МНОГОФАЗНЫЕ
СИСТЕМЫ 2012

УДК 532.529.5

Исследование двумерных нестационарных процессов истечения газонасыщенной жидкости из осесимметричных сосудов[1]

Болотнова Р.Х., Бузина В.А.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН, Уфа

Построена двумерная двухфазная модель газожидкостной смеси. Обоснована достоверность ее численной реализации с помощью сравнительного анализа решения тестовых задач с расчетами по одномерной модели. Установлены закономерности истечения газонасыщенной жидкости из осесимметричных сосудов различной геометрии.

1. Введение

Исследования течений двухфазных газо- и парожидкостных смесей в сужающихся сосудах, двигателях, распыливающих устройствах с осесимметричными соплами, применяемых в новых технологиях пожаротушения, в пневмотранспорте представляют важную теоретическую и практическую задачу.

Актуальность изучения таких истечений связана с развитием атомной энергетики, с проблемой безопасности эксплуатации энергетических установок. Нестационарная одномерная модель взрывного истечения жидкости построена в [1]. В работах [2,3] разработана модель распространения скоростных потоков вскипающей жидкости в условиях разгерметизации сосудов высокого давления в условиях экспериментов [4]. В рамках механики гетерогенных сред численно исследуется истечение газа высокого давления и дисперсной среды из цилиндрического канала в одномерной постановке [5,6].

В настоящее время наибольший интерес вызывают процесс формирования и динамика пространственной двухфазной струи при взрывном истечении в условиях дозвуковых и сверхзвуковых течений.

В предлагаемой работе построена модель газожидкостной смеси и исследованы двумерные нестационарные процессы истечения из осесимметричных сосудов с использованием широкодиапазонного уравнения состояния воды [7].

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 11–01–97004_р_поволжье, 11–01–00171-а), Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (грант НШ-834.2012.1) и Программы фонда фундаментальных исследований ОЭММПУ РАН (ОЭ–13).

2. Постановка задачи. Основные уравнения

Для исследования процессов истечения газожидкостной смеси в качестве базового был выбран эксперимент из работы [4]. Пусть в закрытом сосуде находится смесь воды и газа под давлением $p = 7$ МПа. В начальный момент времени на правом конце сосуда $x = L$ убирается заслонка, что приводит к мгновенной разгерметизации. Внутрь сосуда распространяется волна разгрузки, а вправо истекает газонасыщенная жидкость, D — угол сужения (см. рис. 1).

На начальном этапе поставленная задача решалась в изотермическом приближении.

Запишем систему дифференциальных уравнений для газожидкостной смеси в цилиндрических координатах в односкоростном приближении с равным давлением компонент смеси [8].

Уравнения движения:

$$\rho\ddot{x} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0,\ \rho\ddot{y} + \frac{\partial p}{\partial y} = 0. \qquad (1)$$

Уравнение неразрывности:

$$\frac{\dot{V}}{V} = \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} + \frac{\dot{y}}{y}. \qquad (2)$$

Уравнение состояния для воды используется в форме Ми–Грюнайзена в виде суммы холодной и тепловой составляющих давления [7]:

$$p_l = p_l^{(p)}\left(\rho_l\right) + p_l^{(T)}\left(\rho_l, T\right),$$

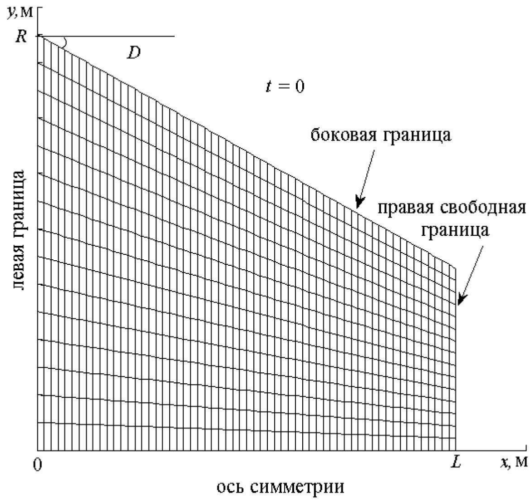


Рис. 1. Схема расчетной области в начальный момент времени

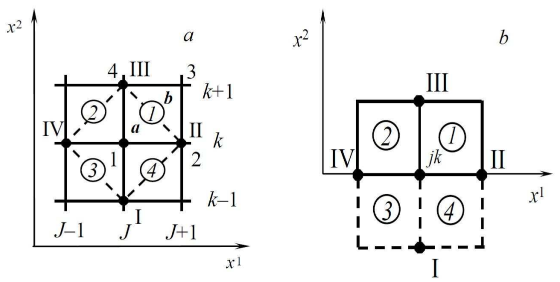


Рис. 2. *а*) — схема расчетной сеточной области; *b*) — схема сеточной области в граничных ячейках

$$p_l^{(p)}(\rho_l) = A\left(\frac{\rho_l}{\rho_{l0}}\right)^{1-\beta} \times$$
$$= \times \exp\left[b\left(1 - \left(\frac{\rho_l}{\rho_{l0}}\right)^{-\beta}\right)\right] - K\left(\frac{\rho_l}{\rho_{l0}}\right)^{\xi+1},$$
$$p_l^{(T)}(\rho_l, T) = \Gamma(\rho_l) c_{V_l} \rho_l T.$$

Для газовой фазы применяется уравнение состояния совершенного газа:

$$p_g = R\rho_g T, \tag{3}$$

где R — универсальная газовая постоянная.

Закон сохранения массы каждой фазы:

$$\frac{\rho_{g0}\alpha_{g0}}{\rho_g} = \frac{\alpha_g \rho_0}{\rho}, \ \frac{\rho_{l0}\alpha_{l0}}{\rho_l} = \frac{\alpha_l \rho_0}{\rho}, \tag{4}$$

Закон сохранения массы смеси [9]:

$$\frac{\rho_{g0}\alpha_{g0}}{\rho_g} + \frac{\rho_{l0}\alpha_{l0}}{\rho_l} = \frac{\rho_0}{\rho}. \tag{5}$$

Здесь используются следующие обозначения: x, y — переменные Эйлера; x — ось симметрии; $\dot{x}$, $\dot{y}$ — проекции скорости на соответствующие оси; V — относительный объем смеси; ρ, ρ_g, ρ_l — средняя плотность смеси и плотности газовой и жидкой фаз; α_l, α_g — объемное содержание жидкой и газовой фаз. Нижний нулевой индекс относится к начальному состоянию; A, K, b, ξ, β — постоянные.

3. Метод решения

Численное решение задачи выполнялось методом сквозного счета Уилкинса на лагранжевой сетке [8].

Выпишем конечно-разностные соотношения для уравнений (1)–(2). Расчетная область делится на четырехугольники сеткой, которая движется вместе со средой (см. рис. 2(а)).

Масса газожидкостной смеси для каждого четырехугольника в начальный момент времени вычисляется по формуле:

$$M_1 = \frac{1}{3}\left(\frac{\rho_0}{V_0}\right)_1 \left[\,\left(y_2^0 + y_3^0 + y_4^0\right) A_a^0 + \right.$$
$$\left. + \left(y_1^0 + y_2^0 + y_4^0\right) A_b^0\,\right]_1, \tag{6}$$

где A_a, A_b — площади треугольников a и b:

$$(A_a)_1^n = \frac{1}{2}\left[\,x_2^n\left(y_3^n - y_4^n\right) + x_3^n\left(y_4^n - y_2^n\right) + \right.$$
$$\left. + x_4^n\left(y_2^n - y_3^n\right)\,\right],$$
$$(A_b)_1^n = \frac{1}{2}\left[\,x_2^n\left(y_4^n - y_1^n\right) + x_3^n\left(y_1^n - y_2^n\right) + \right.$$
$$\left. x_4^n\left(y_2^n - y_4^n\right)\,\right],$$
$$A_1^n = (A_a)_1^n + (A_b)_1^n,$$

где A^n — площадь треугольника в момент времени t^n; n — шаг разбиения по времени.

Относительный объем определяется из закона сохранения массы (6):

$$V_1^n = \frac{1}{3}\left(\frac{\rho_0}{M}\right)\left[\,\left(y_2^n + y_3^n + y_4^n\right) A_a^n + \right.$$
$$\left. + \left(y_1^n + y_2^n + y_4^n\right) A_b^n\,\right]_1, V_1^n = \left(\frac{\rho_0}{\rho^n}\right)_1. \tag{7}$$

Уравнения движения центрируются в точке j, k и находятся на половинном шаге по времени $t^{n+1/2} = t^n + \Delta t/2$:

$$\dot{x}_{j,k}^{n+1/2} = \dot{x}_{j,k}^{n-1/2} - \frac{\Delta t^n}{2\varphi_{j,k}^n}\left[\,p_1^n\left(y_2^n - y_3^n\right) + \right.$$
$$+ p_2^n\left(y_3^n - y_4^n\right) + p_3^n\left(y_4^n - y_1^n\right) +$$
$$\left. + p_4^n\left(y_1^n - y_2^n\right)\,\right], \tag{8}$$

$$\dot{y}_{j,k}^{n+1/2} = \dot{y}_{j,k}^{n-1/2} - \frac{\Delta t^n}{2\varphi_{j,k}^n}\left[\, p_1^n\left(x_2^n - x_3^n\right) + \right.$$
$$+ p_2^n\left(x_3^n - x_4^n\right) + p_3^n\left(x_4^n - x_1^n\right) + \qquad (9)$$
$$\left. + p_4^n\left(x_1^n - x_2^n\right)\,\right],$$
$$\varphi_{j,k}^n = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}\left(\frac{\rho_0 A^n}{V^n}\right)_i .$$

Новые координаты сетки определяются на следующем шаге по времени:

$$x_{j,k}^{n+1} = x_{j,k}^n + \dot{x}_{j,k}^{n+1/2}\Delta t^{n+1/2}, \qquad (10)$$

$$y_{j,k}^{n+1} = y_{j,k}^n + \dot{y}_{j,k}^{n+1/2}\Delta t^{n+1/2}. \qquad (11)$$

В уравнениях (6)–(11) скорость рассчитывалась для узлов сетки; плотность, масса, объем, давление — для центров ячеек.

Начиная с момента формирования четырехугольной сетки, узлам сетки присваиваются начальные распределения скоростей, ячейкам — начальная плотность и газосодержание α_{g0}, и вычисляется общая масса каждой ячейки и масса каждой фазы — неизменные в процессе решения:

$$m_{ij} = \rho_{0ij}\frac{A_{ij}^n}{V_{ij}^n},\ V_{ij}^n = \frac{\rho_{0ij}}{\rho_{ij}^n},$$
$$m_{g_{ij}} = \rho_{g_{ij}}\alpha_{g_{ij}}V_{ij}^n,\ m_{l_{ij}} = \rho_{l_{ij}}\left(1 - \alpha_{g_{ij}}\right)V_{ij}^n.$$

Начальные условия для $t = 0$: $p_0 = 7$ МПа, $T_0 = 293$ K, $\alpha_g = \alpha_{g0}$, $\alpha_{l0} = 1 - \alpha_{g0}$.

На левой границе задается условие жесткой стенки, на правой — свободной поверхности. Для $y = 0$ — условие симметрии; для боковой границы сосуда — условие скольжения, т.е. проекция скорости по нормали к боковой границе $v_n = 0$ (см. рис. 1).

При вычислении условий на свободных поверхностях в расчетах вводились «псевдоячейки», в которых давление равно атмосферному, а масса ячеек нулевая (рис. 2(b)). На оси симметрии использовалось условие фиксированной границы. Для этого масса «псевдоячеек», получаемых зеркальным отображением через границу, приравнивалась к массе отражаемых ячеек. Для граничных ячеек, покидающих сосуд, когда $x_L > x_{l0}$, принимается условие свободной поверхности.

4. Обоснование метода расчета

В предварительных расчетах для проверки достоверности решения по двумерной модели был проведен сравнительный анализ с решением аналогичных задач в одномерной постановке. Для этого использовалась двухфазная модель газожидкостной среды в однотемпературном, односкоростном,

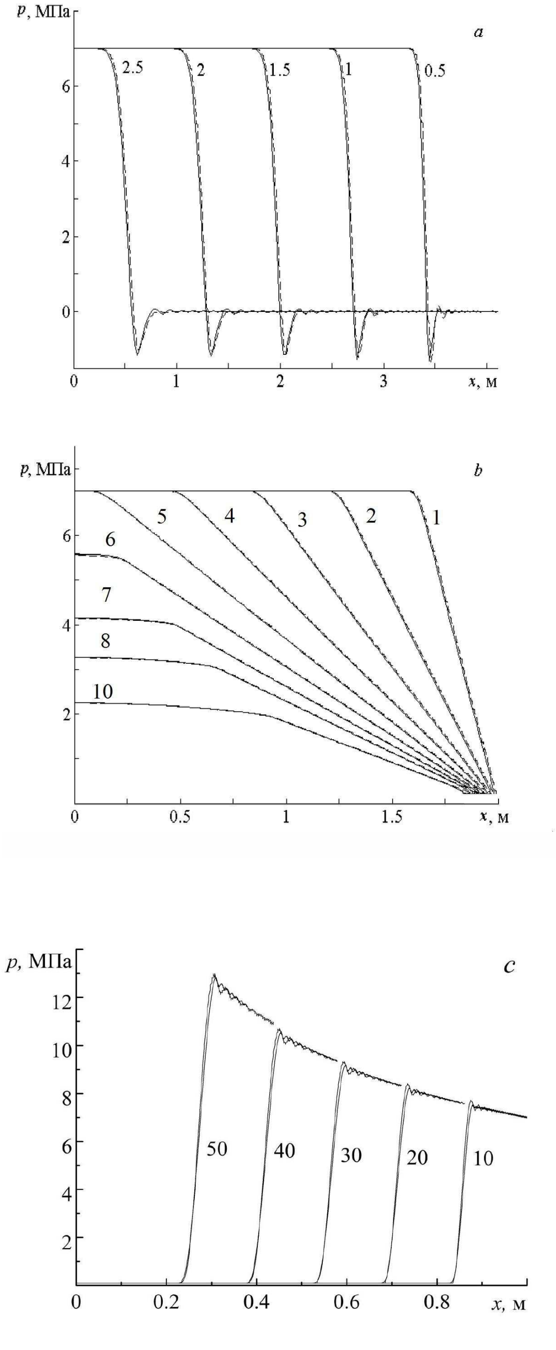
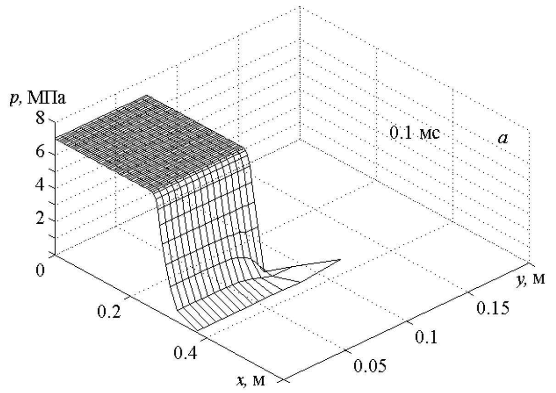


Рис. 3. Расчетные профили давления p по двумерной модели в одномерной постановке в лагранжевых координатах в моменты времени, указанные в (мс) — сплошная линия; пунктирная линия — расчеты по одномерной модели. *a* — истечение из трубы чистой жидкости; *b* — истечение газожидкостной смеси $\alpha_g = 0.05$; *c* — цилиндрическое обжатие сосуда с чистой жидкостью



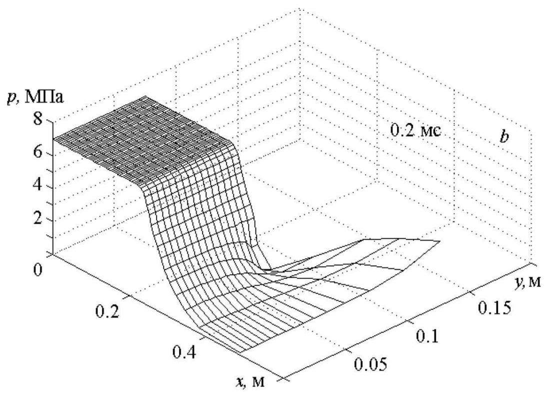


Рис. 4. Динамика поля давления в различные моменты времени (мс) в эйлеровых координатах для задачи истечения чистого газа из трубы

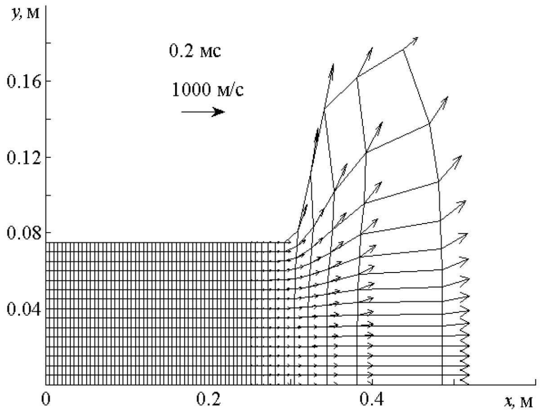


Рис. 5. Мгновенное поле скоростей и деформация лагранжевой сетки для задачи истечения газа — азота в системе эйлеровых координат в момент времени $t = 0.2$ мс

одномерном плоском и цилиндрическом приближениях [2, 10].

На рис. 3(a) приведено сравнение результатов решения задачи истечения чистой жидкости в одномерном плоском приближении при следующих начальных условиях: длина трубы $L = 4.1$ м, $d = 0.075$ м, $v_0 = 0$, $p_0 = 7$ МПа. На левой границе: жесткая стенка $v(t, 0) = 0$, справа — свободная поверхность [2].

На рис. 3(b) показано сравнение расчетов для задач истечения газонасыщенной жидкости в одномерном плоском приближении. Содержание газа — азота 5%, длина трубы $L = 2$ м, $d = 0.075$ м. Граничные условия аналогичны предыдущей задаче [2].

На рис. 3(c) представлено решение задачи обжатия сосуда с чистой жидкостью в одномерном цилиндрическом приближении, длина трубы $L = 1$ м, $d = 0.075$ м, $v_0 = 0$, $p_0 = 0.1$ МПа. На левой и правой границах — жесткая стенка, по боковой границе приложено постоянное давление $p(t, x) = 7$ МПа.

На указанных рисунках пунктиром обозначены расчеты с использованием одномерной модели, сплошная линия — решение двумерной задачи в одномерной постановке. Кроме того, скорость волны разгрузки оценивалась с аналитическим решением [12, 13] и с результатами, полученными в [9]. Имеется хорошее согласование расчетов по обеим моделям.

5. Численное моделирование нестационарного истечения газожидкостной смеси

На рис. 4, 5 представлено численное решение задачи истечения газа из цилиндрического сосуда. Длина трубы равна $L = 0.3$ м, радиус $R = 0.075$ м. Начальное давление $p_0 = 7$ МПа, что выше критического давления, приводящего к запиранию потока, и, как следствие, к сверхзвуковому истечению в газе [11]. Режим сверхзвукового истечения сопровождается высокоскоростным разлетом расширяющегося газа из трубы (см. рис. 5). На указанном временном интервале одномерность течения в центре трубы сохраняется. Оценка давления для критического истечения газа из полубесконечной трубы, полученная в работе [11], подтверждена расчетами по двумерной модели.

На рис. 6 показана динамика поля давления газонасыщенной смеси из цилиндрического сосуда с малым газосодержанием ($\alpha_{l0} = 0.9999$). Согласно оценкам [11] для данной задачи сверхзвуковой режим на этой стадии истечения не реализуется, т.к. перепад давления в жидкости меньше 10^3 МПа,

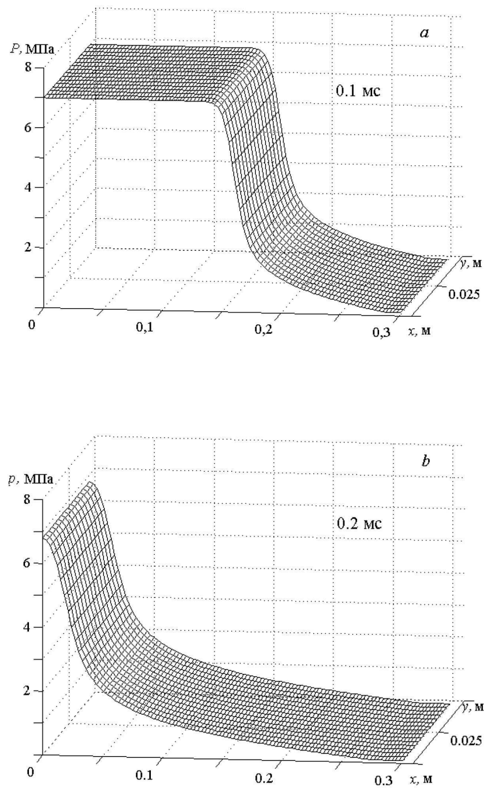


Рис. 6. Динамика поля давления в различные моменты времени (мс) в эйлеровых координатах для задачи истечения из трубы газонасыщенной жидкости с малым содержанием газа ($\alpha_l = 0.9999$)

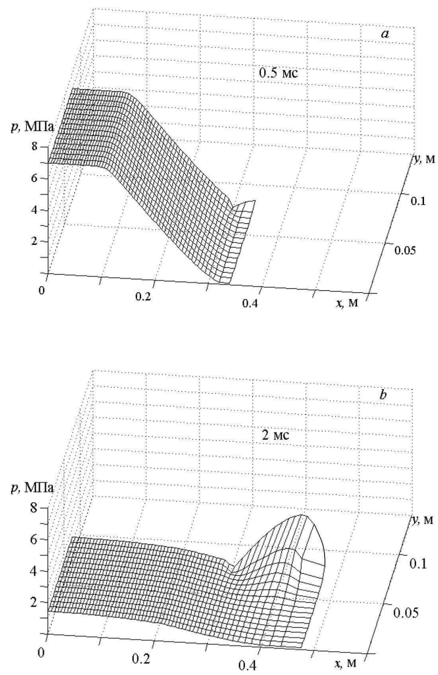


Рис. 7. Динамика поля давления газожидкостной смеси в различные моменты времени (мс) в эйлеровых координатах (содержание газа азота 0.05)

и разлет потока происходит только в направлении оси x ($v_y = 0$).

На рис. 7, 8(а) приведены результаты расчетов по истечению газожидкостной смеси из трубы с газосодержанием $\alpha_{g0} = 0.05$. В отличие от предыдущей задачи имеет место сверхзвуковой режим истечения с интенсивным расширением газовой фазы и ее разлетом при истечении из открытого участка сосуда (см. распределение объемного газосодержания на рис. 8(а)). На фрагменте (b) рис. 8 показаны результаты расчетов истечения газожидкостной смеси $\alpha_{g0} = 0.05$ из сужающегося сосуда ($\operatorname{tg} D = 0.15$). По сравнению с задачей истечения из цилиндрического сосуда (рис. 8(а)), скорость и дальность разлета газа из сужающегося сосуда более интенсивна в направлении v_x.

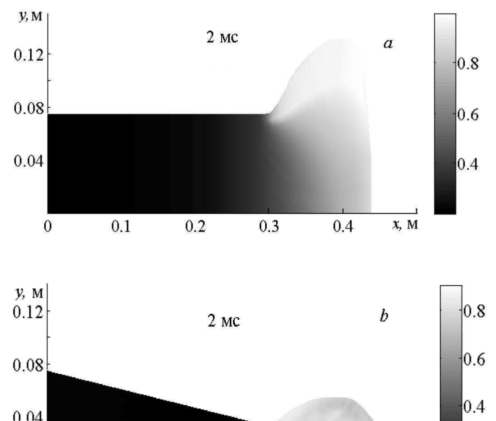


Рис. 8. Мгновенные распределения объемного содержания газовой фазы в момент времени 2 мс ($\alpha_g = 0.05$): *a* — в случае истечения из трубы; *b* — истечение из конуса с тангенсом угла сужения $\operatorname{tg} D = 0.15$

6. Заключение

В настоящей работе предложена двумерная с цилиндрической симметрией двухфазная модель газожидкостной смеси для описания нестационарных процессов истечения из сосудов различной геометрии. Численная реализация модели получена на основе метода Уилкинса. Проведено тестирование модели на примере решения задач в одномерном, односкоростном приближениях. Получены пространственные распределения давления, скорости и газосодержания для задач нестационарного истечения газонасыщенной жидкости при различных газосодержаниях из цилиндрических и сужающихся сосудов. Проанализирован режим истечения в зависимости от начальных условий. Авторами планируется продолжение исследований различных режимов пространственных течений двухфазной газопарожидкостной смеси с учетом фазовых переходов.

Список литературы

[1] Pinhasi G.A., Ullmann A., DayanA. 1D plane numerical model for boiling liquid expanding vapor explosion (BLEVE) // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2007. T. 50. C. 4780–4795.

[2] Болотнова Р.Х., Бузина В.А., Галимзянов М.Н., Шагапов В.Ш. Гидродинамические особенности процессов истечения вскипающей жидкости // Теплофизика и аэромеханика. 2012 № 4. (в печати).

[3] Ивашнев О. Е. Самоподдерживающиеся ударные волны в неравновесно кипящей жидкости // Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физ.-мат. наук. М., 2009. 40 с.

[4] Edwards A.R., O' Brien T.P. Studies of phenomena connected with the depressurization of water reactors // Journal of The British Nuclear Energy Society. 1970. Vol. 9, № 1–4. P. 125–135.

[5] Казаков Ю.В., Федоров А.В. Расчет разлета сжатого объема газовзвеси // ПМТФ. 1987. № 5. С. 139–144.

[6] Иванов А.С., Козлов В.В., Садин Д.В. Нестационарное истечение двухфазной дисперсной среды из цилиндрического канала конечных размеров в атмосферу // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 1996. № 3. С. 60—66.

[7] Нигматулин Р.И., Болотнова Р.Х. Широкодиапазонное уравнение состояния воды и пара. Упрощенная форма // Теплофизика высоких температур. 2011. Т. 49, № 2. С. 310–313.

[8] Вычислительные методы в гидродинамике. /Б. Олдер, С. Фернбах, М. Ротенберг. М.: Мир. 1967. 384 с.

[9] Агишева У.О., Болотнова Р.Х., Бузина В.А., Галимзянов М.Н. Параметрический анализ режимов ударно-волнового воздействия на газожидкостные среды // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2012. № 5. (в печати).

[10] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука. 1987. Ч. 1. 464 с. Ч. 2. 360 с.

[11] Губайдуллин А.А. Введение в волновую динамику газожидкостных сред. ТюмГНГУ. 2006. 86 с.

[12] Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука. 1977. 440 с.

[13] Седов Л.И., Коробейников В.П., Марков В.В. Теория распространения взрывных волн // Труды математического института АН СССР. 1986. Т. 175. С. 178–216.