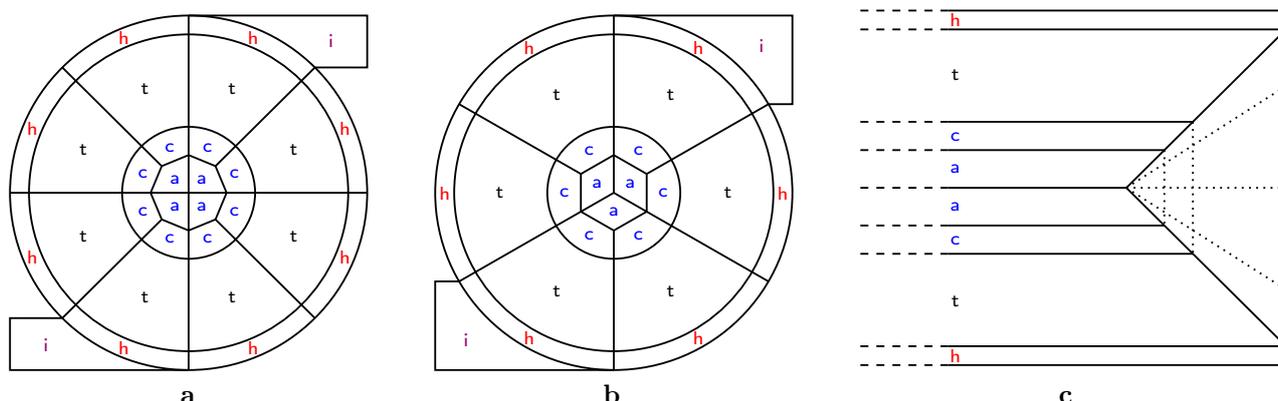


Рис. 3. Схема разбиения сечения цилиндра с четырьмя центральными четырёхугольниками, образующими восьмигранник (а), и схема разбиения с тремя центральными четырёхугольниками, образующими шестигранник (б), в обоих случаях показано сечение в области завихрителя; схема разбиения на блоки вдоль цилиндра для описания геометрии конуса на торце «горячего» выхода (с)

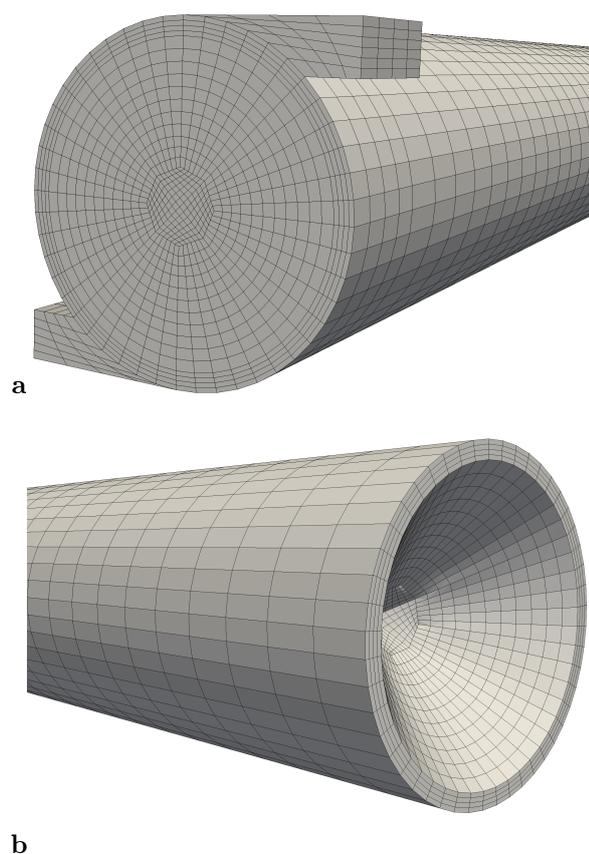


Рис. 4. Внешний вид разностной сетки для канала вихревой трубы со стороны завихрителя и «холодного» выхода (а) и со стороны «горячего» выхода (б)

позволяет сохранять устойчивость вычислительного процесса при более высоких числах Куранта.

Расчёт турбулентной составляющей проводился в соответствии с методом LES (Large Eddy Simulation).

## 5. Некоторые результаты

На основе описанных выше уравнений и вычислительных алгоритмов проводилось моделирование динамики газа в канале вихревой трубы для двух основных рассмотренных в разделе «Разностная сетка» конфигураций сетки узловых точек (контрольных объёмов).

В обеих конфигурациях сеток при задании одинаковых начальных и граничных условий автоматически формируется двухвихревая структура с противоположно направленными центральным и периферийным вихрями. Пример образующейся двухвихревой структуры показан на рис. 5. На данном рисунке приведены линии тока, вдоль которых цветом отмечена продольная составляющая вектора скорости  $U_z$ .

Однако, для двух рассмотренных конфигураций вычислительной сетки, картина температурного распределения оказалась существенно различной, как это можно видеть на рис. 6. На этих рисунках приведены картины распределения температуры в двух ортогональных плоскостях, ориентированных вдоль канала трубы. Границы канала показаны контуром.

Различие между двумя конфигурациями вихревой трубы заключалось в геометрии подводящих патрубков. Они различались размером сторон прямоугольной проекции на плоскость сечения цилиндра трубы. Данный факт можно отметить при изу-

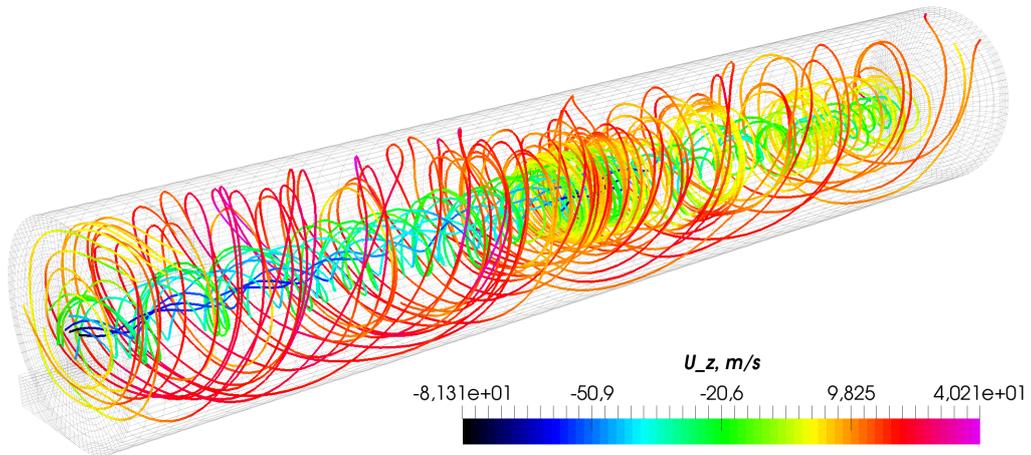


Рис. 5. Распределение вихрей в канале вихревой трубы; цвет линий тока определяет величину продольной составляющей вектора скорости  $U_z$

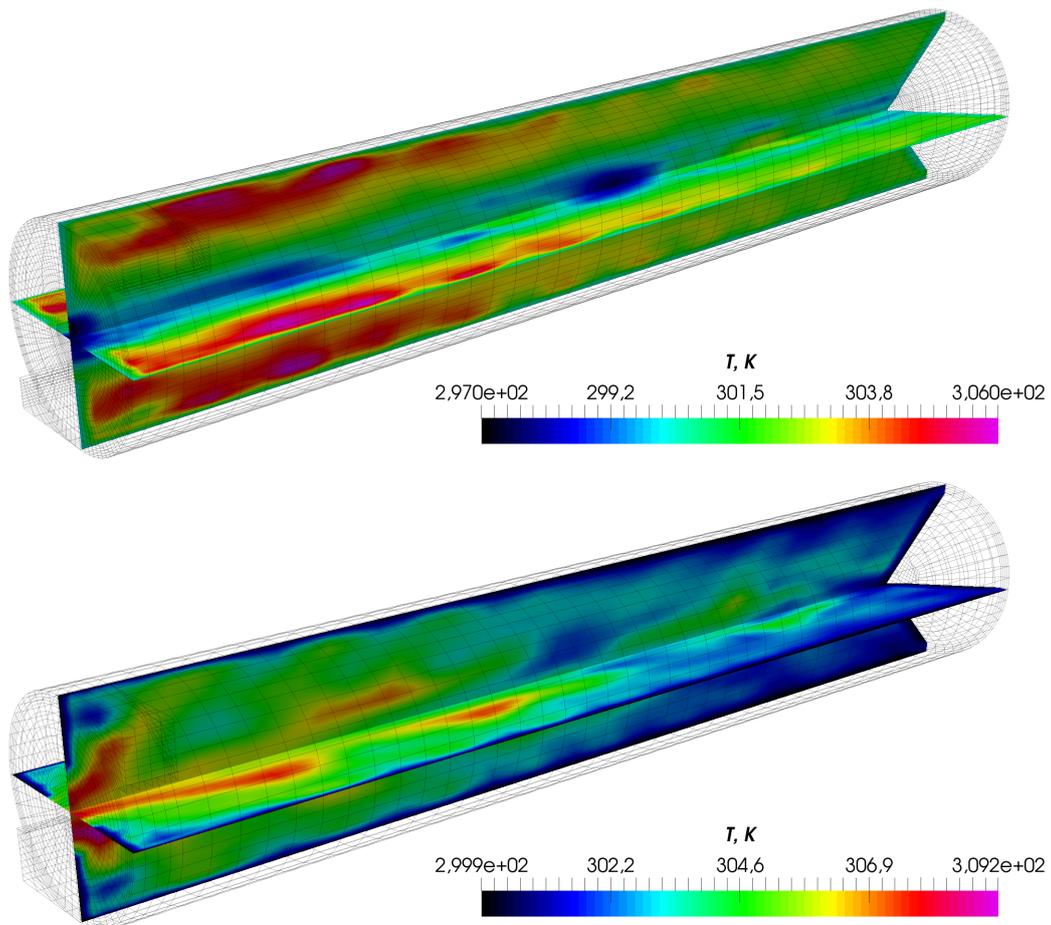


Рис. 6. Распределение температуры в канале вихревой трубы для двух вариантов конфигурации разностной сетки и завихрителя: сверху — «стандартное» распределение температуры; внизу — распределение в случае температурной инверсии

чении схемы разбиения сечения вихревой трубы в области завихрителя, показанной на рис. 3(a),(b). Следует обратить внимание, что вертикальные, относительно схемы, размеры блоков, обозначенных символом «i», различаются более чем на 40%. Однако, при этом надо отметить, что площадь подводящих патрубков в обоих случаях одинакова, что достигается разной протяжённостью задающих сечение подводящих патрубков прямоугольников в направлении длины трубы.

Второе существенное различие между конфигурациями заключается в количестве и размере ячеек конечно-разностной сетки (контрольных объёмов). Если при построении конечно-разностных сеток руководствоваться необходимостью сохранять равномерность сетки по направлению любой оси, разница между сеткой типа «с центральным восьмиугольником» (рис. 3(a)) и сеткой типа «с центральным шестиугольником» (рис. 3(b)) будет значительна. Так, если в первом случае общее количество ячеек сетки составляет 90500, то во втором — лишь 38272. С одной стороны, некоторое изменение размера ячейки (контрольного объёма) позволяет увеличить шаг по времени при той же величине числа Куранта. Однако, так как различие в линейных размерах ячеек оказывается порядка 0,25, выигрыш во времени вычислений незначителен.

Следует также отметить, что проведённые исследования пока не позволяют подтвердить или опровергнуть гипотезу [9] о механизме температурного перераспределения в канале вихревой трубы, связанную с режимом расширением и охлаждением поступающего в канал через завихритель газа с последующим выдавливанием образовавшейся холодной фракции центральным вихрем, играющим роль поршня.

## 6. Заключение

В представленной вашему вниманию работе показано, что пакет моделирования гидродинамики OpenFOAM позволяет рассчитывать процессы в трубе Ранка–Хилша с использованием простых ортогонализированных структурированных сеток. Некоторая сложность в разбиении вычислительной области на контрольные объёмы в этом случае окупается точностью и скоростью вычислений.

Показано также, что при таком моделировании возможно получать нестандартные эффекты. Различия в распределении температуры в канале вихревой трубы в двух рассмотренных случаях диктуется, по-видимому, либо различиями в геометрии подводящих патрубков завихрителя, либо погрешностями вычислений на крупных ячейках, ли-

бо влиянием обоих факторов. Также нельзя исключать и возможность того, что в расчётах при температурной инверсии проявляется ещё один неучтённый фактор, например, выбор более сложного уравнения состояния или учёт диссипативной (вязкой) составляющей в уравнениях сохранения импульсов и уравнении энергии. Данный вопрос требует дальнейших исследований.

Также последующие вычислительные эксперименты должны позволить выбрать наиболее адекватную рассматриваемому процессу модель турбулентности.

## Список литературы

- [1] Ranque, G.J. Experiments on expansion a vortex with Simultaneous Exhausts of hot air and cold air (in French) // *J. Phys. Radium*. 1933. V. 4. Pp. 112–114.
- [2] Hilsch, R. The Use of the Expansion of Gases in a Centrifugal Field as Cooling Process // *Review of Scientific Instruments*. 1947. V. 18. Pp. 108–113.
- [3] Гуцол А.Ф. Эффект Ранка // *Успехи физических наук*. 1997. Т. 167, №6. С. 665–687.
- [4] Eiamsa-ard S., Promvong P. Review of Ranque–Hilsch effects in vortex tubes // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2008. V. 1. Pp. 1822–1842.
- [5] Devade K., Pise A. Effect of Cold Orifice Diameter and Geometry of Hot end Valves on Performance of Converging Type Ranque Hilsch Vortex Tube // *Energy Procedia*. 2014. V. 54. Pp. 642–653.
- [6] Rattanongphisat W., Thungthong K. Improvement Vortex Cooling Capacity by Reducing Hot Tube Surface Temperature: Experiment // *Energy Procedia*. 2014. V. 52. Pp. 1–9.
- [7] Thakare H., Parekh, A. CFD analysis of energy separation of vortex tube employing different gases, turbulence models and discretisation schemes // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2014. V. 78. Pp. 360–370.
- [8] OpenFOAM® — The Open Source Computational Fluid Dynamics (CFD) Toolbox. URL: <http://www.openfoam.com/> (дата обращения: 21.10.2016).
- [9] Марьин Д.Ф., Михайленко К.И., Хазиев Л.Х. Прямое численное моделирование эффекта Ранка // *Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ’2011): труды международной научной конференции (Москва, 28 марта – 1 апреля 2011 г.) – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ*. 2011. С. 539–547.

# Simulation of the vortex tube: design of a hexagonal mesh for computational experiments in OpenFOAM

**Mikhaylenko C.I.**

Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa

The basic methods of constructing a hexagonal mesh in Cartesian coordinates for a three-dimensional cylindrical region are considered. Several variants of grids, describing the inner region of the vortex tube, are presented. Advantages and disadvantages of presented meshes are discussed. The gas dynamics in a vortex tube is described by the mathematical model, which consists of Navier-Stokes equations for compressible viscous fluid, and the perfect gas law. The solution is done with the usage of the PIMPLE algorithm in OpenFOAM. The simulation results on different grids, including the result with the inversion of the temperature field, and their discussion are presented.

**Keywords:** vortex tube, computational experiment, CFD, 3D meshes, OpenFOAM

