



УДК 551.340; 551.345

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМА МЕРЗЛОГО ГРУНТА ПОД ТЕРМОКАРСТОВЫМ ОЗЕРОМ

И. Л. Хабибуллин, З. Р. Хусаинова, С. А. Лобастова

Башкирский государственный университет, Уфа

Аннотация. Рассматривается модель термокарстового процесса многолетнемерзлых пород с учетом тепловых источников, обусловленных неоднородным поглощением солнечной радиации в слое воды. Получены аналитические решения системы уравнений, позволяющие определить температурный режим мерзлого грунта и динамику его протаивания.

Ключевые слова: многолетнемерзлые породы, термокарст, задача Стефана, солнечное излучение, закон Бугера-Ламберта-Бера, математическое моделирование

Под термокарстом понимается процесс вытаивания подземных льдов в зоне распространения многолетнемерзлых пород, сопровождаемый просадками поверхности и образованием провальных форм рельефа [1]. Рассмотрим случай, когда развитие термокарста происходит при наличии вблизи подошвы сезонно-талого слоя льдонасыщенных многолетнемерзлых пород и слоя воды на поверхности. Протаивающие породы приобретают текучую консистенцию и заполняют все пустоты, образующиеся при вытаивании льда (Рис. 1). Для определения глубины протаивания грунта под слоем воды необходимо исследовать температурный режим вода-грунт. Особый интерес представляет расчет теплового режима за летний период, когда температура водного слоя определяется нагревом за счет поглощения солнечной радиации и теплообменом с атмосферой и подстилающим сезонно-талым слоем.

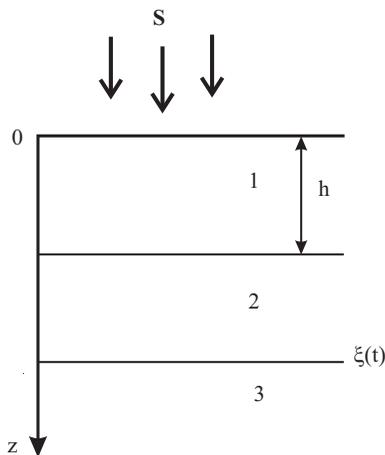


Рис. 1. Геометрическая схематизация процесса термокарста: 1 — вода, 2 — сезонно-талый слой (СТС), 3 — подстилающие многолетнемерзлые породы (ММП), $\xi(t)$ — фронт протаивания, S — солнечная радиация

Распределение температуры в областях 1–3 описывается системой уравнений:

$$\lambda_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} + Q(z) = \rho_1 c_1 \frac{\partial T_1}{\partial t}, \quad 0 < z < h, \quad (1)$$

$$a_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2} = \frac{\partial T_2}{\partial t}, \quad a_2 = \frac{\lambda_2}{c_2}, \quad h < z < \xi(t), \quad (2)$$

$$a_3 \frac{\partial^2 T_3}{\partial z^2} = \frac{\partial T_3}{\partial t}, \quad a_3 = \frac{\lambda_3}{c_3}, \quad \xi(t) < z < \infty. \quad (3)$$

Здесь индексы 1, 2, 3 относятся соответственно к воде, талой и мерзлой зонам; λ и a — коэффициенты теплопроводности и температуропроводности; ρ — плотность; c — удельная теплоемкость; $Q(z)$ — плотность тепловых источников, обусловленных поглощением солнечного излучения в слое воды.

Система уравнений (1)–(3) решается при следующих граничных и начальных условиях:

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1(0, t)}{\partial z} = \alpha [T_B - T(0, t)], \quad (4)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1(h, t)}{\partial z} = \lambda_2 \frac{\partial T_2(h, t)}{\partial z}, \quad T_1(h, t) = T_2(h, t), \quad (5)$$

$$T_2(\xi(t), t) = T_3(\xi(t), t) = T_\Phi, \quad T_3(\infty, t) = T_0. \quad (6)$$

Протаивание мерзлой породы рассматривается в рамках задачи Стефана, тогда на фронте протаивания $z = \xi(t)$ выполняется уравнение баланса тепла:

$$-\lambda_2 \frac{\partial T_2(\xi(t), t)}{\partial z} + \lambda_3 \frac{\partial T_3(\xi(t), t)}{\partial z} = Q_\Phi \frac{d\xi}{dt}. \quad (7)$$

Здесь T_0 — температура воздуха; T_Φ и $Q_\Phi = \rho_l LG$ — температура и теплота фазового перехода лед–вода; ρ_l и L — плотность и удельная теплота плавления льда; G — льдистость грунта; α — коэффициент теплообмена на границе вода–воздух.

Поглощение солнечной радиации в слое воды описывается законом Бугера-Ламберта-Бера [2]:

$$dq = -\alpha(z)q(z)dz. \quad (8)$$

Здесь $\alpha(z)$ — коэффициент поглощения солнечного излучения водой; $q(z)$ — интенсивность излучения. Поглощаемое солнечное излучение переходит во внутреннюю энергию воды и приводит к ее нагреву. Интенсивность нагрева определяется распределенными по толщине воды тепловыми источниками, плотность которых находится из выражения, представляющего собой аналог уравнения Умова-Пойтинга:

$$Q(z) = -\frac{\partial q}{\partial z}. \quad (9)$$

Комбинирование уравнений (8) и (9) приводит к следующему выражению для плотности тепловых источников:

$$Q(z) = q_0 \alpha(z) e^{-\int_0^z \alpha(z) dz}. \quad (10)$$

При определении коэффициента поглощения солнечного излучения будем учитывать то, что в небольших водоемах (таликах над многолетнемерзлым грунтом) в воде содержатся мельчайшие органические и минеральные частицы, то есть вода имеет определенную мутность. Коэффициент поглощения солнечного излучения мутной воды определим в виде линейной зависимости от концентрации взвешенных частиц:

$$\alpha = \alpha_0 + \sigma c, \quad (11)$$

где α_0 — коэффициент поглощения солнечного излучения чистой водой; c — концентрация частиц в воде (мутность воды).

В свою очередь, пространственное распределение взвешенных частиц в воде можно принять по гидростатическому закону, а именно то, что концентрация частиц линейно увеличивается с глубиной водоема:

$$c = c_0 + \beta z. \quad (12)$$

Из выражений (11) и (12) получим коэффициент поглощения:

$$\alpha(z) = \alpha_0 + \sigma c_0 + \sigma \beta z. \quad (13)$$

Тогда оптическая плотность слоя воды определяется из выражения

$$\int_0^z \alpha(z) dz = (\alpha_0 + \sigma c_0)z + \frac{\sigma \beta}{2} z^2. \quad (14)$$

Комбинируя выражения (10), (13), (14), находим плотность тепловых источников в слое воды:

$$Q(z) = q_0(A + 2Bz)e^{-Az - Bz^2}, \quad (15)$$

где $A = \alpha_0 + \sigma c_0$ и $B = \frac{\sigma \beta}{2}$ — эмпирические постоянные. При $B = 0$ из (15) следует плотность тепловых источников, соответствующая классическому закону Бугера-Ламберта.

Рассмотрим решение задачи (1)–(9) в квазистационарном приближении. При этом решении уравнений (2)–(3) с соответствующим краевыми условиями строим по методу Лейбензона [3]:

$$T_2(z, t) = T_\Gamma - (T_\Gamma - T_\Phi) \frac{z}{\xi(t)}, \quad (16)$$

$$T_3(z, t) = T_0 - (T_\Phi - T_0) \operatorname{erf} \frac{z - \xi(t)}{2\sqrt{a_3 t}}. \quad (17)$$

В уравнении (16) неизвестная температура T_Γ на поверхности $z = 0$ находится из решения уравнения (1) с учетом граничных условий (4)–(5).

Уравнение баланса тепла на границе раздела фаз $z = \xi(t)$ (7) с учетом найденного решения для T_2 и T_3 перепишем в виде:

$$\lambda_2 \frac{T_\Gamma - T_\Phi}{\xi(t)} - \lambda_3 \frac{T_\Phi - T_0}{\sqrt{\pi a_3 t}} = Q_\Phi \frac{d\xi}{dt}. \quad (18)$$

Решение уравнения (1) в стационарном приближении имеет вид:

$$\begin{aligned}
 T_1 = T_r + \frac{q_0 A}{\lambda} \int_z^{-h} \Phi(z) dz - \frac{2q_0 B}{\lambda} (zF(z) + hF(-h)) + \\
 + \frac{4q_0 B}{\lambda} \int_{-h}^z F(z) dz + \Theta(z+h)(\lambda - \alpha h).
 \end{aligned} \tag{19}$$

Здесь $F(z) = \int \Phi(z) dz$, $\Phi(z) = \int \varphi(z) dz$, $\varphi(z) = (A + 2Bz)e^{-Az - Bz^2}$,

$$\begin{aligned}
 \Theta = \alpha(T_b - T_r) + q_0 A \Phi(0) + \left(\frac{\alpha q_0 A}{\lambda} - 2q_0 B\right) F(0) + \\
 + \frac{4\alpha q_0 B}{\lambda} \int_0^z F(z) dz + \frac{\alpha q_0}{\lambda} (2Bh - A) F(-h).
 \end{aligned}$$

Неизвестная величина — температура T_r на границе раздела вода–грунт определяется из условия (5) с учетом (16) и (19). Полученное при этом уравнение совместно с (18) позволяет определить закон движения поверхности протаивания мерзлого грунта $\xi(t)$.

Предложенная модель позволяет исследовать динамику протаивания многолетнемерзлых пород под слоем водоема в зависимости от следующих основных определяющих параметров: начальная температура и льдистость мерзлого грунта, толщина слоя водоема и мутность воды, обобщенный коэффициент теплообмена на границе вода–воздух.

Список литературы

- [1] Основы геокриологии. Часть 4. Динамическая геокриология / Под ред. Э. Д. Ершова. М.: Изд-во МГУ, 2001. 688 с.
- [2] Павлов А. В. Теплофизика ландшафтов. М.: Наука, 1979. 283 с.
- [3] Чудновский А. Ф. Теплофизика почв. М.: Наука, 1976. 352 с.