УДК 532.59;534.2;534.6

Влияние внутренней волны на распространение звука в приповерхностном пузырьковом слое

Гримшоу Р.[*], *Островский Л. А.*[**], *Топольников А. С.*[***], *Хуснутдинова К. Р.*[*,***]

[*]Университет Лафборо, Лафборо, Великобритания
[**]Университет Колорадо, Боулдер, США
[***]Институт механики УНЦ РАН, Уфа

Аннотация. В работе рассматривается влияние нелинейной внутренней волны на распространение акустического сигнала в приповерхностном слое океана, содержащем пузырьки газа. При взаимодействии с поверхностными волнами внутренняя волна вызывает их обрушение и оказывает влияние на структуру пузырькового слоя. Неоднородная структура слоя способствует тому, что локальная скорость звука и интенсивность рассеяния вблизи поверхности океана модулируются внутренней волной с небольшим смещением по фазе в направлении ее распространения, что согласуется с недавними экспериментальными наблюдениями, сделанными на шельфе Японского моря.

1. Введение

Согласно экспериментальным наблюдениям обрушение волн на поверхности начинается при скорости ветра порядка 2–3 м/с, а при скорости 7 м/с пузырьковый слой, который генерируют поверхностные волны, достигает глубины в несколько метров [1]–[3]. При этом причиной обрушения поверхностных волн не обязательно является ветер. Имеется ряд наблюдений опрокидывания поверхностных волн при слабом ветре в условиях распространения бегущей внутренней волны [4]–[5]. При этом акустический сигнал в приповерхностном слое жидкости, содержащем газовые пузырьки, по форме оказывается очень близок к структуре внутренней волны [5].

В работе [6] была предложена теоретическая модель, которая может быть использована для объяснения эффекта влияния внутренней волны на структуру пузырькового слоя в приповерхностном слое океана. На ее основе проводились исследования для случая синусоидальной волны, которая является решением задачи о движении двухслойной жидкости в плоском канале в акустическом приближении.

В настоящей работе данная теоретическая модель обобщается для изучения влияния структуры пузырькового слоя на распространение звука в верхнем слое океана. Рассматривается бегущая кноидальная внутренняя волна амплитудой 5 метров, которая взаимодействует с поверхностными волнами и генерирует сходный с ней по форме пузырьковый слой. Для данного слоя проводится исследование трансформации коэффициента обратного рассеяния и скорости звука, результаты моделирования сравниваются с экспериментальными данными [5].

2. Математическая модель

Рассмотрим внутреннюю волну, которая распространяется вдоль пикноклина, разделяющего два слоя жидкости с различной плотностью. Будем предполагать, что движение жидкости и содержащихся в ней газовых пузырьков является двумерным, а внутренняя волна имеет строго периодическую структуру. В этом случае решение задачи будем искать для прямоугольной области $\Omega = \{(x, z) : 0 \leq x \leq \lambda, -H \leq z \leq 0\}$ с периодическими условиями на левой и правой границах. Здесь x и z — пространственные координаты; H — общая глубина; h — глубина верхнего слоя жидкости; λ — длина внутренней волны, которая разделяет два слоя жидкости с плотностями ρ_1 и ρ_2 (см. рис. 1).

Для описания динамики пузырьков в жидкости используется следующая система дифференциальных уравнений в частных производных [6]:

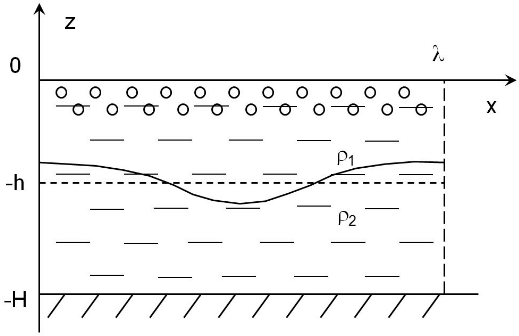

Рис. 1. Схема задачи

$$\frac{\partial N}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(Nu)+\frac{\partial}{\partial z}(Nv)=$$
$$=\frac{\partial}{\partial x}\left(K_v\frac{\partial N}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(K_v\frac{\partial N}{\partial z}\right)-\sigma_* N+q(x,z,t), \tag{1}$$

$$\frac{d}{dt_b}\left(\frac{4}{3}\pi\rho_g a^3\right)=-4\pi a D\kappa\,(p_g-p_a)\,\mathrm{Nu}, \tag{2}$$

$$\frac{d}{dt_b}\left(\frac{p_g}{\rho_g}\right)=0. \tag{3}$$

Здесь N — концентрация пузырьков; K_v — коэффициент турбулентной диффузии [6]; σ_* — скорость растворения пузырьков; $q(x,z,t)$ — скорость образования пузырьков в результате обрушения поверхностных волн; u — горизонтальная компонента скорости пузырька (совпадает с горизонтальной скоростью жидкости); v — вертикальная скорость пузырька, которая отличается от вертикальной компоненты скорости жидкости w на величину, равную скорости всплытия пузырька в неподвижной жидкости [2]:

$$v=w+v_\infty,\ v_\infty=\frac{2}{9}\frac{a^2 g\rho_l}{\mu_l}\left(\left(y^2+2y\right)^{1/2}-y\right),\ y=10.82\frac{\mu_l^2}{\rho_l^2 g a^3},$$

где a — радиус пузырька; g — гравитационная постоянная; μ_l — коэффициент динамической вязкости жидкости; p_a — атмосферное давление; ρ_g и $p_g = p + 2\sigma/a$ — плотность и давление внутри газовых пузырьков; p — давление в жидкости; σ — коэффициент поверхностного натяжения; D — коэффициент молекулярной диффузии; κ — коэффициент абсорбции; Nu — число Нуссельта, которое выражается через число Пекле в виде [2]

$$\mathrm{Nu} = \frac{2}{\pi}\mathrm{Pe}^{1/3}, \quad \mathrm{Pe} = \frac{av_\infty}{D}.$$

Производные d/dt_b в уравнениях (2) и (3) определяются по формуле

$$\frac{d}{dt_b} = \frac{\partial}{\partial t} + \left(u - \frac{K_v}{N}\frac{\partial N}{\partial x}\right)\frac{\partial}{\partial x} + \left(v - \frac{K_v}{N}\frac{\partial N}{\partial z}\right)\frac{\partial}{\partial z}.$$

Для описания внутренней волны используется слабо нелинейное решение для кноидальной волны, являющейся границей раздела двух слоев жидкости (см. например, [7]). Компоненты вектора скорости в жидкости в этом случае определяются уравнениями:

$$u_j = c_i A(\phi_j)_z, \quad w_j = -c_i A_x \phi_j; \quad j = 1, 2,$$

где

$$A(x,t) = B\mathrm{cn}^2\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\mu a}{3\delta m}}(x - (c_i + \nu)t)|m\right) + \frac{\nu}{\mu} - \frac{B}{3}\left(2 - \frac{1}{m}\right),$$
$$\phi_1 = -\frac{z}{h}, \quad -h < z < 0, \quad \phi_2 = \frac{z + H}{H - h}, \quad -H < z < -h.$$

Здесь $\mathrm{cn}(*, \mathrm{m})$ — эллиптическая функция Якоби с параметром m $(0 < m < 1)$; $A(x,t)$ — вертикальное смещение границы раздела жидкостей, которое описывается уравнением Кортевега-де Вриза

$$A_t + c_i A_x + \mu A A_x + \delta A_{xxx} = 0,$$

где $c_i^2 = \dfrac{g(\rho_2-\rho_1)}{\rho_2}\dfrac{h(H-h)}{H}$, $\mu = \dfrac{3c_i(2h-H)}{2h(H-h)}$, $\delta = \dfrac{c_i h(H-h)}{6}$.

Кноидальная волна имеет заданную амплитуду B и длину равную

$$\lambda = 4\sqrt{\frac{3\delta m}{\mu B}}K(m),$$

где $K(m)$ — полный эллиптический интеграл первого рода.

Давление в жидкости определяется из равенств:

$$p_1 = p_a - \rho_1 g z + \rho_1 c_i^2 A(\phi_1)_z,\ p_2 = p_a + \rho_1 g h - \rho_2 g(z+h) + \rho_2 c_i^2 A(\phi_2)_z.$$

Исходные параметры для решения задачи выберем в соответствии с данными экспериментальных наблюдений [5], а именно $h = 12$ м, $H = 42$ м, $B = 5$ м, $c_i = 0.25$ м/с (скорость распространения внутренней волны). Для того чтобы удовлетворить этим значениям остальные параметры задачи задаются следующим образом: $\rho_1 = 999.256$ кг/м^3, $\rho_2 = 1000$ кг/м^3, $m = 0.8683$, $\nu = -0.0091$ m/s, $\mu = -0.01875$ s^{-1}, $\delta = 15$ м^3/s.

В уравнении (1) $q(x,z,t)$ является источником образования пузырьков в жидкости в фиксированной точке для заданного момента времени. Согласно экспериментальным и лабораторным наблюдениям данная функция быстро убывает с глубиной по сравнению с образующимся пузырьковым распределением [8], поэтому вынесем ее из уравнения (1) в граничное условие

$$\left(\frac{K_v}{N}\frac{\partial N}{\partial z} - v_\infty\right)N\Big|_{z=0} = \int_{-H}^{0} q(x,z,t)dz.$$

Остальные граничные условия с учетом периодической структуры внутренней волны имеют следующий вид:

$$a(x,0,t) = a_0, \quad \rho_g(x,0,t) = \rho_{g0},$$
$$p(x,0,t) = p_a, \quad \frac{\partial u}{\partial z}(x,0,t) = w(x,0,t) = 0,$$
$$\frac{\partial N}{\partial z}(x,-H,t) = \frac{\partial a}{\partial z}(x,-H,t) = \frac{\partial \rho_g}{\partial z}(x,-H,t) = 0,$$

$$\frac{\partial p}{\partial z}(x,-H,t) = -\rho_2 g,\ \frac{\partial u}{\partial z}(x,-H,t) = w(x,-H,t) = 0,$$
$$N(0,z,t) = N(L,z,t), \quad a(0,z,t) = a(L,z,t),$$
$$\rho_g(0,z,t) = \rho_g(L,z,t), \quad p(0,z,t) = p(L,z,t),$$
$$u(0,z,t) = u(L,z,t), \quad w(0,z,t) = w(L,z,t).$$

Исходная система уравнений (1)–(3) решается численно с помощью неявной схемы 1-го порядка аппроксимации, основанной на методе контрольного объема [9].

Исследуются два механизма обрушения поверхностных волн: под действием сильного ветра и за счет взаимодействия внутренней и поверхностных волн. В первом случае обрушение волн происходит равномерно по всей поверхности жидкости и скорость образования пузырьков выражается упрощенной функцией $q(x,z,t) = q_0\delta(z+\epsilon)$, где q_0 — постоянная; δ — дельта–функция Дирака. Во втором случае генерация пузырьков происходит неравномерно, для ее описания используется более сложная модель из работы [6].

3. Результаты расчетов

Будем считать, что обрушение поверхностных волн вызвано сильным ветром и происходит равномерно по всей поверхности. Задачу моделирования образования структуры пузырькового слоя будем решать для следующих расчетных параметров: $L = \lambda = 200$ м, $\mu_l = 10^{-3}$ Па·с, $\sigma = 0.036$ Н/м, $D = 2 \cdot 10^{-9}$ м^2/с, $\kappa = 2.1 \cdot 10^{-7}$ кг/(м^3·Па). Примем, что радиус генерируемых на поверхности пузырьков равен $a_0 = 50$ мкм (соответствует наблюдаемому пику в пузырьковых распределениях [2, 3]), плотность газа $\rho_{g0} = 1.2(1 + 2\sigma/p_a a_0)$ кг/м^3, где $p_a = 10^5$ Па.

На рис. 2 показаны пространственные распределения скорости звука и объемной концентрации газа в пузырьках для кноидальной внутренней волны амплитудой $A = 5$ м при скорости ветра $W = 12.5$ м/с (сильный ветер). Скорость звука в жидкости с газовыми пузырьками вычисляется по формуле [10]

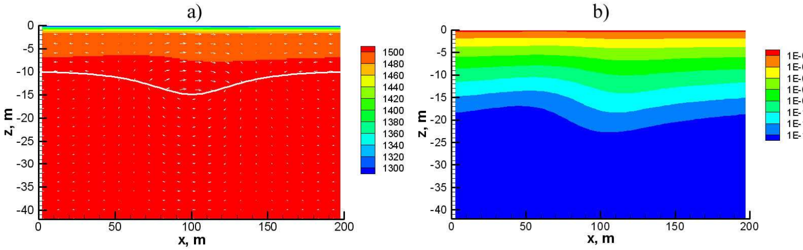

Рис. 2. Распределения скорости звука (a) и объемной концентрации газа в жидкости (b) в фиксированный момент времени при перемещении кноидальной внутренней волны амплитудой 5 м при скорости ветра 12.5 м/с (волна движется слева направо)

$$c^2 = \frac{\rho_g \rho_l c_g^2 c_l^2}{(\alpha_g \rho_g + (1-\alpha_g)\rho_l)\left(\alpha_g \rho_l c_l^2 + (1-\alpha_g)\rho_g c_g^2\right)},$$

где $c_g = 290$ м/с и $c_l = 1500$ м/с — скорости звука в газе и жидкости. В начальный момент времени жидкость является невозмущенной. Решение на рис. 2 показано для момента времени $t = 20T_{int}$, где T_{int} — период внутренней волны, когда численное решение выходит на периодический режим.

Согласно полученным результатам скорость звука и объемная концентрация газа варьируются в зависимости от фазы перемещения внутренней волны. Наибольшая концентрация газа наблюдается над задним склоном гребня внутренней волны, положение которого на рис. 2 определяется координатой $x = 100$ м.

На рис. 3 представлена эволюция скорости звука и коэффициента обратного рассеяния звука $10\lg(M_v)$ в точке с координатами $x = 100$ м, $z = -3$ м для трех значений скорости ветра: 10, 12.5 и 15 м/с. При этом функция рассеяния M_v вычисляется по формуле [2]

$$M_v = N\sigma_v, \quad \sigma_v = \frac{4\pi a^2}{\left((\omega_0/\omega)^2 - 1\right)^2 + \Psi^2},$$

где [11, 12]

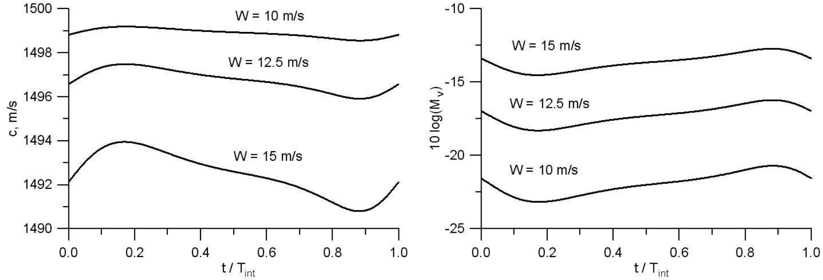

Рис. 3. Временные зависимости скорости звука и коэффициента обратного рассеяния для кноидальной внутренней волны амплитудой 5 м в точке с координатами $x = 100$ м, $z = -3$ м для трех значений скорости ветра: 10, 12.5 и 15 м/с

$$\omega_0 = \frac{1}{2\pi a}\sqrt{\frac{3\gamma_g p_g}{\rho_l}}, \quad \Psi = \Psi_t + \Psi_r + \Psi_v,$$

$$\Psi_t = \sqrt{\frac{3\rho_l \lambda_g (\gamma_g - 1)^2 \omega_0}{4\pi \rho_g C_{pg} \gamma_g p_g}}, \quad \Psi_r = \sqrt{\frac{3\gamma_g p_g}{\rho_l c_l^2}}, \quad \Psi_v = \frac{2\mu_l \omega_0}{3\pi \gamma_g p_g},$$

$\gamma_g = 1.4$ — показатель адиабаты; $C_{pg} = 1005$ Дж/(кг·К) — теплоемкость газа при постоянном давлении; $\lambda_g = 0.025$ кг·м/(с^3·К) — коэффициент теплопроводности газа; $\omega_0 = 600$ кГц — частота внешнего сигнала, которая использовалась в экспериментах [5]. Важно отметить, что резонансный радиус пузырька, соответствующий указанной частоте, равен примерно 5 мкм и значительно меньше радиуса пузырьков на поверхности a_0. Однако основной вклад в функцию M_v вносят пузырьки доминирующей фракции радиусом около 50 мкм [2].

Как следует из графиков, максимальная вариация скорости звука во времени составляет 3 м/с, а коэффициент интенсивности рассеяния изменяется более, чем на 3 Дб.

На рис. 4 (верхний ряд) показаны распределения объемной концентрации газа для поверхностных волн амплитудой 0.1 м и трех значений начальной длины волны $\lambda_0 = 2.3, 2.5$ и 2.6 м в случае слабого ветра ($W = 2.5$ м/с). При этом источник обра-

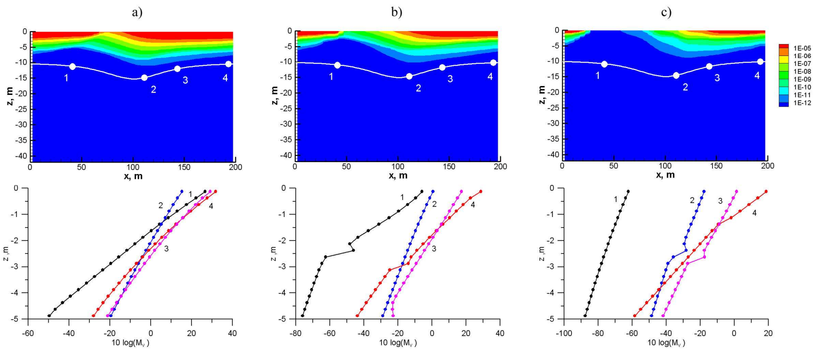

Рис. 4. Объемная концентрация газа в жидкости при распространении в ней кноидальной внутренней волны амплитудой 5 м для трех значений начальной длины поверхностных волн: 2.3 м (a), 2.5 м (b) и 2.6 м (c) (верхний ряд). Графики распределений коэффициента обратного рассеяния по глубине для четырех фиксированных точек ($x = 40, 110, 140, 190$ м) (нижний ряд)

зования пузырьков q является функцией не только координат и времени, но и характеристик поверхностных волн (амплитуда, длина, частота) [6]. При взаимодействии внутренней и поверхностных волн, распространяющихся в одном направлении, обрушение последних происходит быстрее при меньших значениях λ_0. Поэтому для случая $\lambda_0 = 2.3$ м поверхностные волны начинают опрокидываться уже при малых значениях относительной скорости жидкости и волны, в то время как при $\lambda_0 = 2.6$ м опрокидывание происходит в достаточно узком «окне» на поверхности, генерируя отдельные полосы пузырьков.

На рис. 4 (нижний ряд) показаны зависимости функции рассеяния $10\,\lg(M_v)$ от глубины, построенные для четырех фиксированных точек $x = 40, 110, 140$ и 190 м. В отличие от случая сильного ветра (см. рис. 2) вариация $10\,\lg(M_v)$ значительно больше. Максимальное значение этой величины достигается в интервале значений x между точками 2 и 3, что соответствует заднему склону внутренней волны.

4. Заключение и выводы

В результате численного моделирования показано, что внутренняя кноидальная волна оказывает воздействие на формирование структуры пузырькового слоя вблизи водной поверхности двумя способами: за счет создаваемого ею поля скорости и за счет очагового обрушения поверхностных волн. При этом акустические характеристики жидкости, такие как скорость звука и интенсивность рассеяния, претерпевают значительные вариации в горизонтальном и вертикальном направлениях, копируя форму внутренней волны со смещением к заднему ее склону.

Полученные результаты могут быть использованы для описания явлений, возникающих в приповерхностном слое в условиях распространения внутренних волн, и проектирования измерительных акустических приборов.

Список литературы

[1] Monahan E. C., O'Muircheartaigh I. Optimal power-law desription of oceanic whitecap coverage dependence on wind speed // J. Phys. Oceanogr. 1980. V. 10. P. 2094–2099.

[2] Thorpe S. A. On the clouds of bubbles formed by breaking wind-waves in deep water, and their role in air-sea gas transfer // Phil. Trans. R. Soc. Lond. A. 1982. V. 304. P. 155–210.

[3] Farmer D. M., Vagle S. Wavequide propagation of ambient sound in the ocean-surface bubble layer // J. Acoust. Soc. Am. 1989. V. 86. P. 1897–1908.

[4] Thorpe S. A., Belloul M. B., Hall A. J. Internal waves and whitecaps // Nature. 1987. V. 330. P. 740–742.

[5] Серебряный А. Н., Галыбин Н. Н. Эффект воздействия внутренних волн на приповерхностный слой воздушных пузырьков в море // Материалы XI школы-семинара академика Л.М. Бреховских «Акустика океана», 23-26 мая 2006 г. Москва. С. 378–382.

[6] Grimshaw R. H. J., Khusnutdinova K. R., Ostrovsky L. A., Topolnikov A. S. Structure formation in the oceanic subsurface bubble layer by an internal wave field // Phys. Fluids. 2010. V. 22. 106603.

[7] Grimshaw R. Internal solitary waves // Environmental Stratified Flows, edited by R. Grimshaw (Kluwer, Boston, 2001), P. 1–29.

[8] Baschek B., Farmer D. M., Garrett C. Tidal fronts and their role in air-sea gas exchange // J. Mar. Res. 2006. V. 64. P. 483–515.

[9] Патанкар С. В. Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах. М.: МЭИ, 2003. 312 с.

[10] Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Т. 1, 2. М.: Наука, 1987. 824 с.

[11] Devin C. Survey of thermal, radiation and viscous damping of pulsation air bubbles in water // J. Acoust. Soc. Am. 1959. V. 73. P. 1654–1667.

[12] Chapman R. B., Plesset M. S. Thermal effects in the free oscillation of gas bubbles // J. Basic Eng. 1971. V. 93. P. 373–376.