МНОГОФАЗНЫЕ
СИСТЕМЫ 2012

УДК 532.529:534.2

Распространение и взаимодействие с преградами акустических волн в парогазожидкостных средах[1]

Никифоров А.А.

Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН, Казань

Теоретически исследовано прохождение и отражение акустических волн из слоя пузырьковой среды в жидкость, с последующим отражением возникших волн от жесткой стенки. Определены амплитуды возникающих волн через амплитуду исходной волны, получены аналитические выражения для коэффициентов отражения и прохождения волн через границы раздела.

1. Введение

В настоящее время значительный интерес представляют исследования волновой динамики дисперсных сред. Эффекты дисперсии и диссипации акустических волн в пузырьковых жидкостях изучаются достаточно давно и имеют широкий спектр задач: диагностика парогазовые пузырьков; обнаружение областей жидкости, содержащей такие пузырьки; использование пузырьковых экранов для ослабления акустических сигналов. Знание закономерностей прохождения и отражения импульсов давления в жидкости с парогазовыми пузырьками также необходимо для решения этих задач. Важно исследовать взаимодействие импульсов давления с твердой стенкой и границей раздела сред в пузырьковом слое.

2. Постановка задачи, условия на границах раздела сред

Рассмотрим эволюцию акустических волн давления в слое жидкости с парогазовыми пузырьками при их нормальном отражении от жесткой стенки и последующим прохождением и отражением на границе раздела между жидкостью и пузырьковым слоем. Как схематически показано на рис. 1, имеется жесткая стенка ($x = x_2$); слой пузырьковой жидкости ($x_1 < x < x_2$), представляющий собой двухфракционную смесь жидкости с парогазовыми пузырьками; область $x < x_1$ заполнена той же жидкостью без пузырьков. Для решения задачи используется линеаризованная система уравнений, описывающая движение двухфракционной смеси жидкости с парогазовыми и газовыми пузырьками различных размеров при наличии фазовых превращений [1, 2]. Движение жидкости перед пузырьковым слоем рассматривается в акустическом приближении.

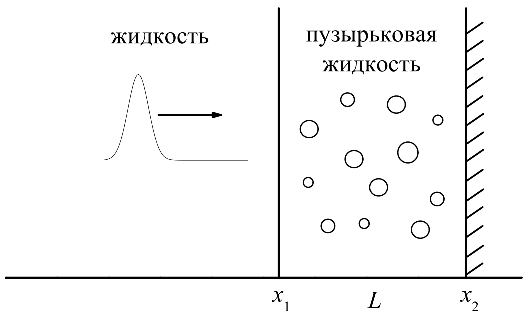

Рис. 1. Схема задачи

Если представить $v = \operatorname{grad}\varphi$, где $\varphi = A\exp[i(K_* x - \omega t)]$, то из [2] можно записать выражения для скорости движения и давления в несущей

[1]Работа выполнена при финансовом содействии Совета по грантам Президента Российской федерации для государственной поддержки молодых российских ученых и ведущих научных школ РФ (грант НШ-834.2012.1) по программе Президиума РАН № 23П, при финансовой поддержке РФФИ (грант № 10–01–00098) и Министерства образования и науки РФ (государственный контракт № 14.740.11.0351).

фазе пузырьковой жидкости в виде:

$$v = iK_*\varphi,$$
$$p'_1 = i\omega\rho_0\varphi,$$
$$\rho_0 = \alpha_{10}\rho^\circ_{10} + \alpha^{\mathrm{I}}_{20}(k^{\mathrm{I}}_V\rho^\circ_{V0} + k^{\mathrm{I}}_G\rho^{\circ\mathrm{I}}_{G0}) +$$
$$+\alpha^{\mathrm{II}}_{20}(k^{\mathrm{II}}_V\rho^\circ_{V0} + k^{\mathrm{II}}_G\rho^{\circ\mathrm{II}}_{G0}),$$
$$k^j_V + k^j_G = 1,\ (i = \mathrm{I}, \mathrm{II}),\ \alpha_1 + \alpha^{\mathrm{I}}_2 + \alpha^{\mathrm{II}}_2 = 1.$$

Здесь ρ°, ρ — истинная и средняя плотности; α — объемное содержание; k_i — массовая концентрация i-го компонента дисперсной фазы; ω — частота колебаний. Нижние индексы 1 и 2 относятся к параметрам жидкой и газовой фаз, индексы V и G — соответственно к паровому и газовому компонентам фракций, штрихи обозначают возмущения параметров; индекс 0 — начальное невозмущенное состояние, верхний индекс I относится к параметрам паровоздушных пузырьков; индекс II — к параметрам пузырьков инертного газа с водяным паром.

3. Прохождение и отражение волн на границе «пузырьковая жидкость–жидкость» и на жесткой стенке

Для описания динамики акустических волн в слое пузырьковой жидкости необходимо сформулировать условия на границе раздела «пузырьковая жидкость–жидкость» ($x = x_1$) и на жесткой стенке ($x = x_2$).

На границе раздела «пузырьковая жидкость–жидкость» волна частично отражается и частично проходит в жидкость. Следовательно, можем записать:

$S_1(x,t) = A\exp[i(K_*x-\omega t)] + A^{(1)}\exp[i(-K_*x-\omega t)]$ — падающая и отраженная волны в пузырьковом слое;

$S^{(2)}(x,t) = A^{(2)}\exp[i(K^{(2)}x-\omega t)]$ — прошедшая волна в жидкости.

Здесь $A, A^{(1)}, A^{(2)}$ соответственно амплитуды падающей, отраженной и прошедшей волн; K_* — комплексное волновое число в пузырьковом слое; $K^{(2)} = \omega/C_1$ — волновое число в чистой жидкости (C_1 — скорость звука в жидкости).

Чтобы определить соотношения между амплитудами трех волн, определяющих пропускную и отражательную способности границы раздела двух сред, запишем условия равенства давлений и скоростей по обе стороны границы раздела при $x = x_1$ [3, 4]:

$$v + v^{(1)} = v^{(2)},\ p_1 + p^{(1)}_1 = p^{(2)}_1. \tag{1}$$

Пусть $\varphi = A\exp[i(K_*x - \omega t)]$, $\varphi^{(1)} = A^{(1)}\exp[i(-K_*x-\omega t)]$ — соответственно потенциалы скорости падающей и отраженной волн в пузырьковом слое; $\varphi^{(2)} = A^{(2)}\exp[i(K^{(2)}x - \omega t)]$ — потенциал скорости прошедшей волны в жидкости.

Тогда скорости и давления всех волн выражаются следующим образом:

$$v = iK_*A\exp[i(K_*x - \omega t)],$$
$$v^{(1)} = -iK_*A^{(1)}\exp[i(-K_*x - \omega t)],$$

$$\begin{aligned} v^{(2)} &= iK^{(2)}A^{(2)}\exp[i(K^{(2)}x - \omega t)],\\ p_1 &= i\omega\rho_0 A\exp[i(K_*x - \omega t)],\\ p^{(1)}_1 &= i\omega\rho_0 A^{(1)}\exp[i(-K_*x - \omega t)],\\ p^{(2)} &= i\omega\rho^{(2)}A^{(2)}\exp[i(K^{(2)}x - \omega t)]. \end{aligned} \tag{2}$$

Подставляя выражения (2) в граничные условия (1), получаем два уравнения относительно амплитуд падающей (A), отраженной ($A^{(1)}$) и прошедшей ($A^{(2)}$) волн. Выражая $A^{(1)}$, $A^{(2)}$ через A, получаем следующие формулы для коэффициентов отражения R и прохождения U:

$$R = \left.\frac{p^{(1)}_1}{p_1}\right|_{x=x_1} = \frac{\rho^{\circ(2)}K_* - \rho_0 K^{(2)}}{\rho^{\circ(2)}K_* + \rho_0 K^{(2)}}, \tag{3}$$

$$U = \left.\frac{p^{(2)}_1}{p_1}\right|_{x=x_1} = \frac{2\rho^{\circ(2)}K_*}{\rho^{\circ(2)}K_* + \rho_0 K^{(2)}}. \tag{4}$$

При отражении волны от жесткой стенки при $x = x_2$ должно выполняться условие равенства нулю суммарной нормальной скорости частиц границы [4]. Давление на границе оказывается удвоенным по сравнению с давлением в падающей волне, т.е. при падении волны отражается волна с той же амплитудой:

$$A\exp[i(K_*x_2 - \omega t)] = A^{(1)}\exp[i(-K_*x_2 - \omega t)]. \tag{5}$$

4. Результаты

Импульс давления, создаваемый на границе пузырьковой среды, соответствующий бегущей вдоль оси x волне, задавался как функция времени $p(0,t) = \exp[-((t - t_*)/N)^2]$, где t_* — половина длительности импульса; N — параметр, определяющий ширину пика импульса. Расчеты проводились с помощью дисперсионного соотношения [2], по методике, изложенной в [5], при использовании подпрограмм быстрого преобразования Фурье [6].

С помощью обратного преобразования Фурье определяются комплексные амплитуды гармонических составляющих A исходного импульса давления. Затем, с использованием выражений (3)–(5), определяются амплитуды гармонических составляющих всех возникающих волн, и изменение давления как функции времени в каждой из волн в точке $x = x_a$ рассчитывается с помощью прямого преобразования Фурье. Сумма давлений во всех распространяющихся волнах дает зависимость от времени давления в заданной точке $x = x_a$.

В качестве примера ниже приводятся результаты расчетов для двухфракционной смеси воды с паровоздушными пузырьками (радиуса $a^{\mathrm{I}} = 2{\cdot}10^{-3}$ м) и пузырьками гелия с водяным паром (радиуса $a^{\mathrm{II}} = 10^{-3}$ м) при следующих значениях параметров смеси: $p_0 = 0.1$ МПа, $T_0 = 327$ К, $\alpha_2^{\mathrm{I}} = \alpha_2^{\mathrm{II}} = 0.005$.

На рис. 2 показаны зависимости коэффициентов отражения и прохождения от частоты колебаний на границе «пузырьковая жидкость–жидкость». При низких частотах скорость звука в пузырьковой смеси стремится к равновесной скорости $C_e \sim 100$ м/с, которая существенно меньше скорости звука в чистой воде ($C_1 = 1500$ м/с), и значения коэффициента отражения близко к единице, отражение волн от границы раздела почти аналогично отражению от жесткой границы. С ростом частоты коэффициент отражения становится меньше и при высоких частотах, когда скорость звука в пузырьковой смеси стремится к замороженной скорости звука $C_f \approx C_1$, значение коэффициента отражения стремится к нулю.

На рис. 3 представлено изменение давления внутри пузырькового слоя и на жесткой стенке (толщина пузырькового слоя $L = 3$ м) на начальном (рис. 3(а)) и более длительном (рис. 3(б)) промежутке времени при распространении волн в слое пузырьковой жидкости и их взаимодействии с границей раздела «пузырьковая жидкость–жидкость» и жесткой стенкой. Кривая I описывает исходный импульс давления, создаваемый на границе пузырьковой среды, кривая II — изменение давления внутри пузырькового слоя (на расстоянии 1.5 м от границы раздела «пузырьковая жидкость–жидкость»), кривая III — изменение давления на жесткой стенке. Первый пик кривой давления II является результатом прохождения исходного возмущения давления в слой пузырьковой жидкости, последующие пики на кривой давления II представляют собой результат отражения и переотражения волн от жесткой стенки и от границы «пузырьковая жидкость–жидкость». На рис. 3(б) для более длительного отрезка времени показано, что давление на жесткой стенке снижается монотонно.

На рис. 4 представлено изменение давления на жесткой стенке при распространении волн в слое пузырьковой жидкости и их взаимодействии с гра-

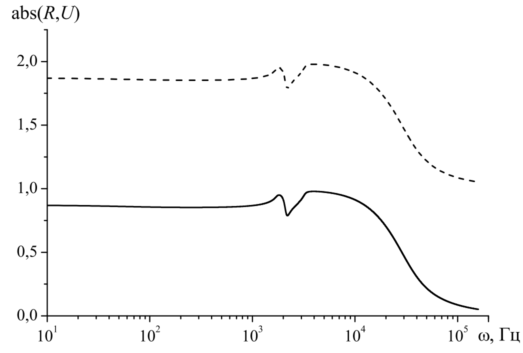

Рис. 2. Зависимость от частоты колебаний коэффициентов отражения (сплошная линия) и прохождения (штриховая линия) волн через границу «пузырьковая жидкость–жидкость»

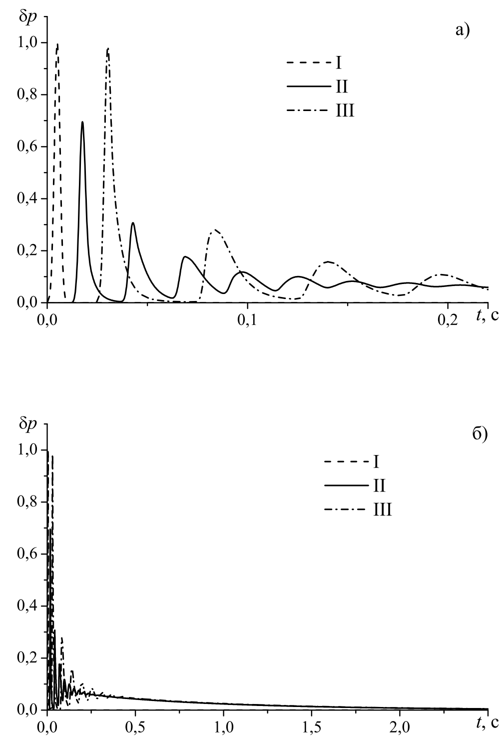

Рис. 3. Изменение давления внутри пузырькового слоя (кривая II) и на жесткой стенке (кривая III)

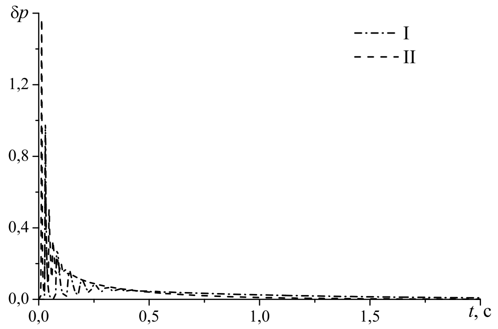

Рис. 4. Изменение давления на жесткой стенке при различной толщине пузырькового слоя L (кривая I — $L = 3$ м; кривая II — $L = 1$ м)

ницей раздела «пузырьковая жидкость–жидкость» и жесткой стенкой. Кривые I и II описывают изменение давления на жесткой стенке при различной толщине пузырькового слоя L ($L = 3$ м и $L = 1$ м соответственно). Для кривой II характерно наличие большего числа пиков давления вследствие более частого переотражения волн.

5. Выводы

Теоретически исследовано прохождение и отражение акустических волн из слоя пузырьковой среды в жидкость, с последующим отражением возникших волн от жесткой стенки. Определены амплитуды возникающих волн через амплитуду исходной волны, получены аналитические выражения для коэффициентов отражения и прохождения волн через границы раздела. С использованием метода быстрого преобразования Фурье выполнены расчеты взаимодействия акустических волн с пузырьковым слоем и жесткой стенкой. Показано, что давление на жесткой стенке снижается монотонно.

Список литературы

[1] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч.1,2. М.: Наука, 1987.

[2] Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А., Гафиятов Р.Н. Акустические волны в двухфракционных пузырьковых жидкостях с фазовыми превращениями // Теплофизика высоких температур. 2012. Т. 50, № 2. С. 269–273.

[3] Лепендин Л.Ф. Акустика. М.: Высш. Школа, 1978. 449 с.

[4] Исакович М.А. Общая акустика. М: Наука, 1973. 496 с.

[5] Губайдуллин Д.А. Динамика двухфазных парогазокапельных сред. Казань: Изд-во Казанского математического общества, 1998. 153 с.

[6] Гапонов В.А. Пакет программ быстрого преобразования Фурье с приложениями к моделированию случайных процессов. Препринт № 14–76. Новосибирск: Изд-во ИТФ СО АН СССР. 1976. 19 с.