УДК 532

Режимы течения слоя жидкости при смешанной конвекции

Малышев В. Л., Моисеев К. В.**, Моисеева Е. Ф.**

[*] Центр «Микро- и наномасштабная динамика дисперсных систем», БашГУ, Уфа

[**] Институт механики УНЦ РАН, Уфа

Аннотация. В данной работе рассматривается поведение решения системы уравнений тепловой конвекции в прямоугольной области. Для естественной конвекции найдены характерные числа, при которых возникают колебательные режимы. Рассмотрены различные соотношения длины и высоты каверны. Оценено влияние смешанной конвекции на характер течения жидкости.

1. Введение

Конвекция — это процесс переноса массы в результате перемещения сплошной среды. Существуют различные виды конвекции в зависимости от причин, её порождающих; наиболее распространены свободная и вынужденная конвекции. Вынужденная конвекция возникает в результате внешнего механического воздействия на среду. Примерами ее могут служить: движение воздуха в помещении под действием вентилятора, течение жидкости в трубе под действием гидронасоса и др. Конвективный теплообмен происходит в результате контакта движущейся жидкости с твердой поверхностью вследствие того, что температуры этих двух сред различны. Можно выделить также смешанную конвекцию, включающую в себя эффекты как естественной, так и вынужденной конвекции.

В настоящей работе будет рассмотрено поведение решения уравнения Навье–Стокса для различных геометрий области при естественной и смешанной конвекциях.

2. Постановка задачи

Рассмотрим задачу о смешанной конвекции в прямоугольной ячейке размером $L \times h$. На рис. 1 изображена схема моделируемой области. Предполагается, что на нижней и верхней стенках поддерживается постоянная температура, а боковые стенки — теплоизолированны. Такая конвекционная задача может быть описана системой Рэлея–Бенара. Используя приближение Буссинеска, описанное в работе [1], классическая система в безразмерных переменных принимает следующий вид:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{z^2}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right),$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{z^2}\frac{\partial p}{\partial y} + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{z^2}\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) + \frac{1}{z}\mathrm{Gr}\cdot\theta,$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u\frac{\partial \theta}{\partial x} + v\frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{\mathrm{Pr}}\cdot\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{1}{z^2}\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}\right).$$

где $\mathrm{Gr} = \dfrac{g\,\beta\,(T_2 - T_1)\,L^3}{\nu_0^2}$ и $\mathrm{Pr} = \dfrac{\nu_0}{\chi}$ — числа Грасгофа и Прандтля соответственно; $z = \dfrac{h}{L}$ — коэффициент соотношения высоты и длины ячейки; отвечающий за геометрию области; ν_0 — кинематическая вязкость; χ — коэффициент температуропроводности; u, v — безразмерные компоненты вектора скорости; p — безразмерное отклонение от гидростатического давления; θ — безразмерное отклонение от некоторой средней температуры; t — безразмерное время; x, y — декартовы координаты; T_1 — температура охлаждаемой границы; T_2 — температура подогреваемой границы.

Граничные условия имеют вид:

$$x = 0: \quad \bar{u}|_{\bar{x}=0} = 0, \quad \bar{v}|_{\bar{x}=0} = 0, \quad \left.\frac{\partial\theta}{\partial\bar{x}}\right|_{\bar{x}=0} = 0;$$

$$x = L: \quad \bar{u}|_{\bar{x}=L} = 0, \quad \bar{v}|_{\bar{x}=L} = 0, \quad \left.\frac{\partial\theta}{\partial\bar{x}}\right|_{\bar{x}=L} = 0;$$

$$y = h: \quad \bar{u}|_{\bar{y}=h} = u_0, \quad \bar{v}|_{\bar{y}=h} = 0, \quad \theta|_{\bar{y}=h} = -0,5;$$

$$y = 0: \quad \bar{u}|_{\bar{y}=0} = 0, \quad \bar{v}|_{\bar{y}=0} = 0, \quad \theta|_{\bar{y}=0} = 0,5.$$

Начальные условия зададим состоянием покоя для жидкости:

$$u|_{t=0} = 0, \qquad v|_{t=0} = 0, \qquad p|_{t=0} = 0.$$

Одним из основных критериев подобия тепловых процессов является число Нуссельта. Оно характеризует соотношение между интенсивностью теплообмена за счет конвекции к теплообмену за счет теплопроводности. Будем вычислять числа Нуссельта следующим образом:

$$\mathrm{Nu_H} = -\int_0^L \left(\frac{\partial\theta}{\partial\bar{y}}\right)_{\bar{y}=0} d\bar{x}, \quad \mathrm{Nu_C} = -\int_0^L \left(\frac{\partial\theta}{\partial\bar{y}}\right)_{\bar{y}=h} d\bar{x}.$$

3. Результаты моделирования

Для исследования режимов течения вязкой несжимаемой жидкости использовался численный алгоритм SIMPLE, описанный в работе [2]. Адекватность алгоритма была проверена на таких классических задачах, как течение Пуазейля и вынужденная конвекция в прямоугольной ячейке. Расчеты проводились на равномерной сетке 40×40 узлов с безразмерным шагом интегрирования по времени $\Delta t = 10^{-4}$.

3.1. Естественная конвекция в прямоугольной ячейке

При естественной конвекции для исследования поведения жидкости под воздействием градиента температуры используется безразмерное число Рэлея, которое характеризует отношение потока тепла в жидкости или газе за счёт архимедовой силы, возникающей вследствие неравномерности поля температуры у поверхности тела, к теплопроводности среды. Будем следить за характером течения жидкости в зависимости от числа Рэлея.

Рассмотрим случай горизонтальной ячейки ($z < 1$). Для ячейки с коэффициентом $z = 0.5$ конвекционный режим появляется при $\mathrm{Ra} > 20000$ что видно из рис. 2. При достижении числа Рэлея значения 1000000 возникают колебательные режимы (рис. 3).

Для ячейки с коэффициентом $z = 0.25$ конвекционный режим появляется при $\mathrm{Ra} = 150000$. Течение в такой ячейке является устойчивым и для $\mathrm{Ra} \sim 10^7$ выходит на стационарный режим. Далее рассмотрим вертикальную ячейку. При $z = 2$ конвекция появляется при значении $\mathrm{Ra} = 2000$, а колебательные режимы при $\mathrm{Ra} > 29000$.

Для ячейки с $z = 4$ конвективные потоки возникают при $\mathrm{Ra} = 3000$, а при переходе через это значение возникают некоторые переодические решения. На рис. 4 приведены результаты для случая $\mathrm{Ra} = 10^4$. Стоит отметить, что при данном значении числа Рэлея возникает двухвихривое течение, с поочередно разрастающимися вихрями на нижней и верхней стенках.

3.2. Смешанная конвекция

Рассмотрим задачу о смешанной конвекции в прямоугольной ячейке размера $L = 4, h = 1$. На верхней границе зададим постоянную скорость $U_{up} = U_0$. Будем исследовать поведение системы в зависимости от различных значений скорости на верхней границе, а так же при различных значениях числа Грасгофа.

В результате моделирования были найдены минимальное и максимальное значения скорости (табл. 1), при которых система имеет нестационарное решение, а поле температур при этом имеет волнообразный характер. Ниже приведено распределение температур в различные моменты времени (рис. 5), решение системы представляет собой периодическую функцию от времени (рис. 6).

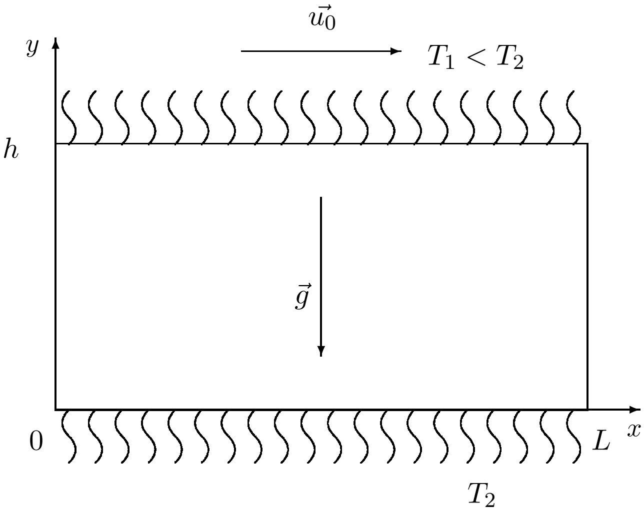
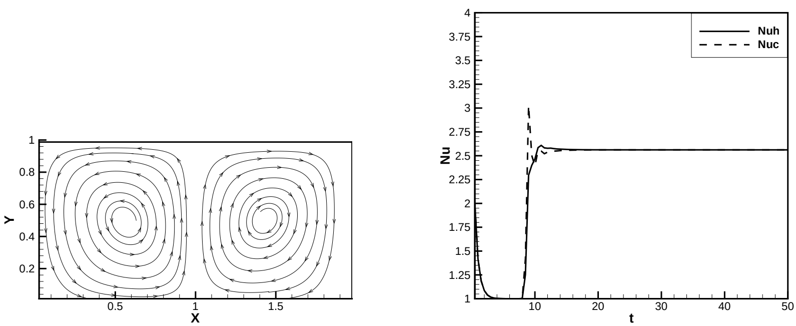
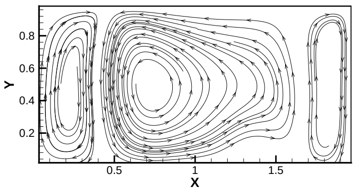


Рис. 1. Расчетная область с граничными условиями

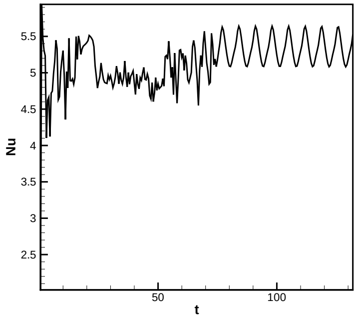


(а) (б)

Рис. 2. Линии тока, поле температур (а) и $\mathrm{Nu_H}$, $\mathrm{Nu_C}$ на подогреваемой и охлаждаемой границах (б), $\mathrm{Ra} = 10^5$

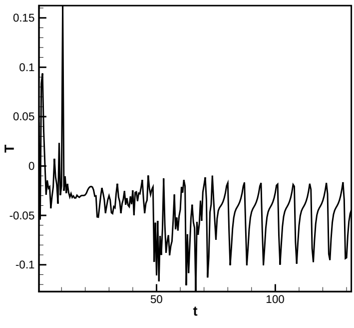


(а)

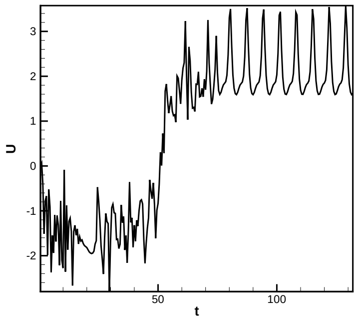


(б)

Рис. 3. Линии тока, поле температур (а) и $\mathrm{Nu_H}$, $\mathrm{Nu_C}$ на подогреваемой и охлаждаемой границах (б), $\mathrm{Ra} = 2 \times 10^6$



(а)



(б)

Рис. 4. $\mathrm{Ra} = 10000$ Температура в центре ячейки (а) и Горизонтальная составляющая скорости в центре ячейки (б)

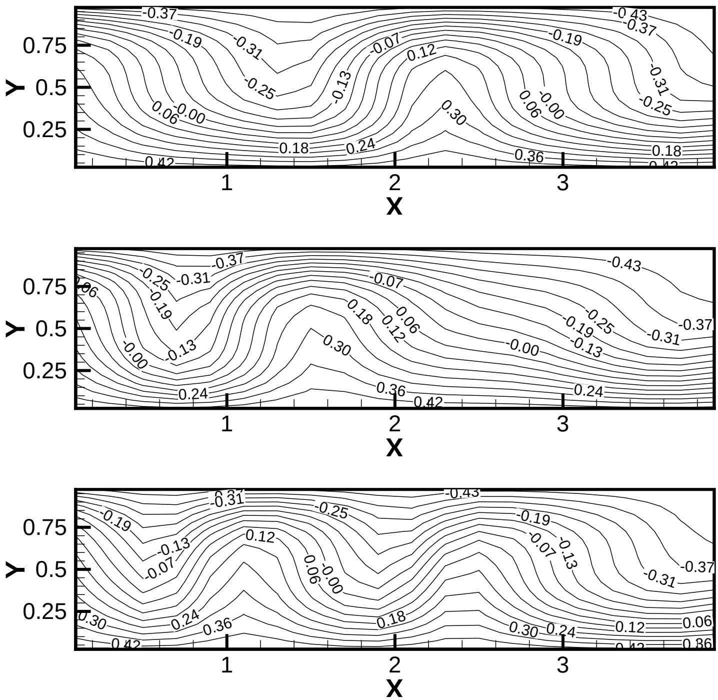


Рис. 5. Поле температур при $Gr = 2500$ и $u_0 = 1.2$ в моменты времени $t = 10; 25; 50$

Таблица 1. Зависимость диапазона допустимой скорости на верхней границе от различных чисел Грасгофа

Gr	U_{min}	U_{max}
1500	0.1	1.2
2000	0.2	2.3
2500	0.3	2.6
3000	0.4	3.0
5000	1.0	3.7
8000	1.5	7.1

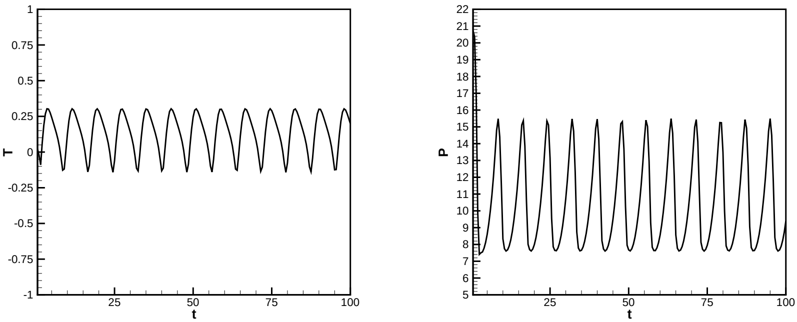


Рис. 6. Зависимость температуры и давления в заданной точке области от времени

В случае $U_{up} < U_{min}$ возникают конвективные ячейки Рэлея–Бенара. При значениях $U_{up} > U_{max}$ течение жидкости устанавливается, а линии тока напоминают результаты моделирования вынужденной конвекции [3].

4. Выводы

1. Изучена естественная конвекция вязкой несжимаемой жидкости в горизонтальной и вертикальной ячейках. Для некоторых случаев найдены значения числа Рэлея, при которых возникают колебательные режимы и периодические решения системы.

2. При смешанной конвекции в прямоугольной ячейке определены диапазоны значений скорости, соответствующие фиксированному числу Грасгофа, при которых система имеет периодическое решение.

Авторы выражают благодарность Урманчееву С. Ф. за постановку задачи и обсуждение результатов.

Список литературы

[1] Жуховицкий Е. М., Гершуни Г. З. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. С. 392.

[2] Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. С. 400.

[3] Ван-Дайк М. Альбом течений жидкости и газа. М.: Мир, 1986.