

Влияние температуры на динамику течения жидкости в технических системах с жиклерами¹

Насибуллаев И.Ш., Насибуллаева Э.Ш.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН, Уфа

В работе исследуется стационарное течение технической жидкости, индуцированное перепадом давления, в канале с цилиндрическим жиклером для всей рабочей области температур. Уравнения Навье–Стокса решаются численно в осесимметричной геометрии методом конечных элементов. Получены температурные зависимости материальных параметров ряда жидкостей, наиболее используемых в технических устройствах. Построена модель цилиндрического жиклера в виде элемента вычислительного стенда, учитывающая перепад давления, радиус проходного отверстия жиклера и температуру жидкости для областей с малым и большим перепадами давления. Данная модель позволяет без значительной потери точности заменить полное численное моделирование, требующее больших вычислительных ресурсов, простыми аналитическими формулами, допускающими моделирование в вычислительном стенде в реальном времени. Модель может быть использована в различных технических приложениях от микроэлектромеханических систем (при малых перепадах давления) до элементов дозирования топлива (при больших перепадах давления).

Ключевые слова: технические системы, цилиндрический жиклер, гидродинамика, физические свойства жидкости, влияние температуры, элемент вычислительного стенда

1. Введение

В технических устройствах (ТУ) различного назначения, использующих жидкости или газы, таких как, например, системы топливной автоматики, микрофлюидные и микроэлектромеханические системы (МЭМС) и т.п., широко применяются элементы с калиброванными отверстиями, так называемые гидросопротивления или жиклеры, позволяющие дозировать расход рабочего тела за счет создания требуемого перепада давления на определенном участке системы. Существующие методы моделирования элементов ТУ ориентированы на классические уравнения равновесия сил на подвижных механических элементах и на статические равенства расходов рабочей жидкости (см., например, [1–3]). Подобный подход оправдывает себя только для одной расчетной точки, а в широком

диапазоне условий применения и режимов работы приводит, как показано в работе [4], к существенным ошибкам в основном из-за недоучета динамических процессов, протекающих в ТУ. Кроме того, при подобном подходе не учитываются физические свойства рабочих жидкостей, такие как вязкость, зависимость от температуры и т.п., которые существенно влияют на динамику работы всего ТУ.

До настоящего времени для инженерного расчета расхода жидкости, протекающей по каналам исполнительного механизма, используется уравнение Бернулли следующим образом. По экспериментальным данным, которые собраны в единую таблицу, подбираются параметры этого уравнения, чтобы просчитать работу элементов ТУ [1]. То есть расходы рассчитываются по эмпирическим формулам с различными поправочными коэффициентами без учета протекающих динамических процессов. В работе [5] показано, что для адекватного учета динамических характеристик в элементах ТУ необходимо использовать математические модели течения жидкости, основанные на уравнениях Навье–Стокса. Это связано в первую очередь с тем, что данные уравнения учитывают вязкость жидкости,

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты №№ 14-01-97019-р_поволжье_а, 14-08-97027-р_поволжье_а), АН РБ (договоры №№ 40/11-П, 40/59-П) и Программы Президиума РАН № П-31.

которая значительно меняется при изменении температуры топлива, в то время, как в уравнение Бернулли не входят параметры, существенно влияющие на динамику течения жидкости.

Отметим что, если для устройств, имеющих «классические» размеры, грубость расчетов по существующим инженерным методикам вполне допустима и может быть компенсирована за счет различных технических решений, то для МЭМС, имеющих характерные размеры менее 0.2–0.5 мм, требуется высокая точность расчетов. Поэтому актуальным представляется синтез более точных математических моделей, позволяющих, благодаря использованию современных вычислительных средств и методов, получить требуемые результаты за приемлемое время.

При разработке сложных ТУ полное моделирование устройства представляет трудоемкую задачу, поскольку даже в упрощенных моделях требуется большое количество вычислительных ресурсов. Поэтому моделирование всего устройства целесообразно заменить вычислительным стендом системы связанных элементов, так как это позволит выявить особенности работы каждого элемента в параметрической области с учетом работы остальных элементов и построить простые аналитические зависимости, позволяющие с определенной точностью заменить полное численное моделирование.

В модели агрегата дозирования топлива в качестве элементов можно выделить, например, поршни и цилиндрические жиклеры. Модель поршня для осциллирующего перепада давления была построена в работе [6] методами факторного вычислительного эксперимента второго порядка, учитывающая пять параметров (амплитуда и частота перепада давления, трение поршня, жесткость пружины, отношение силы трения покоя и трения скольжения). В работе [7] была построена модель стационарного течения жидкости через цилиндрический жиклер без учета зависимости физических свойств жидкости от температуры. В данной работе модель [7] обобщается для описания работы элемента во всей рабочей области температур.

2. Постановка задачи и основные уравнения

В работе изучается динамика течения жидкости через цилиндрическую трубу радиуса R_0 и длиной L с цилиндрическим жиклером радиуса R_g (радиус проходного отверстия $R_1 = R_0 - R_g$) на основе решения уравнения Навье–Стокса [8] методом конечных элементов. На рис. 1 представлена геометрия в осесимметричном случае и введены следующие обозначения: Γ_1 — входное отверстие канала;

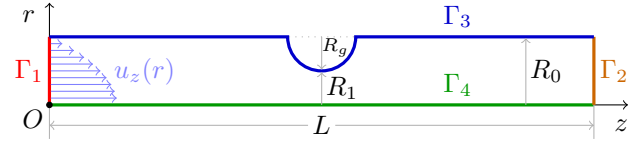


Рис. 1. Геометрия цилиндрического жиклера

Γ_2 — выходное отверстие канала; Γ_3 — стенка канала; Γ_4 — центральная ось канала (ось симметрии).

2.1. Основные уравнения течения жидкости в гидросопротивлении

Течение несжимаемой жидкости описывается уравнением Навье–Стокса и уравнением неразрывности [8]:

$$\rho(T) \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu(T) \Delta \mathbf{u}, \quad (1)$$

$$\nabla \mathbf{u} = 0,$$

где $\rho = \rho(T)$ — плотность жидкости, зависящая от температуры T ; \mathbf{u} — вектор скорости течения жидкости; t — время; ∇ — оператор набла; $\nabla p = \Delta p / L = (p_1 - p_2) / L$ — градиент давления, приложенный к слою; p_1 и p_2 — давления на входе Γ_1 и выходе Γ_2 канала соответственно; $\mu = \mu(T)$ — динамическая вязкость жидкости, зависящая от T ; $\Delta = \nabla^2$ — оператор Лапласа. Отметим, что задача решается в изотермической постановке (температура T — параметр), поэтому вязкость и плотность являются постоянными величинами, зависящими от фиксированного значения T .

Граничное условие для скорости на стенке канала Γ_3 определяется условием прилипания $\mathbf{u} = 0$, а на оси Oz (граница Γ_4) ставится осесимметричное условие, а именно, условие отсутствия течения в радиальном направлении $u_r = 0$. На входе Γ_1 и выходе Γ_2 фиксируются значения давления p_1 и p_2 соответственно.

Рассмотрим предельный случай $R_1 \rightarrow R_0$ — пуазейлевское течение в трубе круглого сечения. Тогда остается только одна составляющая скорости — в осевом направлении, — которая зависит от поперечного перемещения, т.е. $u_z = u_z(r)$, и уравнение неразрывности в (1) выполняется автоматически. Для стационарного течения ($d\mathbf{u}/dt = 0$) с малой скоростью левая часть уравнения Навье–Стокса в (1) равна нулю и уравнение в цилиндрической системе координат примет вид:

$$-\frac{\Delta p}{L} + \mu(T) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) = 0$$

с граничным условием $u_z|_{r=R_0} = 0$ и условием на оси $(\partial u_z / \partial r)|_{r=0} = 0$. Решение данного уравнения имеет вид

$$u_z(r) = \frac{1}{4\mu(T)} \frac{\Delta p}{L} (R_0^2 - r^2). \quad (2)$$

Данное решение не зависит от плотности жидкости, поскольку плотность влияет только на время установления стационарного течения (входит в инерциальное слагаемое уравнения Навье–Стокса $(\rho(T) du/dt)$).

При малых скоростях в гидросопротивлении скорость течения на входе Γ_1 и выходе Γ_2 канала имеет профиль (2), пропорциональна градиенту давления и обратно пропорциональна динамической вязкости. Следовательно, можно предположить, что отличие жиклера от цилиндрической трубы описывается функцией $g_\ell(R_1)$ как

$$u_z(r) \sim \frac{\Delta p}{L} \frac{1}{\mu(T)} g_\ell(R_1). \quad (3)$$

Данное утверждение будет обосновано в п. 3.

При высоких скоростях течения в гидросопротивлениях согласно эмпирической формуле Дарси–Вейсбаха [9] скорость течения обратно пропорциональна квадратному корню плотности и пропорциональна квадратному корню градиента давления и коэффициенту местного сопротивления $g_h(R_1)$, то есть

$$u_z(r) \sim \sqrt{\frac{\Delta p}{L}} \frac{1}{\sqrt{\rho(T)}} g_h(R_1). \quad (4)$$

В осесимметричной геометрии расход жидкости определяется по формуле

$$Q = 2\pi \int_0^{R_0} r u_z(r) dr. \quad (5)$$

Поскольку $Q \sim u_z$, то зависимости (3) и (4) справедливы и для расхода топлива.

Целью данной работы является проверка температурной зависимости расхода жидкости в (3) и (4) с помощью моделирования полной системы гидродинамических уравнений (1) и построения модели цилиндрического жиклера в виде аппроксимации результатов численных расчетов.

Отметим, что области с малыми и высокими скоростями течения жидкости имеют свои сферы практического применения. А именно, малые скорости течения используются в МЭМС, а высокие скорости — в таких ТУ как, например, системы топливной автоматики.

2.2. Зависимость динамических характеристик от температуры

Определим теперь зависимость динамических характеристик для технической жидкости от температуры. Плотность ρ и динамическая вязкость μ топлива зависят от температуры. Связь между динамической вязкостью и температурой для органических жидкостей определяется уравнением Роланда [10]:

$$\lg(\lg \mu + A) = -B \lg(1 + T/135^\circ\text{C}) + \lg C, \quad (6)$$

где A — константа, связанная с размерностью вязкости:

$$A = \begin{cases} -1.8, & \text{если } [\mu] = \text{сСт (сангистокс)}; \\ 1.2, & \text{если } [\mu] = \text{спз (сантипуаз)}; \\ 4.2, & \text{если } [\mu] = \text{Па}\cdot\text{с}; \end{cases} \quad (7)$$

B и C — безразмерные коэффициенты, определяющие связь между вязкостью и температурой и класс вязкости соответственно, которые выводятся экспериментальным путем. Если известно значение вязкости при двух разных температурах $\mu_1 = \mu(T_1)$, $\mu_2 = \mu(T_2)$, то значения коэффициентов задаются как:

$$\begin{aligned} B &= \frac{f(\mu_1) - f(\mu_2)}{f(T_2) - f(T_1)}, \\ \lg C &= \frac{f(\mu_1)f(T_2) - f(\mu_2)f(T_1)}{f(T_2) - f(T_1)}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $f(\mu) = \lg(\lg \mu + A)$, $f(T) = \lg(1 + T/135^\circ\text{C})$.

Из формулы (6) следует зависимость динамической вязкости от температуры в виде:

$$\mu(T) = 10^{C(1+T/135^\circ\text{C})^{-B} - A}. \quad (9)$$

На рис. 2 представлены результаты, полученные по формуле (9), где значение $A = 4.2$, а значения для B и C , вычисленные по формулам (8), приведены в табл. 1 с исходными данными для кинематической вязкости ν и плотности ρ , взятыми из ГОСТ [11, 12] и [13]. Значения динамической вязкости из данной таблицы можно получить с помощью следующего соотношения:

$$\mu = \nu \rho.$$

Из рис. 2 видно, что вязкость существенно нелинейно зависит от температуры жидкости. Относительное отличие величины $F(T)$ при T_1 к ее значению при T_2 по определению равно

$$\delta_F = \frac{|F(T_1) - F(T_2)|}{F(T_2)} \cdot 100\%.$$

Таблица 1. Данные для расчета плотности и вязкости (в/с — высший сорт, 1 с — первый сорт)

| | ТС-1 | | Т-1С | | Т-1 | Т-2 | РТ | Т-6 | толуол |
|--|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|-------------------------|
| | в/с | 1 с | в/с | 1 с | 1 с | 1 с | в/с | | |
| $\nu, -40^\circ\text{C},$ $\times 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ | 8 | 8 | 16 | 16 | 6 | 16 | 60 | 0.88 | при 0°C |
| $\nu, 20^\circ\text{C},$ $\times 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ | 1.3 | 1.25 | 1.5 | 1.5 | 1.05 | 1.25 | 4.5 | 0.34 | при 100°C |
| B | 1.054632 | 1.086043 | 1.221876 | 1.226361 | 1.100647 | 1.369977 | 1.016887 | 0.986719 | |
| C | 1.395201 | 1.378233 | 1.520792 | 1.515344 | 1.279641 | 1.433369 | 2.045591 | 1.0909796 | |
| $\rho_0, 20^\circ\text{C},$ $\text{кг}/\text{м}^3$ | 780 | 775 | 810 | 800 | 755 | 775 | 840 | 867 | |

Тогда, например, для топлива марки РТ при значениях $T_1 = -40^\circ\text{C}$ и $T_2 = 160^\circ\text{C}$ получаем, что $\delta_\mu \approx 6645\%$. А для толуола при $T_1 = 0^\circ\text{C}$ и $T_2 = 100^\circ\text{C}$ имеем $\delta_\mu \approx 188\%$.

Плотность жидкости зависит от температуры линейно. Если известны значения плотности при двух значениях температуры $\rho_1 = \rho(T_1)$, $\rho_2 = \rho(T_2)$, то значение плотности определяется соотношением [10]:

$$\rho(T) = \frac{\rho_2 T_1 - \rho_1 T_2}{T_1 - T_2} + \frac{\rho_1 - \rho_2}{T_1 - T_2} T.$$

Поскольку в ГОСТах [11, 12] указываются зна-

чения плотности топлива ρ_0 только при $T_0 = 20^\circ\text{C}$, то для определения плотности при других значениях используется эмпирическая формула, которая выводится из формулы Менделеева после некоторых преобразований:

$$\rho(T) = \rho_0 - \alpha \cdot (T - T_0), \quad (10)$$

где α — температурная поправка плотности на 1°C , которая может быть вычислена либо по формуле [14]

$$\alpha = (18310 - 13.233 \cdot \rho_0) \cdot 10^{-4}, \quad (11)$$

либо определена по известным таблицам (см., на-

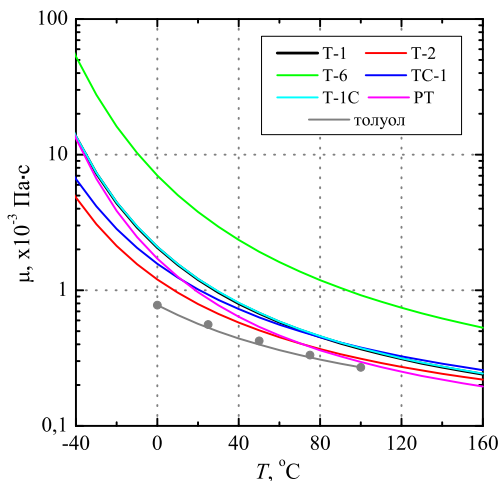


Рис. 2. Зависимость динамической вязкости от температуры для различных видов рабочей жидкости (для марок топлива Т-1, Т-2, Т-6, ТС-1, Т-1С, РТ и для толуола). Сплошные кривые — расчетные данные, круги — табличные данные

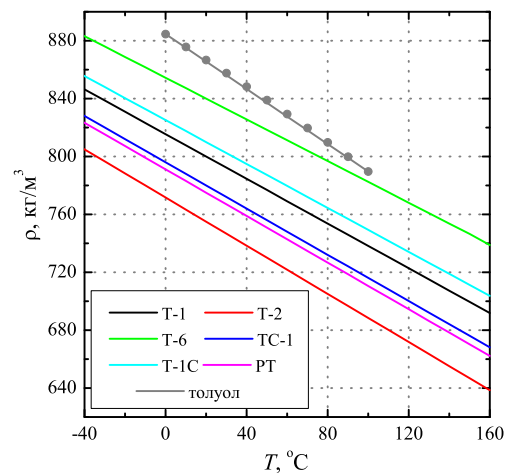


Рис. 3. Зависимость плотности от температуры для различных видов рабочей жидкости (для марок топлива Т-1, Т-2, Т-6, ТС-1, Т-1С, РТ и для толуола). Сплошные кривые — расчетные данные, круги — табличные данные

пример, [15]), значения в которых получены в соответствии с ГОСТ [16].

На рис. 3 показаны зависимости плотности от температуры, рассчитанные по формулам (10), (11) для значений ρ_0 , представленных в табл. 1. Видно, что зависимость плотности от температуры почти линейная и, например, для топлива марки РТ при $T_1 = -40^\circ\text{C}$ и $T_2 = 160^\circ\text{C}$ имеем $\delta_\rho \approx 26\%$, а для толуола при $T_1 = 0^\circ\text{C}$ и $T_2 = 100^\circ\text{C}$ — $\delta_\rho \approx 12\%$.

3. Численное исследование влияния температуры на течение жидкости в гидросопротивлении

Расчеты проводились в инженерном пакете Elmer FEM численного моделирования методом конечных элементов для осесимметричного канала цилиндрической формы с радиусом $R_0 = 5$ мм и длиной $L = 40$ мм. Радиус R_1 проходного отверстия жиклера менялся в пределах от 0 до 5 мм. Диапазон изменения перепада давления Δp составлял от 10^{-4} до 10^5 Па. Материальные параметры жидкости выбраны для топлива марки РТ (высший сорт). Расчеты проводились с учетом зависимости плотности ρ и динамической вязкости μ жидкости от температуры T , которая менялась в диапазоне рабочих для данной марки топлива температур от -40°C до $+160^\circ\text{C}$.

Численный расчет уравнений Навье–Стокса проводился с помощью метода конечных элементов (элементы первого порядка для давления и второго порядка для компонент скорости) с дискретизацией по схеме обратного дифференцирования по времени второго порядка. Предварительный расчет проводился по линейной схеме Пикарда (3 итерации) с последующим нелинейным расчетом по схеме Ньютона (абсолютная погрешность нелинейных итераций методом Ньютона составляла 10^{-7}).

Расход жидкости вычислялся по формуле (5) численным интегрированием поля скоростей $u_z(r)$ на выходном отверстии Γ_2 . В качестве проверки результаты сравнивались с объемом втекающей через отверстие Γ_1 жидкости. Относительная погрешность по расходу жидкости не превышала $10^{-5}\%$ в области малых скоростей жидкости и $10^{-2}\%$ для больших скоростей жидкости и связана с погрешностью при вычислении интеграла методом Симпсона по 62 узлам (при больших скоростях жидкости скорость имеет большую крутизну/вторую производную на выходе).

На рис. 4 показана зависимость расхода жидкости от перепада давления для температур $T = \{-40^\circ, 0^\circ, 40^\circ, 160^\circ\}$ C. В области малых перепадов давления Δp расход жидкости Q увеличивается с ростом температуры T и пропорционален Δp

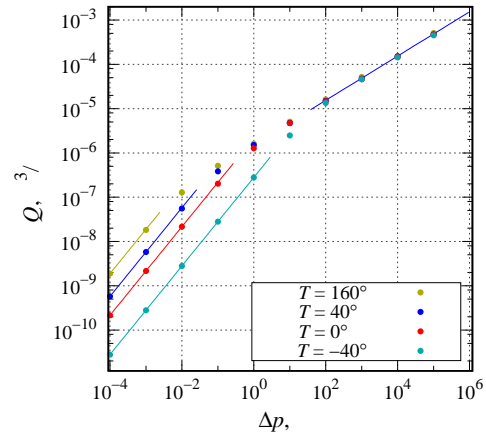


Рис. 4. Расход жидкости от перепада давления для различных температур при $R_1 = 2$ мм. Символы — численный расчет; сплошные линии — аппроксимация для малых давлений; пунктирная линия — аппроксимация для больших давлений

(сплошные линии на рис. 4). Размер данной области зависит от T , поскольку при малых Δp число Рейнольдса Re , характеризующее течение, мало и обратно пропорционально кинематической вязкости $\nu(T) = \mu(T)/\rho(T)$. Так, например, для $T = 160^\circ\text{C}$ имеем область $\Delta p < 10^{-3}$ Па, а для $T = -40^\circ\text{C}$ — $\Delta p < 1$ Па. В области высоких перепадов давления Δp зависимость расхода жидкости Q от температуры слабо выражена и Q пропорционален корню от Δp (пунктирная линия на рис. 4). Данная область также зависит от температуры T , но в меньшей степени, чем в случае малых Δp .

Рассмотрим область малых Δp . Согласно формуле (3) расход топлива $Q(T) \sim u_z(t, T) \sim \mu^{-1}(T)$. Используя зависимость динамической вязкости от температуры (9), получим, что по известному расходу жидкости $Q(T_0)$ для одной температуры T_0 , можно определить расход жидкости $Q(T)$ при любой другой температуре T с помощью следующей формулы

$$Q(T) = g_\ell(T, T_0)Q(T_0), \quad (12)$$

где

$$g_\ell(T, T_0) = \frac{\mu(T_0)}{10^{C(1+T/135^\circ\text{C})^{-B-A}}}$$

с коэффициентами, определенными по формулам (7) и (8).

На рис. 5 символами показан численный расчет расхода жидкости от температуры, а линией показана аппроксимация с использованием формулы (12) для реперной температуры $T_0 = 0^\circ\text{C}$. Вид-

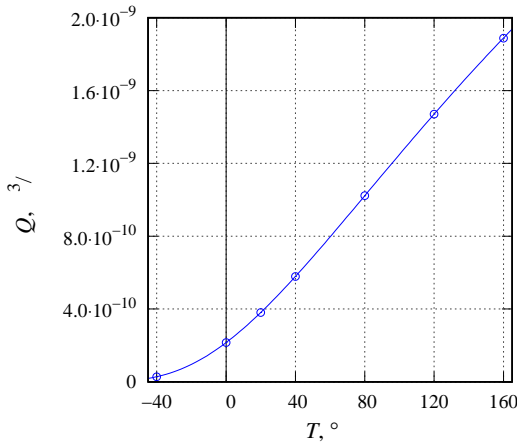


Рис. 5. Расход жидкости от температуры при $\Delta p = 10^{-4}$ Па, $R_1 = 2$ мм и $T_0 = 0^\circ\text{C}$. Символы — численный расчет, линия — аппроксимация $Q(T)$ по формуле (12)

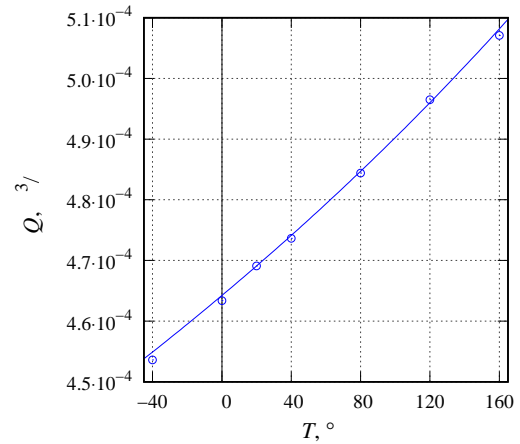


Рис. 6. Расход топлива от температуры при $\Delta p = 10^5$ Па, $R_1 = 2$ мм и $T_0 = 0^\circ\text{C}$. Символы — численный расчет, линия — аппроксимация $Q(T)$ по формуле (13)

но, что аппроксимация и численный расчет практически совпадают. Отметим, что расходы жидкости в крайних точках диапазона рабочих температур отличаются в $Q|_{T=160^\circ\text{C}}/Q|_{T=-40^\circ\text{C}} \approx 67$ раз.

В области высоких Δp зависимость расхода жидкости от температуры, как это видно из рис. 4, слабо выражена (в крайних точках диапазона рабочих температур $Q|_{T=160^\circ\text{C}}/Q|_{T=-40^\circ\text{C}} \approx 1.1$, т.е. около 10%). Аналогично области малых Δp с помощью уравнений (4) и (10) получим следующую аппроксимацию расхода жидкости от температуры:

$$Q(T) = g_h(T; T_1, T_0)Q(T_1), \quad (13)$$

где

$$g_h(T; T_1, T_0) = \sqrt{\frac{\rho(T_1)}{\rho(T_0) - \alpha(T - T_0)}}$$

с известными значениями плотности $\rho(T_0)$ при температуре T_0 и рассчитанного значения расхода жидкости $Q(T_1)$ при температуре T_1 . На рис. 6 показана зависимость расхода жидкости от температуры с использованием аппроксимации (13). Таким образом, в области высоких перепадов давления с помощью одного расчета расхода топлива для одной температуры T_1 можно получить расход топлива для всего рабочего диапазона температур T с погрешностью не более 1%.

Таким образом, предположения (3) и (4) о зависимости $Q(T)$ от температуры через динамическую вязкость и плотность в двух диапазонах перепада давления полностью подтверждены.

В промежуточной области перепада давления Δp построение универсальной зависимости расхода

жидкости от температуры достаточно трудоемко, поскольку сами границы областей малых и больших Δp зависят от температуры. Достаточно точную интерполяцию можно получить следующим образом: расход топлива определить как $Q = k_i \Delta p$, где коэффициент k_i подбирается линейной аппроксимацией между двумя соседними расчетными точками, т.е. Q определяется линейной интерполяцией по табличным значениям, полученным при численном моделировании (рис. 4). Поскольку выше 20°C зависимость практически линейная, то для интерполяции с высокой точностью потребуется небольшое количество расчетов.

Изменение радиуса проходного отверстия R_1 жиклера влияет на величину расхода жидкости, но не оказывает качественного влияния на полученные температурные зависимости, т.е. учет изменения R_1 в общей картине описывается соотношениями (3), (4), что и было подробно рассмотрено в работе [7].

4. Построение элемента вычислительного стенда

Как было отмечено в п. 1, в вычислительном стенде сложное устройство, состоящее из нескольких элементов (например, жиклеров, поршней и связывающих их элементов), каждый элемент заменяется соответствующим элементом стенда, то есть представляется в виде набора простых аппроксимаций. В элементах с большим количеством параметров часто используются методы факторного эксперимента, например, в разработанном автором данной работы элементе поршня [6], использовались методы факторного эксперимента второго поряд-

ка для набора из пяти параметров с учетом нагрева поршня в результате трения. В топливной автоматике поршень, как правило, связан с цилиндрическими жиклерами. Для построения жиклера как элемента вычислительного стенда используются результаты расчетов, полученные в предыдущем параграфе. Ранее была получена модель цилиндрического жиклера в виде элемента вычислительного стенда, учитывающего радиус проходного отверстия R_1 и перепад давления Δp [7]. В данной работе строится модель жиклера как элемента вычислительного стенда с учетом температуры жидкости T с целью ее дальнейшего обобщения на случай совместной работы нескольких элементов, например, жиклер—поршень—жиклер.

Перепишем зависимости (3) и (4) для расхода жидкости с помощью формулы (5) и результатов работы [6].

В области малых перепадов давления интеграл (5) можно вычислить аналитически для профиля скорости в виде (2) для фиксированных значений Δp_0 и $\mu(T_0)$, где T_0 — фиксированная температура:

$$Q_0 = \pi \frac{\Delta p_0}{L} \frac{R_0^4}{8\mu(T_0)} \quad (14)$$

— формула для течение Пуазейля в трубе радиуса R_0 . Q_ℓ для произвольного перепада давления Δp , радиуса жиклера R и температуры T аппроксимируется в виде

$$Q_\ell = Q_0 \cdot g_\ell(\Delta p) \cdot g_\ell(R) \cdot g_\ell(T), \quad (15)$$

где

$$g_\ell(\Delta p) = \frac{\Delta p}{\Delta p_0},$$

$$g_\ell(R) = \frac{R_0^2 + a_1(R_0 - R) + a_2(R_0 - R)^2}{R_0^2 + a_3(R_0 - R) + a_3(R_0 - R)^2},$$

$$g_\ell(T) = \frac{\mu(T_0)}{10^{C(1+T/135^\circ\text{C})^{-B}-A}}$$

с коэффициентами аппроксимации $a_1 = -0.01060$, $a_2 = 1.11583$, $a_3 = -0.01062$, $a_4 = 2.44759$, $A = 4.2$, $B = 1.370$, $C = 1.433$. Отметим, что зависимость $g_\ell(R)$ требует проведения четырех расчетов при различных радиусах для определения a_i ($i = \overline{1,4}$); предельное значение $g_\ell|_{R=R_0} = 1$ обеспечивается выбором вида функции.

В области больших Δp расход жидкости Q_0 рассчитывается численно для перепада давления Δp_0 , некоторого радиуса внутреннего отверстия жиклера $R_1 = R_2 \neq R_0$ и температуры T_1 , которая может отличаться от реперной температуры T_0 , используемой для аппроксимации плотности. Заметим, что нельзя вычислять расход жидкости при $R_1 = R_0$, поскольку пуазейлевское течение в полном численном моделировании не будет

устойчивым (число Рейнольдса Re будет выше своего критического значения). В качестве R_2 выбирается наибольший радиус, при котором течение остается устойчивым. Расход жидкости Q_h для произвольного перепада давления Δp , радиуса жиклера R и температуры T аппроксимируется в виде

$$Q_h = Q_0 \cdot g_h(\Delta p) \cdot g_h(R) \cdot g_h(T), \quad (16)$$

где

$$g_h(\Delta p) = \sqrt{\frac{\Delta p}{\Delta p_0}},$$

$$g_h(R) = \frac{R_2^2 + b_1(R_2 - R)^2}{R_2^2 + b_2(R_2 - R) + b_2(R_2 - R)^2},$$

$$g_h(T) = \sqrt{\frac{\rho(T_1)}{\rho(T_0) - 0.818 \cdot (T - T_0)}}$$

с коэффициентами аппроксимации $b_1 = -1.23578$, $b_2 = 0.01210$, $b_3 = 6.77050$, $T_0 = 20^\circ\text{C}$. Отметим, что в данном случае зависимость $g_h(R)$ требует проведения трех расчетов при различных радиусах для определения b_i ($i = \overline{1,3}$); предельное значение $g_\ell|_{R=R_2} = 1$ обеспечивается выбором вида функции; $R > R_2$ не имеет физического смысла.

Таким образом, для полного описания жиклера в виде элемента вычислительного стенда для малых Δp по аппроксимации (15) требуется только четыре численных расчета для построения $g_\ell(R)$, а остальные данные Q_0 (формула (14)), $g_\ell(\Delta p)$ и $g_\ell(T)$ (коэффициенты определяются по формулам (7) и (8)) вычисляются аналитически. Для больших Δp по аппроксимации (16) требуется три численных расчета для построения $g_h(R)$, причем один из этих расчетов может быть использован для вычисления Q_0 , а остальные данные $g_h(\Delta p)$, $g_h(T)$ (коэффициенты вычисляются по формуле (10)) получаются аналитически.

5. Заключение

В работе исследовано влияние температуры на расход жидкости в цилиндрическом жиклере в двух важных, с точки зрения приложений, областях малых и больших перепадов давления Δp . Получено, что область малых перепадов давления зависит от значения температуры жидкости T . В этой области расход жидкости обратно пропорционален динамической вязкости и с ростом температуры увеличивается (например, в рабочем диапазоне температур для марки топлива РТ расход жидкости может отличаться почти в 67 раз). В области больших перепадов давления, которая практически не зависит от T , расход жидкости обратно пропорционален плотности жидкости и с ростом температуры увеличивается (в рабочем диапазоне температур изменения порядка 10%).

Для областей низких и высоких перепадов давления получены формулы, позволяющие с высокой точностью вычислить расход жидкости во всей рабочей области температур по единичному измерению расхода жидкости для одной фиксированной температуры. В промежуточной области предложен способ построения зависимости расхода жидкости от температуры в виде кусочно-линейной интерполяции.

Полученные результаты дополняют модель, представленную в работе [7], и позволяют построить аналитическую модель в виде элемента вычислительного стенда стационарного течения жидкости в цилиндрическом жиклере, которая учитывает перепад давления, радиус проходного отверстия жиклера и температуру жидкости. Обобщенная модель обладает высокой точностью (относительная погрешность не более $10^{-5}\%$ для малых перепадов давления и не более 1% для больших перепадов давления) по четырем численным расчетам для малых Δp и трем численным расчетам для больших Δp .

Список литературы

- [1] Некрасов Б.Б. Гидравлика и ее применение на летательных аппаратах: учебник. М.: ЭКОЛИТ, 2011. 368 с.
- [2] Шишмарев В.Ю. Типовые элементы систем автоматического управления. М.: Издательский центр «Академия», 2011. 304 с.
- [3] Лемберг М.Д. Элементы гидроавтоматики: Библиотека по автоматике. Выпуск 70 / М.Д. Лемберг. М.: Книга по Требованию, 2013. 130 с.
- [4] Денисова Е.В., Насибуллаева Э.Ш., Насибуллаев И.Ш. Исследование динамических процессов в элементах топливной автоматики // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 5(158). С. 31–36.
- [5] Денисова Е.В., Насибуллаев И.Ш., Насибуллаева Э.Ш., Черникова М.А. Течение жидкости в канале при малых перепадах давления: сравнение уравнений Бернулли и Навье–Стокса // Известия Уфимского научного центра РАН. 2014. № 4. С. 17–23.
- [6] Насибуллаев И.Ш. Разработка компьютерной модели основного элемента агрегата дозирования топлива // Вычислительные технологии. 2016. Т. 21, № 2. С. 26–41.
- [7] Насибуллаев И.Ш., Насибуллаева Э.Ш., Денисова Е.В. // Динамика течения жидкости в технических системах с жиклерами / Известия Уфимского научного центра РАН. № 4. 2015. С. 20–25.
- [8] Ландау Л., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 6. М.: Наука, 1988. 736 с.
- [9] Incopera F.P.; DeWitt D.P. Fundamentals of Heat and Mass Transfer (5 ed.). John Wiley & Sons, Inc. 2002. P. 470.
- [10] Hamrock B.J., Schmid S.R., Jacobson V.O. Fundamentals of Fluid Film Lubrication. 2nd ed. New York, Marcel-Dekker, 2004.
- [11] ГОСТ 10227-86. Топлива для реактивных двигателей. Введ. 1987-01-01. М.: Стандартинформ, 2008. 15 с.
- [12] ГОСТ 12308-89. Топлива термостабильные Т-6 и Т-8В для реактивных двигателей. Технические условия. Введ. 1990-07-01. М.: Стандартинформ, 2009. 5 с. Измен. введ. 2010-03-01. 4 с.
- [13] Инженерный справочник. URL: <http://tehtab.ru/> (дата обращения 01.06.2016).
- [14] Основные физические свойства и характеристики нефти и нефтепродуктов: электр. файл. URL: www.unn.ru/chem/neft/htmls/Base%20properties.doc (дата обращения: 01.06.2016).
- [15] Точный расчет плотности нефтепродукта. URL: <http://www.petromarket.ru/1.htm> (дата обращения: 16.10.2014).
- [16] ГОСТ 3900-85. Нефть и нефтепродукты. Методы определения плотности. Введ. 1987-01-01. М.: Стандартинформ, 2006. 37 с.

The effect of temperature on the fluid flow dynamics in technical systems with jets

Nasibullayev I.Sh., Nasibullaeva E.Sh.

Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa

In this paper the steady flow of technical fluid induced pressure drop in the channel with a cylindrical jet for the entire working temperature range have been studied. The Navier–Stokes equations are solved numerically in axially symmetric geometry by the finite element method. The temperature dependence of the material parameters of a number of liquids, most commonly used in technical devices have been obtained. A model of a cylindrical jet was built in the form of a computing element of the stand, which takes into account the pressure drop, the radius of passage opening jet and the liquid temperature for the areas with low and high pressure drops. This model allows without significant loss of accuracy replace the complete numerical simulation, requires more computational resources, by simple analytical formulas admitting modeling in computational stand in real time. The model can be used in various technical applications of microelectromechanical systems (at low pressure drops) to the fuel metering elements (at high pressures drops).

Keywords: technical system, a cylindrical jet, fluid dynamics, the fluid physical properties, the influence of temperature

